Abschlussrunde

1 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $24x + 13 - 9x - 22 - 16x + 8$
b) $8\,(4x - 2x) - (3x + 12) \cdot 2$
c) $(x - 5) \cdot (7 + y) - 8 + 6z$
d) $4\,(\frac{4}{5}y + 6) - (\frac{3}{10}y - 6) \cdot 5$

2 Bestimme die Variable.

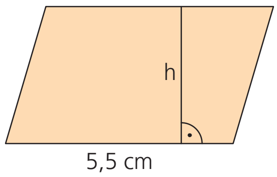
a) $42y - (3 + 21y) \cdot 3 + 6 = 6 - y - 4$
b) $\frac{2x - 3}{2} + 3{,}5 = \frac{4}{3} \cdot (2x + 3) - x - \frac{x + 6}{2}$

3 Ermittle jeweils die Lösungsmenge.

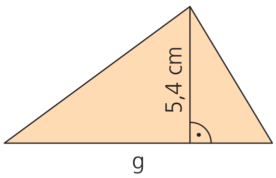
a) $8x^2 - 3{,}5 = 14{,}5$
b) $4y^2 + 8 = 8$
c) $2x^2 + 20 = -108$

4 Berechne die fehlende Größe.

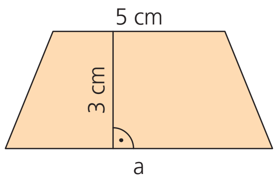
a) $A = 49{,}5\ \text{cm}^2$



b) $A = 20{,}52\ \text{cm}^2$

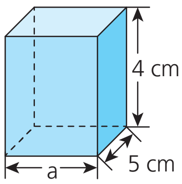


c) $A = 40{,}5\ \text{cm}^2$

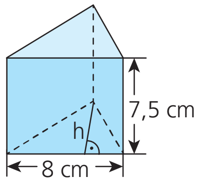


5 Jeder der abgebildeten Körper hat ein Volumen von $120\ \text{cm}^3$. Notiere jeweils die Formel für die Volumenberechnung des Körpers und berechne die gesuchte Größe.

a)



b)



6 Löse mithilfe einer Gleichung.
In der Diskothek Moonlight wurde eine Befragung zum Musikgeschmack der Gäste mit folgendem Ergebnis durchgeführt: Ein Sechstel der Befragten bevorzugt Metal, ein Drittel hört am liebsten Rockmusik. Für Hip Hop stimmten 28 Gäste mehr als für Rockmusik, die restlichen 38 mögen Techno. Wie viele der befragten Gäste entschieden sich jeweils für die einzelnen Musikrichtungen?

7 Löse das Gleichungssystem rechnerisch mit einem Lösungsverfahren deiner Wahl.

a) I $x + 3y = 57$
II $3x - 6y = -54$

b) I $2x + 3y = 9$
II $-3x + 2y = 19$

c) I $3y = x + 16$
II $8y = 10x + 28$

8 Bestimme den Definitionsbereich und löse.

a) $\frac{20}{x} - 13 = -9$
b) $\frac{2}{x} + 2 = \frac{1}{2x} + 2{,}75$
c) $\frac{4}{3x - 9} = \frac{13}{x - 3} + 1$

9 a) Frau Fischer bezahlt für 5 kg Äpfel und 3 kg Orangen 9,40 €, Herr Schirrmacher für 2 kg Äpfel und 1,5 kg Orangen 4,15 €. Berechne jeweils den Preis pro Kilogramm.

b) Verlängert man in einem Dreieck die Grundseite um 5 cm und die Höhe um 2 cm, so wird der Flächeninhalt um $65\ \text{cm}^2$ größer. Wird dieselbe Seite um 3 cm vergrößert und die Höhe um 2 cm verkleinert, so entsteht ein Dreieck, dessen Flächeninhalt $7\ \text{cm}^2$ kleiner ist als der des ursprünglichen Dreiecks. Berechne die Länge der Grundseite und der Höhe.

Zahlen und Operationen

1 Stelle Rechenfragen und beantworte sie.

a) Ein E-Bike für 2 180 € wird mit 19 % Nachlass angeboten.

b) Von einer Radtour hat Julian schon 80 % der Strecke zurückgelegt. Das sind 68 km.

c) Eine Sitzgarnitur für 2 024 € wird um 15 % billiger angeboten. Herr Prey erhält bei Barzahlung zudem noch 3 % Skonto.

2 Berechne die Zinsen für folgende Geldanlagen.

a) 6 500 € zu 0,8 % für 6 Monate

b) 1 640 € zu 0,5 % für 9 Monate

c) 1 932 € zu 0,6 % für 110 Tage

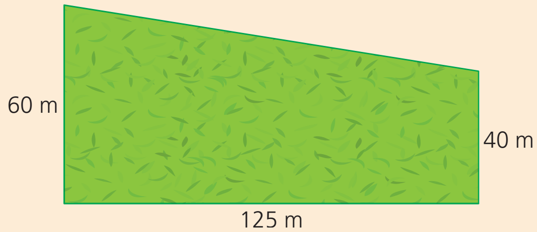
d) 7 900 € zu 0,9 % für 315 Tage

3 Für Pia wurden bei ihrer Geburt 5 000 € zu einem Zinssatz von 0,95 % angelegt, wobei die jährlichen Zinsen mitverzinst werden. Berechne das Guthaben nach 18 Jahren.

Größen und Messen

1 a) Wie groß ist die Weidefläche?

b) Wie viele Meter Elektroband sind nötig, um die Weide doppelt zu umspannen?

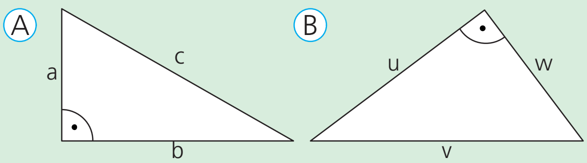


2 Berechne fehlende Angaben der regelmäßigen Vielecke. Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

	Fünfeck	Achteck
Höhe Bestimmungsdreieck	50 cm	■
Seitenlänge	70 cm	■
Umfang	■	80 m
Flächeninhalt	■	482,84 m^2

Raum und Form

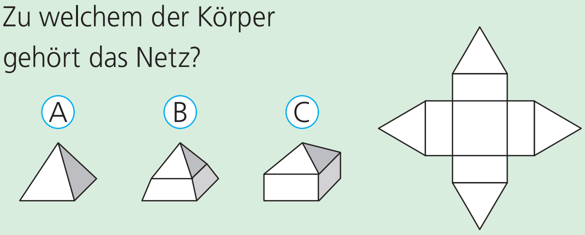
1 a) Wie lautet der Satz des Pythagoras mit den jeweils vorgegebenen Dreiecksseiten?



b) Welches der angegebenen Dreiecke ist rechtwinklig? Begründe durch Rechnung.

	Seite a	Seite b	Seite c
A	9 cm	25 cm	36 cm
B	4 dm	3 dm	5 dm
C	60 m	10 m	80 m

2 Zu welchem der Körper gehört das Netz?



Funktionaler Zusammenhang

1 Die Grundgebühr eines Taxiunternehmers beträgt 3 €. Vervollständige die Tabelle.

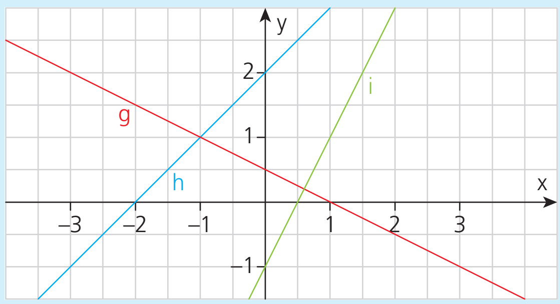
Fahrstrecke (km)	0	2	4	8
Kilometerkosten (€)	■	3	■	■
Gesamtkosten (€)	3	■	■	■

2 Berechne die fehlenden Werte entsprechend der Rechenvorschrift.

$y = 1{,}2 \cdot x$

x	–5	0	1	■
y	■	■	■	4,8

3 Gib jeweils die Funktionsgleichung an.



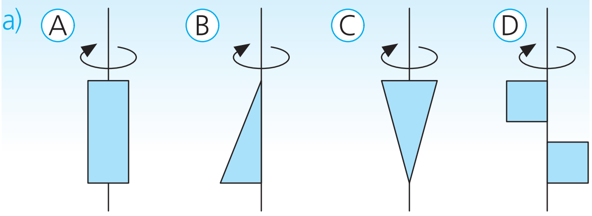
Aufwärmrunde

So schätze ich meine Leistung ein.

