

Umfang und Flächeninhalt von Kreisen berechnen

1 Berechne von einem Kreis ($d = 4,2 \text{ cm}$)

- a) den Umfang u . b) den Flächeninhalt A .
- (1) _____ (1) _____
- (2) _____ (2) _____
- (3) _____ (3) _____

Umfang u und Flächeninhalt A von Kreisen berechnen

	Umfang	Flächeninhalt
(1) Gegebene Werte notieren	$d = 5,6 \text{ cm}$	$r = 2,8 \text{ cm}$
(2) Formel notieren, evtl. umformen	$u = \pi \cdot d$	$A = \pi \cdot r^2$
(3) Werte einsetzen, berechnen	$u = \pi \cdot 5,6 \text{ cm}$ $\approx 17,6 \text{ cm}$	$A = \pi \cdot (2,8 \text{ cm})^2$ $\approx 24,6 \text{ cm}^2$

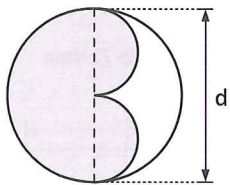
2 Berechne die gesuchte Größe bei einem Kreis. Runde sinnvoll.

- | | | | |
|--|--|---|--|
| a) $u = 19,5 \text{ cm}$
gesucht: d | b) $A = 78,5 \text{ cm}^2$
gesucht: r | c) $u = 2,51 \text{ m}$
gesucht: r | d) $A = 33,20 \text{ m}^2$
gesucht: d |
| (2) $u = \pi \cdot d$
$d =$ | _____ | _____ | _____ |
| (3) $d =$ | _____ | _____ | _____ |

3 Berechne für einen Halbkreis mit $d = 6,4 \text{ cm}$

- | | |
|---------------------|----------------------------|
| a) den Umfang u ; | b) den Flächeninhalt A . |
| (1) _____ | (1) _____ |
| (2) _____ | (2) _____ |
| (3) _____ | (3) _____ |

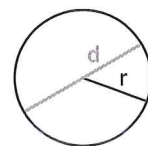
4 ☆ Berechne für die graue Figur.



- | | |
|---------------------|----------------------------|
| a) den Umfang u ; | b) den Flächeninhalt A . |
| _____ | _____ |
| _____ | _____ |
| _____ | _____ |
| _____ | _____ |



Kreis



Durchmesser d

Radius r

$$d = 2 \cdot r$$



Umfang u

$$u = \pi \cdot d$$

oder

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Flächeninhalt A

$$A = \pi \cdot r^2$$

oder

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$$

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$



Die Kreiszahl π

π (sprich: Pi) ist eine mathematische Konstante. π beschreibt das Verhältnis des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser. $\pi = 3,14159 \dots$



zu 1 bis 4

0,4; 5,0; 6,2; 6,5; 10,1;

13,2; 13,9; 16,1; 18,8; 21,2

1.1 Berechne den Umfang u und Flächeninhalt A eines Kreises.

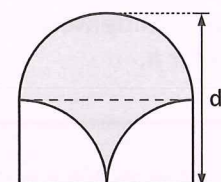
- a) $r = 8 \text{ cm}$ b) $d = 1,20 \text{ m}$ c) $r = 12,5 \text{ cm}$

2.1 Berechne die gesuchten Größen bei einem Kreis.

- a) gegeben: $u = 40,8 \text{ cm}$; gesucht: r und A
 b) gegeben: $A = 113,1 \text{ cm}^2$; gesucht: d und u
 c) gegeben: $d = 1,25 \text{ m}$; gesucht: u und A

3.1 Berechne den Umfang u und den Flächeninhalt A eines Viertelkreises mit $r = 7 \text{ cm}$.

4.1 ☆ Berechne den Umfang u und den Flächeninhalt A der grauen Figur.



Kreisausschnitt, Kreisbogen und Kreisring berechnen

1 Berechne von einem Kreisausschnitt

a) den Flächeninhalt A;

(1) $r = 8,2 \text{ cm}$
 $\alpha = 110^\circ$

(2) _____

(3) _____

b) den Kreisbogen b.