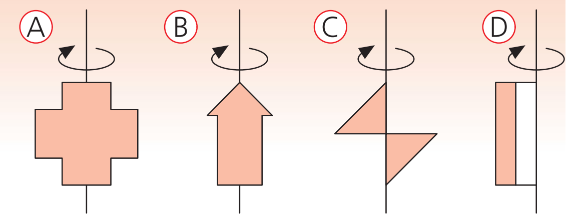
1 Körper erkennen

Benenne die Körper, die jeweils bei der Drehung um die Achse entstehen.

a)

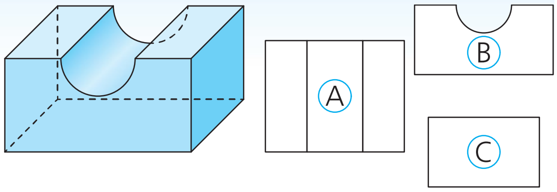


b)

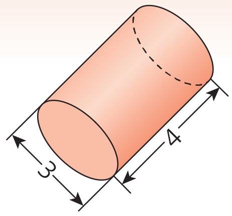


2 Ansichten von Körpern kennen und Schrägbildskizzen zeichnen

a) Welche Ansicht zeigt den Körper von vorne, von oben, von der Seite? Ordne zu.

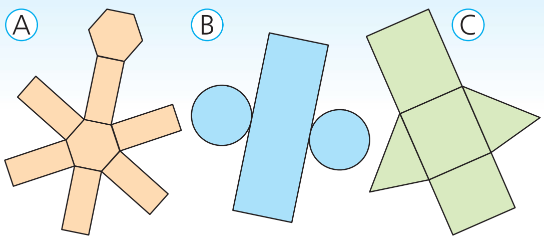


b) Zeichne die Schrägbildskizze, wenn der Zylinder auf der Grundfläche steht (Maße in cm).

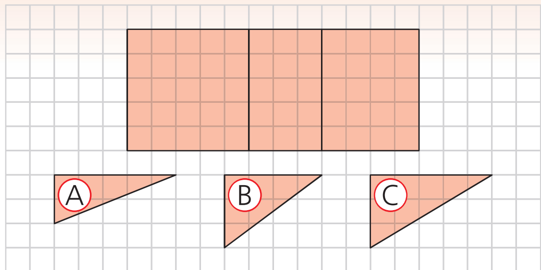


3 Körpernetze kennen und zeichnen

a) Welche Körper entstehen aus den Netzen?

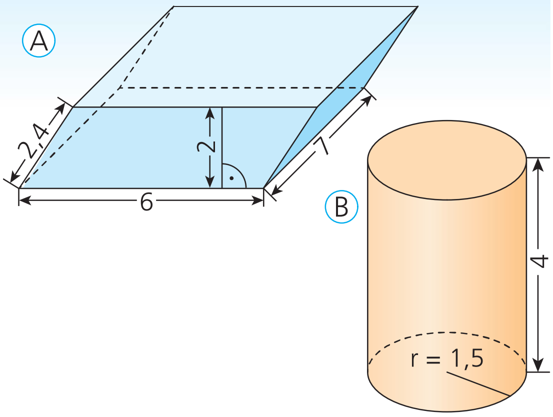


b) Welches Dreieck passt für das Netz dieses Prismas? Wähle aus und zeichne das Netz.



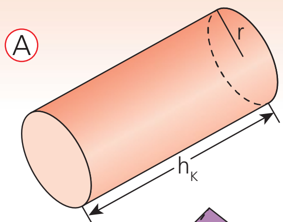
4 Volumen und Oberflächeninhalt von Prismen und Zylindern berechnen

a) Berechne jeweils das Volumen (Maße in cm).

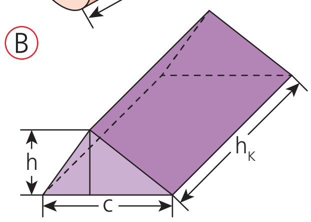


b) Berechne jeweils den fehlenden Wert.

r	3 cm
h_K	■
V_Z	769,3 cm^3
O_Z	■



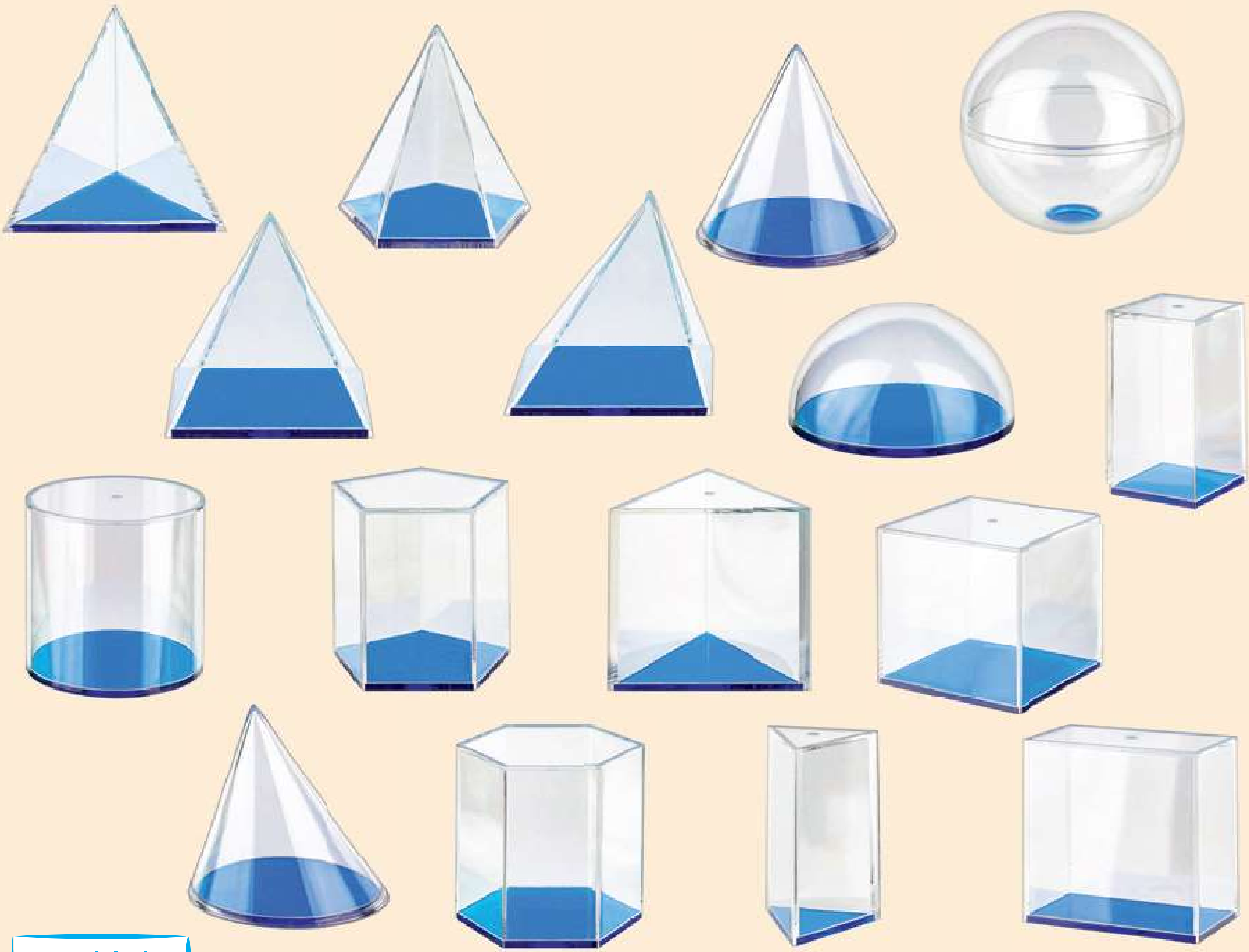
h	■
c	5 cm
h_K	13 cm
V_{Pr}	169 cm^3
O_{Pr}	■



5 Geometrie 2

Einstieg

Im Lehrmittelzimmer einer Mittelschule befindet sich diese Sammlung von Körpermodellen.
- Welche Körper erkennst du?
- Wie könnte man die Modelle ordnen? Findet verschiedene Möglichkeiten.
- Beschreibe einen Körper mit seinen Eigenschaften. Dein Partner soll ihn erraten.
- Findet selbst Fragen oder Aufgaben zu den Körpern und beantwortet bzw. bearbeitet diese.