(1) $r = 8,2 \text{ cm}$
 $\alpha = 110^\circ$

(2) _____

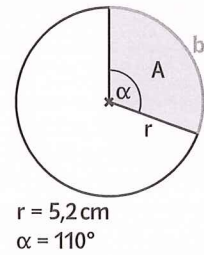
(3) _____

Flächeninhalt A des Kreisausschnitts berechnen

(1) Gegebene Werte notieren $r = 5,2 \text{ cm}$
 $\alpha = 110^\circ$

(2) Formel notieren, evtl. umformen $A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$

(3) Werte einsetzen, berechnen $A = \frac{110^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (5,2 \text{ cm})^2$
 $\approx 26,0 \text{ cm}^2$



2 Berechne die gesuchte Größe von einem Kreisausschnitt. Runde sinnvoll.

a) $r = 8,2 \text{ cm}$
 $b = 10,0 \text{ cm}$
gesucht: α

(2) _____

(3) _____

b) $\alpha = 130^\circ$
 $A = 30,7 \text{ cm}^2$
gesucht: r

c) $\alpha = 200^\circ$
 $b = 29,7 \text{ cm}$
gesucht: r

3 Berechne den Flächeninhalt A des Kreisrings.

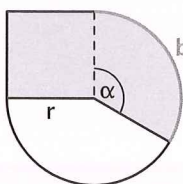
a) $d_1 = 8,2 \text{ cm}$
 $d_2 = 5,6 \text{ cm}$

(2) _____

(3) _____

b) $r_1 = 6,30 \text{ m}$
 $r_2 = 4,25 \text{ m}$

4 ☆ Berechne für die graue Figur



$\alpha = 120^\circ$
 $r = 6,0 \text{ cm}$

a) den Umfang u;

b) den Flächeninhalt A.



Kreisbogen b berechnen

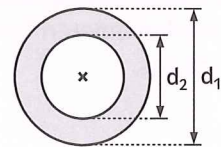
(1) $r = 5,2 \text{ cm}$
 $\alpha = 110^\circ$

(2) $b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi \cdot r$

(3) $b = \frac{110^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \cdot 5,2 \text{ cm}$
 $\approx 10,0 \text{ cm}$



Flächeninhalt des Kreisrings berechnen



d_1 Durchmesser äußerer Kreis

d_2 Durchmesser innerer Kreis

$A = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_2^2)$

oder

r_1 Radius äußerer Kreis

r_2 Radius innerer Kreis

$A = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$

1.1 Berechne den Flächeninhalt A und den Kreisbogen b eines Kreisausschnittes.

a) $r = 5,8 \text{ cm}$; $\alpha = 75^\circ$

c) $\alpha = 125^\circ$; $r = 80 \text{ cm}$

b) $r = 1,25 \text{ m}$; $\alpha = 100^\circ$

d) $d = 200 \text{ mm}$; $\alpha = 45^\circ$

2.1 Berechne alle übrigen Größen des Kreisausschnittes.

a) $r = 12 \text{ cm}$; $A = 94,2 \text{ cm}^2$

c) $\alpha = 50^\circ$; $A = 31,5 \text{ cm}^2$

b) $r = 0,75 \text{ m}$; $b = 1,70 \text{ m}$

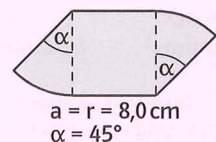
d) $\alpha = 250^\circ$; $b = 52,4 \text{ cm}$

3.1 Berechne den Flächeninhalt A des Kreisrings.

a) $d_1 = 8 \text{ cm}$; $d_2 = 5 \text{ cm}$

b) $r_1 = 12 \text{ cm}$; $r_2 = 7 \text{ cm}$

4.1 ☆ Berechne den Umfang u und den Flächeninhalt A der grauen Figur.



Sachaufgaben zu Kreisteilen berechnen

1 Berechne die Aufgabe im Kasten.

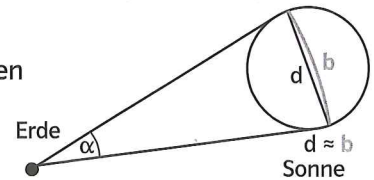
- (1) _____
 (2) _____
 (3) _____

 (4) _____

Sachaufgaben zu Kreisberechnungen lösen

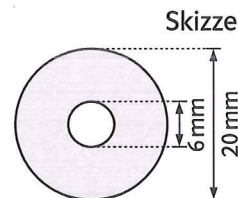
Die Sonne ist ungefähr 150 000 000 km von der Erde entfernt. Man sieht sie von der Erde aus unter einem Winkel von $\alpha = 0,53^\circ$. Bestimme den Durchmesser d der Sonne. Die Länge von d ist ungefähr gleich der Länge vom Bogen b .