Ausblick

In diesem Kapitel lernst du
- Eigenschaften von Pyramiden und Kegeln kennen.
- Schrägbildskizzen von Pyramiden und Kegeln zu erstellen und zu beschriften.
- das Volumen von Prismen, Pyramiden, Kegeln und daraus zusammengesetzten Körpern zu berechnen.
- den Oberflächeninhalt von Pyramiden und Kegeln zu berechnen.
- sach- und berufsbezogene Aufgaben zu lösen.
- das räumliche Vorstellungsvermögen zu schulen.

Pyramiden und Kegel untersuchen und beschreiben

A

B

C

D

E

F

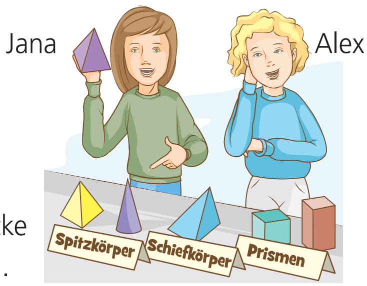
G

H

I

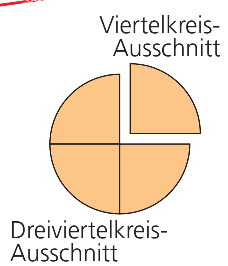
J


1 a) Benenne die Gegenstände. Welche Grundkörper entdeckst du?
b) Nenne weitere Beispiele für Grundkörper aus dem Klassenzimmer, von zu Hause, aus deiner Umgebung.



2 a) Wie ordnen Jana und Alex die Körper?
b) Welche Körper könnten noch zugeordnet werden? Begründe.

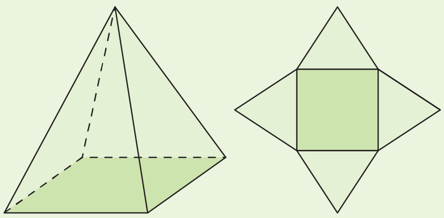
TIPP!



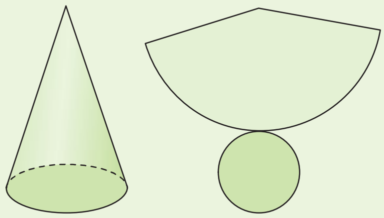
3 a) Schneidet vier deckungsgleiche gleichschenklige Dreiecke aus. Klebt diese zu einem Pyramidenmantel zusammen. Welche Pyramidenform entsteht? Vergleicht und benennt Unterschiede.
b) Wie müssten die Dreiecke aussehen, damit man einen Mantel für eine rechteckige Pyramide basteln könnte? Probiere und vergleiche ebenso.

4 Zeichne einen Kreis beliebiger Größe. Schneide so, dass du einen Viertelkreis- sowie einen Dreiviertelkreis-Ausschnitt erhältst. Klebe sie jeweils zu einem Kegelmantel zusammen. Vergleiche mit deinem Partner und erklärt Unterschiede.

Pyramide
Kegel



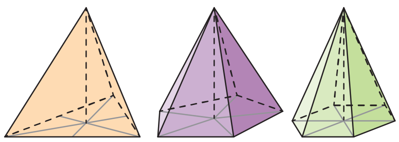
Eine Pyramide ist ein Körper, dessen Grundfläche ein Vieleck ist und dessen Mantelfläche aus Dreiecken besteht.

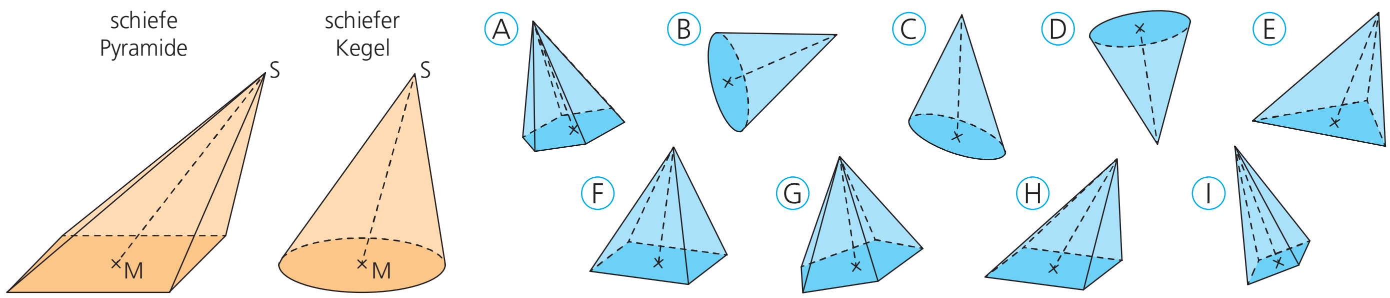


Ein Kegel ist ein Körper, dessen Grundfläche ein Kreis ist. Die Mantelfläche ist ein Kreisausschnitt.

Bei geraden Pyramiden und geraden Kegeln befindet sich die Spitze der Körper jeweils senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche.

5 Pyramiden werden nach der Form ihrer Grundfläche benannt. Beschreibe die dreieckige, die fünfeckige sowie die sechseckige Pyramide. Was kannst du jeweils über die Mantelfläche aussagen?





6 a) Welche besondere Eigenschaft haben schiefe Spitzkörper im Unterschied zu geraden? Vergleiche mit dem Merkkasten auf der Vorseite.

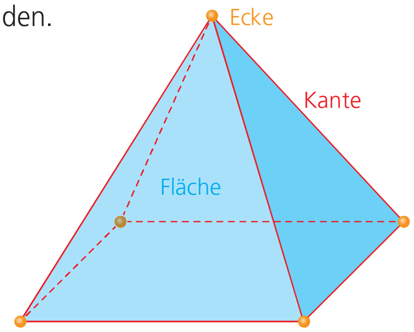
b) Finde bei den Körperabbildungen Ⓐ bis Ⓘ gerade und schiefe Pyramiden und Kegel. Begründe.

7 a) Übertrage die Tabelle ins Heft und vervollständige sie.

b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Grundflächenform und der Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen? Erkläre.

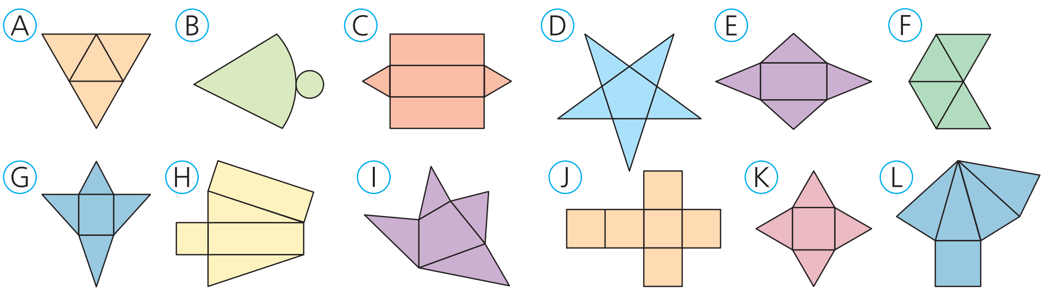
c) Erstelle die Tabelle entsprechend für schiefe Pyramiden.

Grundfläche der Pyramide	Anzahl		
	Ecken	Kanten	Flächen
Dreieck	4	■	■
Viereck	■	8	■
Fünfeck	■	■	6
Sechseck	■	■	■
Siebeneck	■	■	■

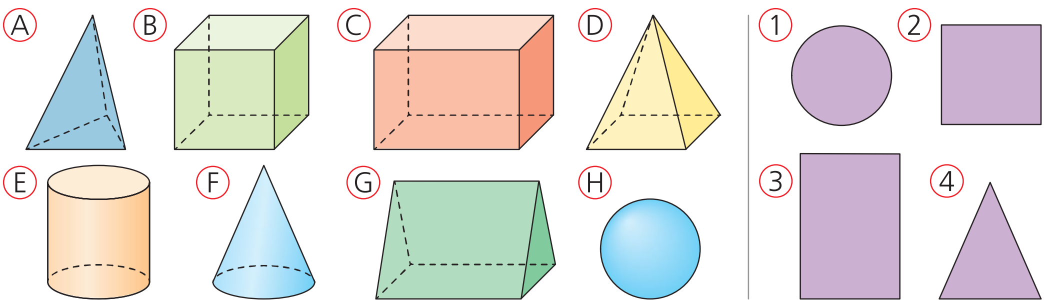


8 a) Welche Netze lassen sich zu Körpern falten? Benenne die Körper.

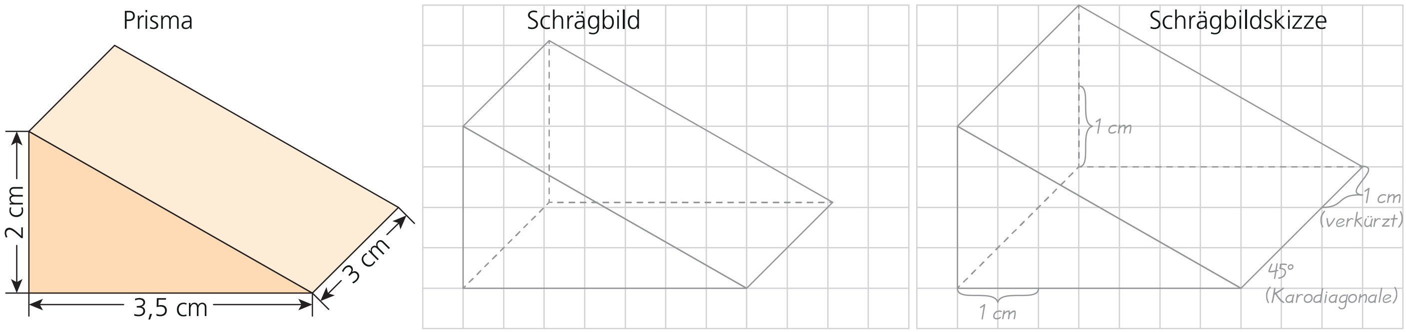
b) Welche Netze ergeben Prismen, welche Spitzkörper? Begründe.



9 Welche Ansichten passen zu den geometrischen Körpern, wenn diese von oben (vorne; der Seite) gesehen werden?



Schrägbildskizzen von Pyramide und Kegel zeichnen



Kanten nach hinten in halber Länge und im Winkel von 45° (Karodiagonale) zeichnen

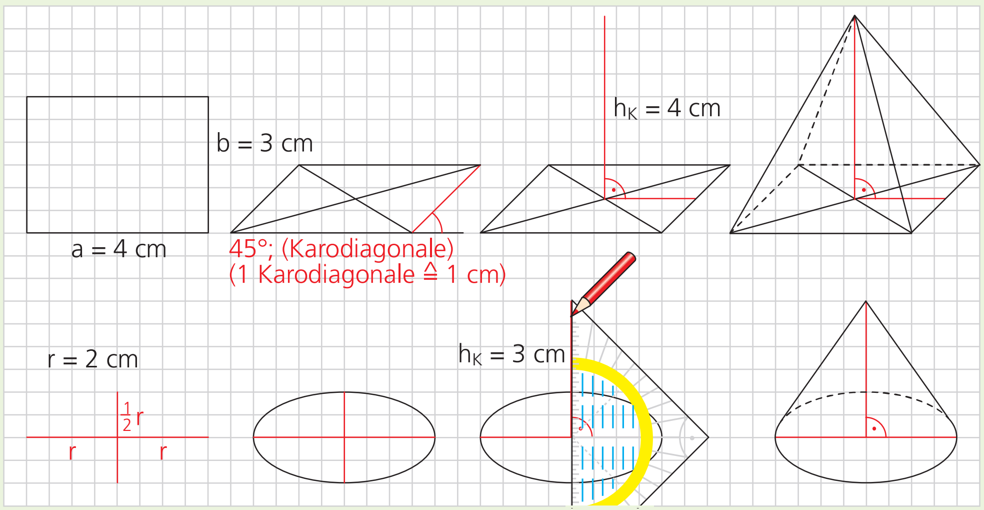
Kanten nach hinten verkürzt (1 Karodiagonale ≙ 1 cm)

1 a) Welche Unterschiede zwischen Schrägbild und Schrägbildskizze erkennst du?
b) Zeichne das Schrägbild und die Schrägbildskizze wie angegeben.
c) Zeichne die Schrägbildskizze in doppelter Größe.

2 Versuche nun Schrägbildskizzen einer quadratischen Pyramide (a = 4 cm; h_K = 4,5 cm) und eines Kegels (r = 2 cm; h_K = 4,5 cm) zu zeichnen. Beschreibe dein Vorgehen.

Schrägbildskizze Pyramide

Schrägbildskizze Kegel



TIPP!

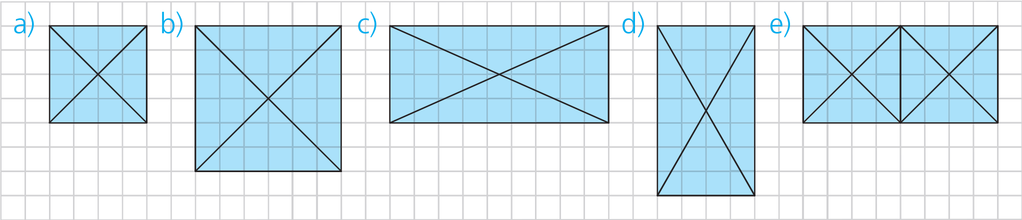
Ellipse skizzieren: Zeichne zuerst links und rechts außen kleine Bögen.

3 Zeichne Schrägbildskizzen mit den Vorgaben aus dem Merkkasten.

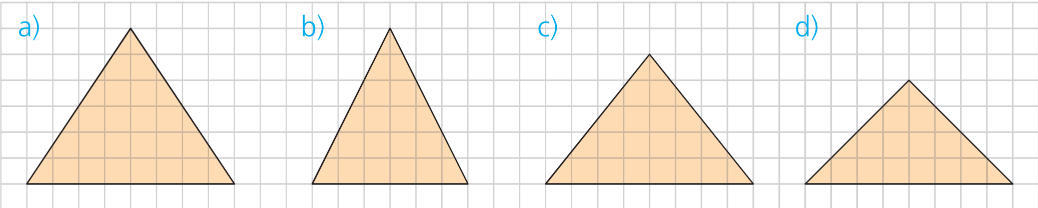
4 Zeichne Schrägbildskizzen folgender Pyramiden (Maße in cm).
a) rechteckige Grundfläche: (A) a = 2,5; b = 5; h_K = 6 (B) a = 4,5; b = 8; h_K = 5,5 (C) a = 3,5; b = 4; h_K = 7,3 (D) a = 6; b = 3; h_K = 8,5
b) quadratische Grundfläche: (A) a = 4; h_K = 3 (B) a = 5; h_K = 6,5 (C) a = 6; h_K = 8,2 (D) a = 7; h_K = 7,5

5 Zeichne Schrägbildskizzen folgender Kegel.
a) r = 2 cm; h_K = 4 cm b) r = 4 cm; h_K = 5,5 cm c) r = 3 cm; h_K = 6 cm
d) r = 4,8 cm; h_K = 4 cm e) r = 2,6 cm; h_K = 4,2 cm f) r = 3,8 cm; h_K = 3,5 cm

6 In der Darstellung siehst du verschiedene Pyramiden in der Draufsicht. Die Höhe ist jeweils 6 cm. Zeichne die entsprechende Schrägbildskizze.

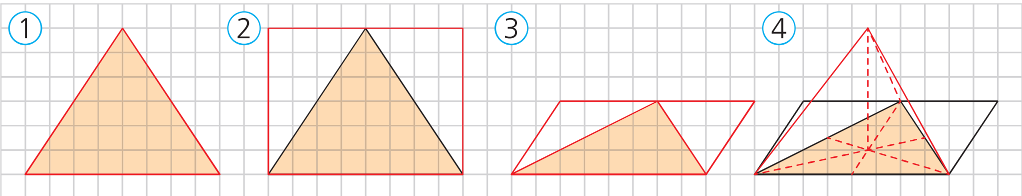


7 Dargestellt ist jeweils die Vorderansicht eines Kegels. Zeichne die entsprechende Schrägbildskizze im Maßstab 2 : 1.



8 a) Die vier Schritte verdeutlichen, wie man eine Schrägbildskizze von Pyramiden mit dreieckiger Grundfläche zeichnet. Erläutere die einzelnen Schritte.

b) Zeichne wie in der Abbildung, dann mit einer Körperhöhe von 4 cm (5,5 cm; 7 cm).