- (1) Gegebene Werte notieren
 (2) Formel notieren, evtl. umformen
 (3) Werte einsetzen, berechnen
 (4) Antwort notieren



2 Zur besseren Druckverteilung werden bei Schraubverbindungen oft Unterlegscheiben verwendet. Berechne den Flächeninhalt der Scheibe.

- (1) _____
 (2) _____
 (3) _____
 (4) _____



Formeln stehen in den Randspalten der vorherigen Seiten und in der Formelsammlung Seite 87/88

3 ☆ Ein Brunnen hat einen äußeren Umfang von 7,54 m. Die Stärke der Brunnenwand beträgt 0,25 m. Berechne den inneren Durchmesser des Brunnens.

Skizze

4 ☆ Aus einem quadratischen Blech mit $a = 12$ cm soll ein möglichst großer 2,5 cm breiter Kreisring ausgeschnitten werden. Wie viel cm^2 Blech bleiben als Verschnitt übrig?

Skizze



Skizzen können helfen

5 Ein Rohr hat einen Innendurchmesser von 100 mm und eine Wandstärke von 8 mm. Berechne den äußeren Umfang des Rohres.

6 Eine Unterlegscheibe soll den Flächeninhalt 250 mm^2 haben. Bestimme den Außendurchmesser zum Innendurchmesser.
 a) 5 mm. b) 6 mm. c) 7 mm. d) 4 mm.

7 Uwe legt während einer Radtour eine Strecke von 35,6 km zurück. Wie viele Umdrehungen machen dabei die beiden Räder des Fahrrades (Außendurchmesser 716 mm)?

8 ☆ Berechne die Entfernung zweier Punkte auf dem Äquator (Erdradius $r = 6378$ km). Der Winkel im Erdmittelpunkt zwischen den Längengraden der beiden Punkte beträgt 5° .

9 ☆ Der Umfang eines Quadrates und eines Kreises beträgt jeweils 160 cm. Berechne und vergleiche die Flächeninhalte der beiden Figuren.

10 Der Wurfbereich beim Kugelstoßen hat die Form eines Kreisausschnittes. Der Winkel beträgt 65° , der Radius 1,067 m. Welche innere und welche äußere Länge hat der 10 cm breite Balken? Vergleiche die Längen.

Umfang und Flächeninhalt von Kreisen berechnen, Seite 72

1 a)

- (1) $d = 4,2 \text{ cm}$
 (2) $u = \pi \cdot d$
 (3) $u = \pi \cdot 4,2 \text{ cm}$
 $u \approx 13,2 \text{ cm}$

2 a)

- (2) $u = \pi \cdot d$
 $d = \frac{u}{\pi}$
 (3) $d = \frac{19,5 \text{ cm}}{\pi}$
 $d \approx 6,2 \text{ cm}$

c)

- (2) $u = 2 \cdot \pi \cdot r$
 $r = \frac{u}{2 \cdot \pi}$
 (3) $r = \frac{2,51 \text{ m}}{2 \cdot \pi}$
 $r \approx 0,40 \text{ m}$

3 a)

- (1) $d = 6,4 \text{ cm}$
 (2) $u = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d$
 (3) $u = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 6,4 \text{ cm}$
 $\approx 10,1 \text{ cm}$

4 a)

- $u = u_{\text{Halbkreis}} + u_{\text{Kleiner Kreis}}$
 $u_{\text{Halbkreis}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 6 \text{ cm} \approx 9,4 \text{ cm}$
 $u_{\text{Kleiner Kreis}} = \pi \cdot 3 \text{ cm} \approx 9,4 \text{ cm}$
 $u = 9,4 \text{ cm} + 9,4 \text{ cm}$
 $= 18,8 \text{ cm}$

- 1.1 a) $u = 50,3 \text{ cm}$ $A = 201,1 \text{ cm}^2$
 b) $u = 3,77 \text{ m}$ $A = 1,13 \text{ m}^2$
 c) $u = 78,5 \text{ cm}$ $A = 490,9 \text{ cm}^2$