Methode

Schrägbilder mit dem Computer zeichnen

In Schreibprogrammen bieten sich Möglichkeiten, Schrägbilder digital zu erstellen. Führe die folgenden Schritte in deinem Programm durch.

Öffne im Schreibprogramm eine neue Seite.

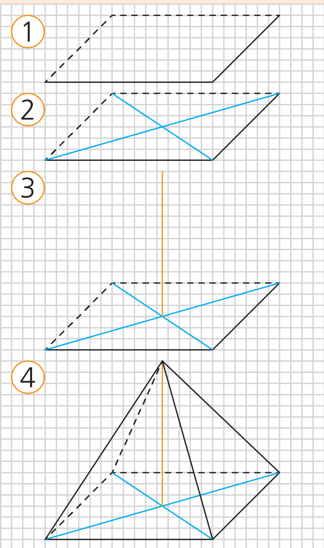
Erstelle ein Karofeld: Layout → Ausrichten → Gitternetzlinien anzeigen

Zeichne mithilfe von vier Linien eine parallelogrammförmige Grundfläche (die zwei später nicht sichtbaren Linien stricheln). Achte auf den richtigen Winkel bei den nach hinten verlaufenden Kanten. 1

Ergänze nun der Reihe nach folgende Linien:

- die beiden Grundflächendiagonalen (blau; 1 pt.) 2
- die Höhe h_K (rot; 1 pt.) 3
- die vier weiteren Kanten (schwarz; 1 pt.; die nicht sichtbare gestrichelt) 4

Probiere auch das Schrägbild eines Kegels mit deinem Schreibprogramm zu erstellen.



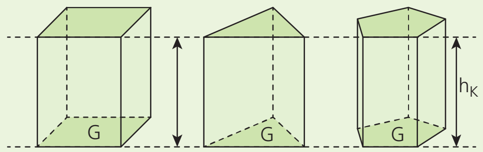
TIPP!

Für das Schrägbild eines Kegels benötigst du eine Ellipse (siehe „Formen“).

Volumen von Prismen berechnen

1 Aquarien können verschiedene Formen haben. Je nach ihrer Grundfläche bezeichnet man sie als Rechteck-, Würfel-, Zylinder- oder Sechseck-Aquarium. Auch Sonderformen sind möglich. Wie würdest du das Volumen bei jedem Aquarium bestimmen? Erkläre.

Volumen Prisma



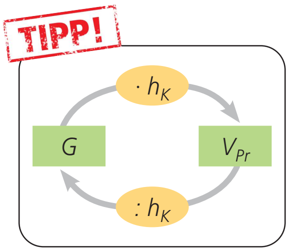
Volumen Prisma = Grundflächeninhalt mal Körperhöhe

$V_{Pr} = G \cdot h_K$

Lösungen zu 2 und 3:		
1250	840,5	87,36
576	38,5	120
1300	505,6	315
44	196	0,4
10	1,8	7

2 Berechne das Volumen folgender Körper (Angaben in cm).

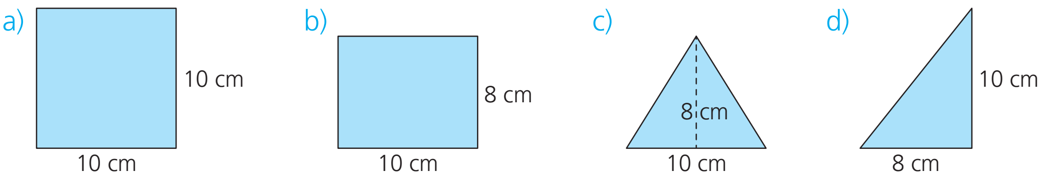
	quadratische Grundfläche	rechteckige Grundfläche	dreieckige Grundfläche
a)	$a = 10;\ h_K = 13$	$a = 10;\ b = 12;\ h_K = 4{,}8$	$g = 5;\ h = 6;\ h_K = 8$
b)	$a = 12{,}5;\ h_K = 8$	$a = 5{,}2;\ b = 2{,}4;\ h_K = 7$	$g = 1{,}4;\ h = 5;\ h_K = 11$
c)	$a = 8{,}2;\ h_K = 12{,}5$	$a = 6{,}4;\ b = 5;\ h_K = 15{,}8$	$g = 10{,}5;\ h = 8;\ h_K = 7{,}5$



3 Berechne die fehlenden Angaben.

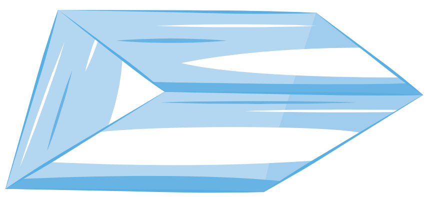
	a)	b)	c)	d)	e)	f)
G	■	■	169 cm²	225 cm²	■	■
h_K	50 cm	45 cm	■	■	4,7 m	3,6 m
V_{Pr}	500 cm³	8 820 cm³	1 183 cm³	9 900 cm³	1,88 m³	6,48 m³

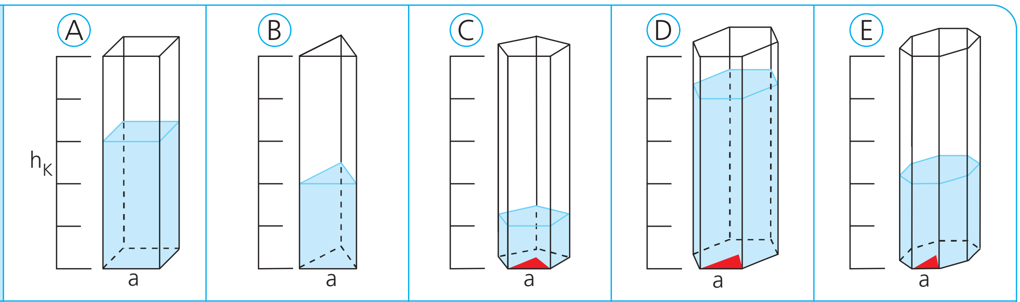
4 Die Abbildungen zeigen Grundflächen von Prismen, welche alle ein Volumen von 1 200 cm³ haben. Berechne die Höhen. Rechne geschickt.



Lösungen zu 4 und 5:		
30	12	147,88
30	15	18,9

5 Ein Prisma aus Glas (Dichte $\rho = 2{,}8\ \frac{g}{cm^3}$) hat als Grundfläche ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck. Die Länge einer Kathete beträgt 3,25 cm.
a) Wie schwer ist ein 10 cm langes Prisma?
b) Wie lang ist ein 280 g schweres Prisma?





	A	B	C	D	E
a	4 cm	4 cm	3 cm	3 cm	2 cm
h	–	3,5 cm	2,1 cm	2,6 cm	2,4 cm
h_K	7,5 cm	7,5 cm	7,5 cm	7,5 cm	7,5 cm

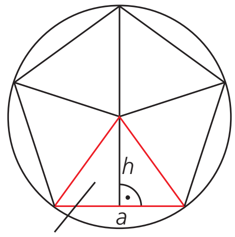
Lösungen zu 6 bis 8:

120	7	118,125
21	52,5	140,4
144	72	34,2
57,6	175,5	3 247,6
23,625	72	25

6 a) Benenne die Prismen. Welche Gemeinsamkeiten haben sie?

b) Berechne jeweils erst das Fassungsvermögen des Prismas und dann, wie viel Flüssigkeit in jedem Behälter ist.

TIPP!

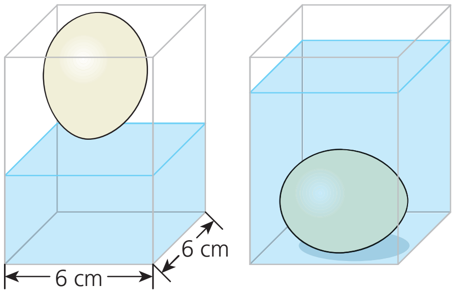


Bestimmungsdreieck

7 In einem Quader mit 6 cm Innenmaß steht das Wasser 3 cm hoch. Durch das Einlegen eines Eis steigt der Wasserstand um 2 cm.

a) Welches Volumen hat das Ei in ml (Milliliter)?

b) Wenn man zwei Wachteleier hineinlegt, steht das Wasser insgesamt 4,9 cm hoch. Berechne das Volumen eines Wachteleis.



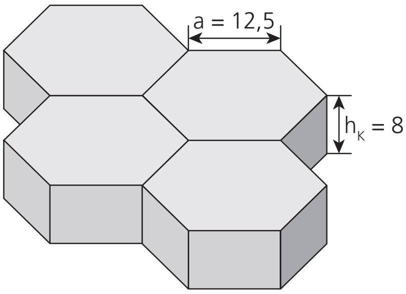
TIPP!