- 2.1 a) $r = 6,5 \text{ cm}$ $A = 132,7 \text{ cm}^2$
 b) $d = 12,0 \text{ cm}$ $u = 37,7 \text{ cm}$
 c) $u = 3,93 \text{ m}$ $A = 1,23 \text{ m}^2$

- 3.1 $u = \frac{1}{2} \pi r + 2r = 25,0 \text{ cm}$
 $A = \pi r^2 = 38,5 \text{ cm}^2$

- 4.1 $u = \pi d$
 $A = 2r^2 = \frac{1}{2} \cdot d^2$

Kreisausschnitt, Kreisbogen und Kreisring berechnen, Seite 73

1 a)

- (2) $A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$
 (3) $A = \frac{110^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (8,2 \text{ cm})^2$
 $A \approx 64,5 \text{ cm}^2$

2 a)

- (2) $b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi \cdot r$
 $\alpha = \frac{b \cdot 180^\circ}{\pi \cdot r}$
 (3) $\alpha = \frac{10,0 \text{ cm} \cdot 180^\circ}{\pi \cdot 8,2 \text{ cm}}$
 $\alpha \approx 69,9^\circ$

b)

- (1) $r = 2,1 \text{ cm}$
 (2) $A = \pi \cdot r^2$
 (3) $A = \pi \cdot (2,1 \text{ cm})^2$
 $A \approx 13,9 \text{ cm}^2$

b)

- (2) $A = \pi \cdot r^2$
 $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$
 (3) $r = \sqrt{\frac{78,5 \text{ cm}^2}{\pi}}$
 $r \approx 5,0 \text{ cm}$

d)

- (2) $A = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$
 $d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$
 (3) $d = \sqrt{\frac{4 \cdot 33,2}{\pi}}$
 $d \approx 6,50 \text{ m}$

b)

- (1) $r = 3,2 \text{ cm}$
 (2) $A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2$
 (3) $A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (3,2 \text{ cm})^2$
 $\approx 16,1 \text{ cm}^2$

b)

- $A = A_{\text{Halbkreis}} + A_{\text{Kleiner Kreis}}$
 $A_{\text{Halbkreis}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 \approx 14,1 \text{ cm}^2$
 $A_{\text{Kleiner Kreis}} = \pi \cdot (1,5 \text{ cm})^2 \approx 7,1 \text{ cm}^2$
 $A = 14,1 \text{ cm}^2 + 7,1 \text{ cm}^2$
 $= 21,2 \text{ cm}^2$

c)

- (2) $b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi \cdot r$
 $r = \frac{b \cdot 180^\circ}{\alpha \cdot \pi}$
 (3) $r = \frac{29,7 \text{ cm} \cdot 180^\circ}{200^\circ \cdot \pi}$
 $r \approx 8,5 \text{ cm}$

3 a)

- (2) $A = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_2^2)$
 (3) $A = \frac{\pi}{4} \cdot ((8,2 \text{ cm})^2 - (5,6 \text{ cm})^2)$
 $A \approx 28,2 \text{ cm}^2$

b)

- (2) $A = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$
 (3) $A = \pi \cdot ((6,30 \text{ m})^2 - (4,25 \text{ m})^2)$
 $A \approx 67,9 \text{ m}^2$

4 a)

- $u = 4 \cdot r + b$
 $b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi \cdot r$
 $b = \frac{120^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \cdot 6,0 \text{ cm}$
 $b \approx 12,6 \text{ cm}$
 $u \approx 24,0 \text{ cm} + 12,6 \text{ cm} = 36,6 \text{ cm}$

b)

- $A = r^2 + \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$
 $A = (6,0 \text{ cm})^2 + \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (6,0 \text{ cm})^2$
 $A = 36 \text{ cm}^2 + 37,7 \text{ cm}^2$
 $A \approx 73,7 \text{ cm}^2$

1.1 a) $A = 22,0 \text{ cm}^2$

- b) $A = 1,36 \text{ m}^2$ $b = 2,18 \text{ m}$
 c) $A = 6981,3 \text{ cm}^2$ $b = 174,5 \text{ cm}$
 d) $A = 785 \text{ mm}^2$ $b = 78,5 \text{ mm}$