1 cm³ ≙ 1 ml
1 000 cm³ ≙ 1 l

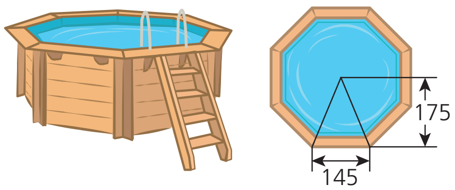
8 Die Abbildung zeigt Beton-Verbundsteine aus dem Baumarkt (Maße in cm).

a) Berechne das Volumen und das Gewicht eines Steins (Dichte $\rho = 2{,}2\ \frac{g}{cm^3}$). Runde auf ganze kg.

b) Wie viele ganze Steine benötigt man für einen Quadratmeter Pflasterfläche?



9 Der Pool hat die Form eines regelmäßigen Achtecks und ist innen 136 cm hoch. Wie viele Liter Wasser fasst er, wenn er bis 10 cm unter dem Rand gefüllt ist?

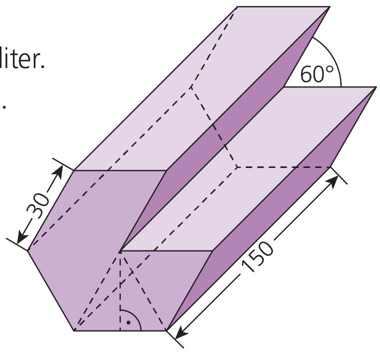


10 Besorgt euch aus der Lehrmittelsammlung der Schule verschiedene prismenförmige Füllkörper.

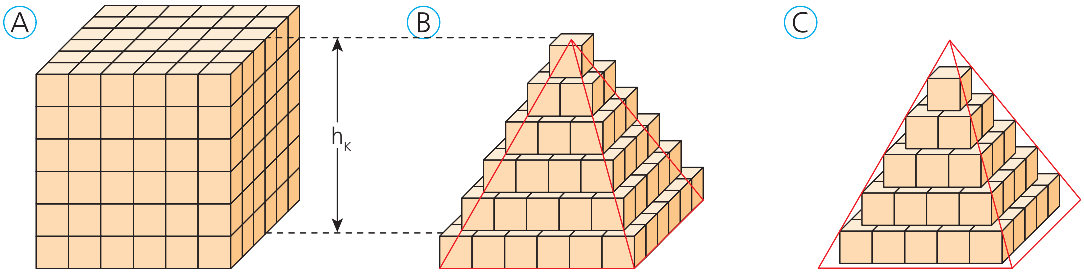
a) Berechnet das Volumen in Kubikzentimeter bzw. Milliliter.

b) Überprüft eure Ergebnisse mithilfe eines Messbechers.

11 Aus einem regelmäßigen sechsseitigen Prisma wird ein Keil herausgeschnitten. Berechne das Volumen des dargestellten Körpers.



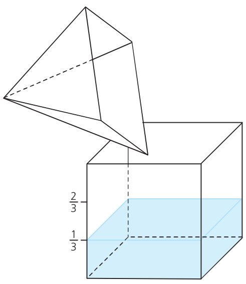
Volumen von Pyramiden berechnen



1 a) Gib das Volumen des Würfels Ⓐ und der Stufenpyramiden Ⓑ und Ⓒ an, wenn die kleinen Würfel eine Kantenlänge von 1 cm haben.
b) Wie groß ist ungefähr das Volumen der roten Pyramide?
c) Die jeweils rot eingezeichnete Pyramide hat die gleiche Grundfläche und die gleiche Höhe wie der Würfel Ⓐ. Welchen Bruchteil des Würfelvolumens Ⓐ nimmt in etwa das Volumen der roten Pyramide ein?

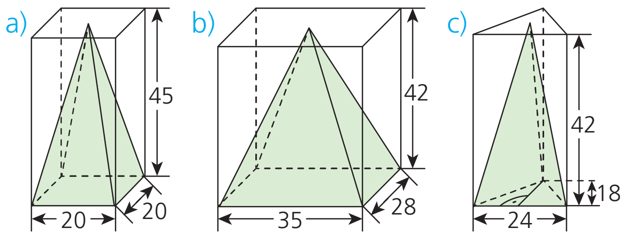
TIPP!

Umfüllprobe

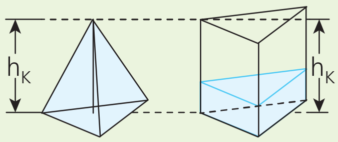


2 Schüttet man den Inhalt einer Pyramide in einen Würfel mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe, so füllt sich dieser zu einem Drittel.
a) Probiert selbst mit entsprechenden Hohlkörpern.
b) Wie groß ist das Pyramidenvolumen, wenn die Kantenlänge des Würfels a = 9 cm (12 cm) beträgt?

3 Berechne zuerst das Volumen des Prismas, dann mithilfe von Aufgabe 2 das der Pyramide mit jeweils gleicher Grundfläche und Höhe (Maße in cm).



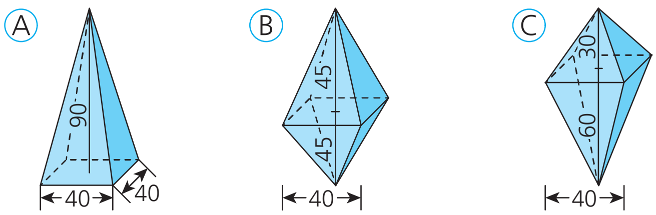
Volumen Pyramide



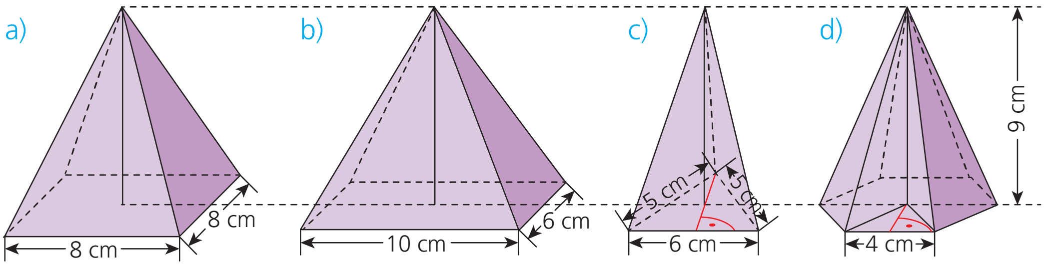
Volumen Pyramide	=	ein Drittel vom		Volumen des Prismas
V_{Py}	=	$\frac{1}{3}$	$\cdot$	$G \cdot h_K$

4 Wie ändert sich das Volumen der Pyramide?
a) Die Grundfläche bleibt gleich, die Körperhöhe wird verdoppelt (verdreifacht).
b) Die Körperhöhe bleibt gleich, die Grundfläche wird auf die Hälfte (ein Drittel) verkleinert.

5 Welcher der Körper hat das größte Volumen? Schätze zuerst und berechne dann (Maße in cm).



6 Bestimme das Volumen der Pyramiden.



TIPP!

Berechne fehlende Maße bei c) und d) über den Satz des Pythagoras.

7 Berechne das Volumen folgender Pyramiden (Maße in cm). Runde auf eine Kommastelle.

	rechteckige Grundfläche	dreieckige Grundfläche	sechseckige Grundfläche
a)	$a = 36;\ b = 12;\ h_K = 48$	$g = 15;\ h = 6;\ h_K = 32$	$a = 80;\ h_K = 220$
b)	$a = 52;\ b = 24;\ h_K = 70$	$g = 64;\ h = 50;\ h_K = 85$	$a = 56;\ h_K = 90$
c)	$a = 120;\ b = 99;\ h_K = 82$	$g = 125;\ h = 80;\ h_K = 160$	$a = 140;\ h_K = 230$
d)	$a = 150;\ b = 180;\ h_K = 120$	$g = 60;\ h = 4;\ h_K = 12$	$a = 40;\ h_K = 50$

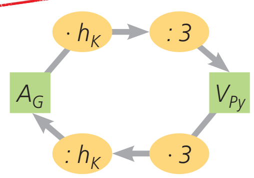
Lösungen zu 7:	
480	244440
3904043	29120
266666,7	45333,3
69282	1080000
1219387	480
324720	6912

8 Auf einer Säule steht eine quadratische Pyramide aus Granit (Dichte $\rho = 2{,}7\ \frac{g}{cm^3}$).
Die Grundkante misst 42 cm, die Körperhöhe 68 cm. Wie schwer ist die Pyramide?

9 Berechne die fehlenden Angaben.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
A_G	■	■	169 cm^2	225 cm^2	■	■
h_K	50 cm	45 cm	■	■	4,7 m	3,6 m
V_{Py}	500 cm^3	8820 cm^3	1183 cm^3	9900 cm^3	1,88 m^3	6,48 m^3

TIPP!



10 Eine rechteckige Pyramide hat Grundkanten von 4,5 m und 8,2 m (6,2 m und 4,1 m).
Wie hoch ist sie, wenn ihr Volumen 76,26 m^3 beträgt?

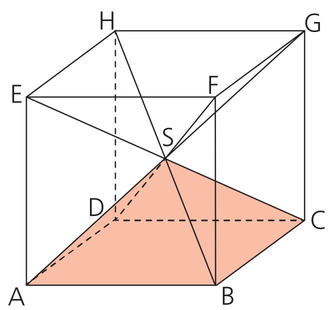
11 Aus einem Holzwürfel mit einem Volumen von 225,36 cm^3 wird eine Pyramide mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe herausgearbeitet. Wie groß ist das Volumen des Restkörpers?

Lösungen zu 9 bis 11:		
6,2	9	5,4
1,2	30	132
150,24	588	21

12 In einen Würfel mit der Kantenlänge a = 8 cm werden die Raumdiagonalen eingezeichnet.

a) Wie viele Pyramiden entstehen, die gleich groß sind wie die markierte Pyramide ABCDS? Benenne sie.

b) Berechne das Volumen einer der Pyramiden auf zwei unterschiedlichen Wegen.



13 Eine Getränkeverpackung hat annähernd die Form einer dreiseitigen Pyramide, die von vier gleich großen gleichseitigen Dreiecken begrenzt ist. Wie hoch ist der Behälter, wenn eine Seitenkante 13,7 cm lang ist?

Thema: Die Pyramiden von Gizeh

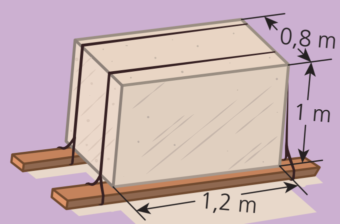
Ursprünglich dienten Pyramiden als Grabstätten für verstorbene Pharaonen. Sie sollten nicht nur den Leichnam im Goldsarkophag und die wertvollen Grabbeigaben vor Räubern schützen, sondern sie unterstrichen auch den Status des gottgleichen Herrschers.

Die abgebildeten Pyramiden von Gizeh entstanden zwischen 3 000 bis 2 500 v. Chr. Die Cheopspyramide galt als die größte: Mit quadratischer Grundfläche hatte sie zur Zeit ihrer Erbauung eine Grundkantenlänge von 233 m und eine Höhe von 148 m. Durch Verwittern und Abbröckeln der Steine ist sie heute nur noch 138 m hoch, die Grundkante misst 227 m.

Schätzungsweise 4 000 Arbeiter waren ca. 30 Jahre lang damit beschäftigt, die 2 300 000 Steinblöcke mit einem Durchschnittsgewicht von 2,5 t zu behauen und zu transportieren.

1 Wie viele Fußballplätze mit 100 m Länge und 60 m Breite hätten auf der Grundfläche der heutigen Cheopspyramide noch Platz?

2 Aus welchem Stein bestanden die quaderförmigen Blöcke, wenn sie annähernd die nachfolgenden Maße hatten?



Suche die Dichte auf Seite 125.

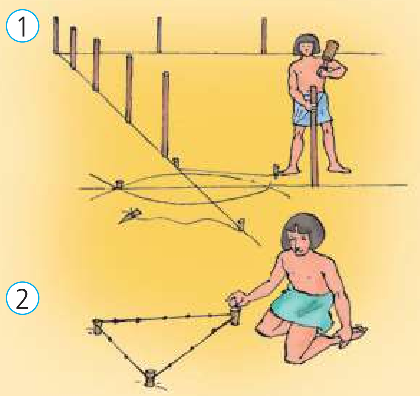
3 a) Wie viele Kubikmeter und Tonnen Gestein sind im Laufe der Zeit verwittert bzw. abgetragen worden?
b) Um wie viel Prozent ist das Volumen „geschrumpft“?
c) Wie viele Lkw mit 40 t Ladekapazität wären notwendig gewesen, um das abgetragene Gestein abzutransportieren?

4 Welche Länge hätte eine Mauer von 2,40 m Höhe und 0,80 m Breite aus den Steinen der unverwitterten Cheops-Pyramide? Schätze zuerst und berechne dann.

Rechte Winkel wurden von den ägyptischen Baumeistern mit einfachen Mitteln festgelegt. Zwei Vorgehensweisen erscheinen aus heutiger Sicht wahrscheinlich.

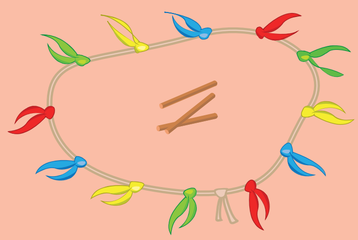
(1) Mithilfe zweier Pflöcke und einer Schnur wird eine Strecke abgesteckt. Anschließend werden an beide Pflöcke gleich lange Schnüre gebunden. Damit werden Kreisbögen in den Sand gezogen.

(2) Ein geschlossenes Knotenseil mit 12 Knoten in jeweils gleichen Abständen wird so gespannt, dass ein rechtwinkliges Dreieck entsteht.



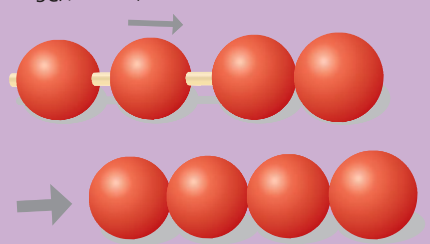
5 a) Welche dir bekannte Konstruktion erkennst du im Vorgehen (1)?
b) Erkläre, warum sie zur Herstellung von rechten Winkeln einsetzbar ist.

6 Das zweite Vorgehen kannst du mit einem Seil ausprobieren: Nimm ein 3 m langes Seil, knüpfe nach jeweils 25 cm farbige Bänder an das Seil und verknote Anfang und Ende miteinander. Spanne mit dem Seil und drei Pflöcken (Bild rechts) Dreiecke auf, so dass jeweils ein Farbband an einem Pflock liegt. Finde heraus, wie die Seiten wohl aufgeteilt werden müssen.

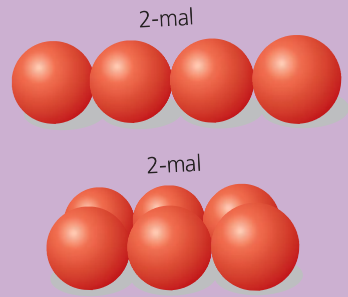


7 Nun kannst du selbst „Pyramidenbaumeister“ spielen. Stelle die folgenden Teile aus Holzkugeln her und errichte damit die abgebildete Pyramide. Eure Mitschüler aus der Technik-Fachgruppe können euch hierbei unterstützen.

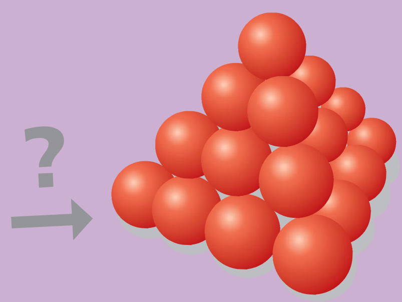
1. Herstellung
Entsprechende Anzahl Holzkugeln nach Zeichnung auf Rundstäbe aufschieben, absägen und verleimen



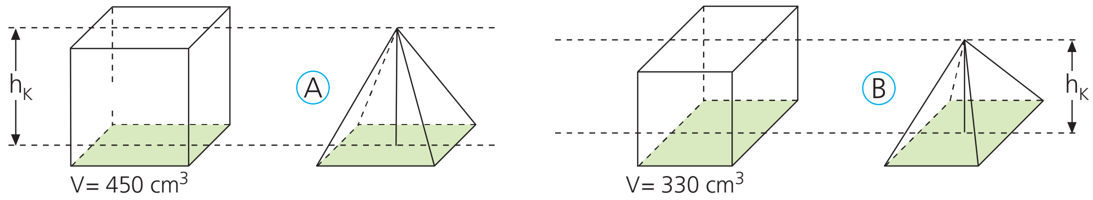
2. Anzahl und Aussehen der Teile



3. Pyramide

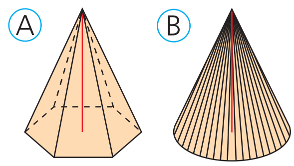


Volumen von Kegeln berechnen

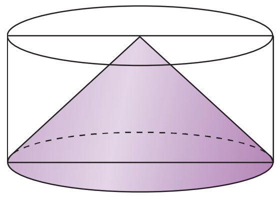


1 Die Pyramiden (A) und (B) haben jeweils die gleiche Grundfläche und die gleiche Höhe wie die zugehörigen Quader. Gib das Volumen der Pyramiden an. Erkläre.