2.1 a) $\alpha = 75^\circ$

- b) $\alpha = 129,9^\circ$ $b = 15,7 \text{ cm}$
 c) $r = 8,5 \text{ cm}$ $A = 0,64 \text{ m}^2$
 d) $r = 12,0 \text{ cm}$ $b = 7,4 \text{ cm}$
 $A = 314,2 \text{ cm}^2$

3.1 a) $A = 30,6 \text{ cm}^2$

b) $A = 298,5 \text{ cm}^2$

4.1 $u = 44,6 \text{ cm}$ $A = 114,3 \text{ cm}^2$

Sachaufgaben zu Kreisteilen berechnen, Seite 74

1 (1) $\alpha = 0,53^\circ$; $r = 150\,000\,000 \text{ km}$

(2) $b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi \cdot r$

- (3) $b = \frac{0,53^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \cdot 150\,000\,000 \text{ km}$
 $\approx 1400\,000 \text{ km}$

(4) Der Durchmesser beträgt $\approx 1400\,000 \text{ km}$.

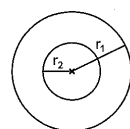
2 (1) Kreisring: $d_1 = 20 \text{ mm}$; $d_2 = 6 \text{ mm}$

(2) $A = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_2^2)$

(3) $A = \frac{\pi}{4} \cdot ((20 \text{ mm})^2 - (6 \text{ mm})^2) \approx 286 \text{ mm}^2$

(4) Der Flächeninhalt beträgt etwa 286 mm^2 .

3 Skizze



$$r_1 - r_2 = 0,25 \text{ m}$$

$$u_1 = 7,54 \text{ m}$$

$$u_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1; r_1 = \frac{u_1}{2 \cdot \pi} = \frac{7,54 \text{ m}}{2 \cdot \pi} \approx 1,20 \text{ m}$$

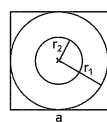
$$r_2 = r_1 - 0,25 \text{ m} \approx 1,20 \text{ m} - 0,25 \text{ m} = 0,95 \text{ m}$$

$$d_2 = 2 \cdot r_2 = 2 \cdot 0,95 \text{ m} \approx 1,90 \text{ m}$$

Der innere Durchmesser beträgt $1,90 \text{ m}$.

40 Lösungen

4 Skizze



$$a = 12 \text{ cm}$$

$$r_1 - r_2 = 2,5 \text{ cm}$$

$$r_1 = \frac{1}{2} \cdot a = 6 \text{ cm}$$

$$r_2 = r_1 - 2,5 \text{ cm} = 6 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} = 3,5 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2) = \pi \cdot ((6 \text{ cm})^2 - (3,5 \text{ cm})^2)$$

$$\approx 74,6 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Quadrat}} = a^2 = (12 \text{ cm})^2 = 144 \text{ cm}^2$$

$$\text{Verschnitt} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Kreisring}} \approx 69,4 \text{ cm}^2$$

5 Der äußere Umfang beträgt 364 mm .

- 6 a) $d_2 = 5 \text{ mm}$ $d_1 = 18,5 \text{ mm}$ b) $d_2 = 6 \text{ mm}$ $d_1 = 18,8 \text{ mm}$
 c) $d_2 = 7 \text{ mm}$ $d_1 = 19,2 \text{ mm}$ d) $d_2 = 4 \text{ mm}$ $d_1 = 18,3 \text{ mm}$

7 Eine Umdrehung ist rund $2,25 \text{ m}$ lang.
 Die Anzahl der Umdrehungen beträgt $15\,822$.

8 Die Entfernung der Punkte beträgt 557 km .

9 $u_0 = 4 \cdot a \Rightarrow a = 40 \text{ cm}$

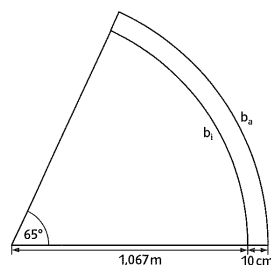
$$A_0 = 1600 \text{ cm}^2$$

$$u_K = 2 \pi \cdot r \Rightarrow r = 25,47 \text{ cm}$$

$$A_K = 2038 \text{ cm}^2$$

Bei gleichem Umfang ist der Flächeninhalt des Kreises wesentlich größer als beim Quadrat.

10



innere Länge: $b_1 = 1,21 \text{ m}$
 äußere Länge: $b_a = 1,32 \text{ m}$