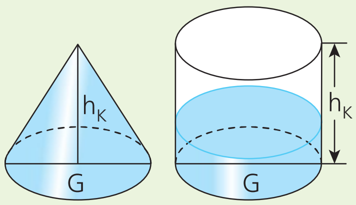
2 a) Jede der beiden Pyramiden hat eine Grundfläche von 186 cm^2 und eine Körperhöhe von 12 cm. Berechne jeweils das Volumen.
b) Mit welchem Körper stimmt Pyramide (B) nahezu überein? Was schließt du daraus für die Volumenberechnung des Kegels?



3 Schätze, wie oft das Volumen eines Kegels in das des Zylinders mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe passt. Überprüfe durch Umschütten. Wie müsste demnach eine Formel zur Volumenberechnung des Kegels lauten?



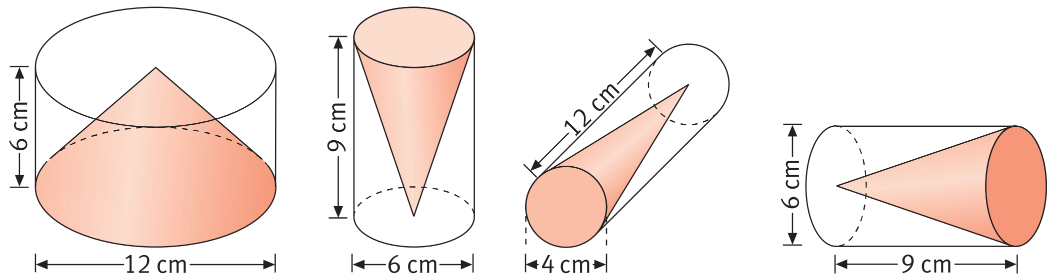
Volumen Kegel



Volumen Kegel	=	ein Drittel vom		Volumen des Zylinders
V_{Ke}	=	$\frac{1}{3}$	$\cdot$	$G \cdot h_K$
V_{Ke}	=	$\frac{1}{3}$	$\cdot$	$r^2 \pi h_K$

TIPP!
Verwende beim Kegel für alle Kreisberechnungen hier und auch auf den Folgeseiten für π den Näherungswert 3,14.

4 Berechne jeweils das Volumen des Kegels.



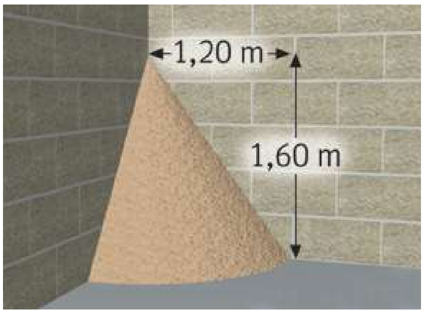
Lösungen zu 4 und 5:		
50,24	84,78	60
226,08	30	84,78
30	10	15
70	6	6
9	112 830,7	103 620
678,24		

5 Berechne die fehlenden Werte.

Kegel	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Durchmesser $d_{Grundfläche}$	12 m	■	60 cm	■	20 cm	■
Radius $r_{Grundfläche}$	■	35 cm	■	■	■	30 cm
Körperhöhe h_K	18 m	88 cm	110 cm	3 cm	■	■
Volumen V	■	■	■	706,5 cm^3	628 cm^3	8 478 cm^3

Lösungen zu 6 bis 13:		
0,60288	13,816	1,2717
1,23	339,133	4,24
16022	49632	1090
477,48	39,1	30

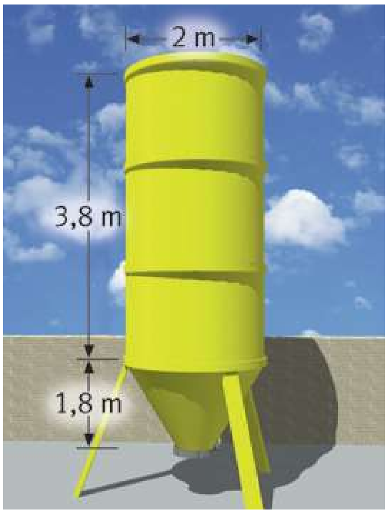
6 In einer rechtwinkligen Ecke einer Baustelle liegt ein kegelförmiger Haufen Sand. Wie viele m^3 Sand lagern hier?



7 Durch ein Förderband wird ein kegelförmiger Sandhaufen aufgeschüttet, dessen Grundfläche einen Umfang von 5,652 m hat. Die Höhe beträgt 1,5 m. Wie viele m^3 Sand sind es?

8 a) Das Zementsilo auf einer großen Baustelle hat die Form eines Zylinders mit einem kegelförmigen Abschluss nach unten. Entnimm die wichtigen Angaben der Skizze und berechne das Fassungsvermögen des Silos.

b) Bei einem anderen Silo sind die Maße des Zylinders die gleichen. Sein Fassungsvermögen ist jedoch um 0,6 m^3 geringer. Wie hoch ist der kegelförmige Abschluss?



9 Auf einer 2,5 m hohen und 0,32 m starken Betonsäule ist ein Kegel mit gleicher Grundfläche und 0,6 m Höhe aufgesetzt. Wie schwer ist die ganze Säule?

TIPP!

Stoff	*Dichte* $\frac{g}{cm^3}$
Kork	*0,25*
Sand	*1,6*
Beton	*2,2*
Kalkstein	*2,6*
Aluminium	*2,7*
Glas	*2,8*
Granit	*2,8*
Eisen	*7,8*
Kupfer	*8,9*
Silber	*10,5*
Blei	*11,3*
Gold	*19,3*

10 An einem Traktor ist ein Düngerstreuer angebaut, dessen trichterförmiger Behälter einen inneren Durchmesser von 115 cm und eine innere Tiefe von 98 cm hat.

a) Bestimme das Fassungsvermögen.

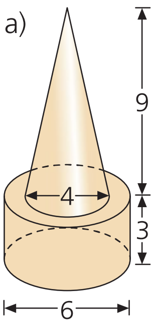
b) Wie viele Säcke passen in den Behälter, wenn ein 50-kg-Sack des Düngemittels etwa 80 dm^3 Volumen hat?

11 Die Kantenlänge eines Würfels beträgt 20 cm. Welchen Durchmesser hat die Grundfläche eines Kegels mit gleichem Volumen und gleicher Körperhöhe?

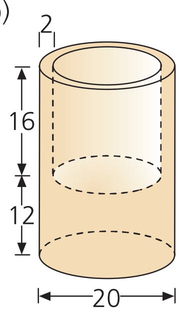
12 Ein Kegel aus Silber wiegt 840 g und ist 8 cm hoch. Wie groß ist seine Grundfläche?

13 Berechne jeweils die Masse des Werkstücks aus Kupfer (Maße in cm). Runde das Ergebnis auf ganze Gramm.

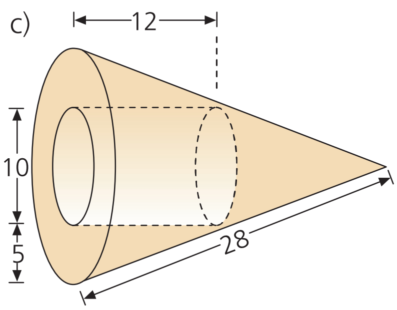
a)



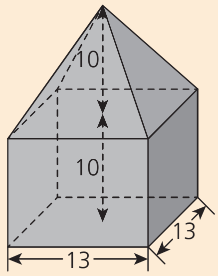
b)



c)



Volumen zusammengesetzter Körper berechnen



Jana

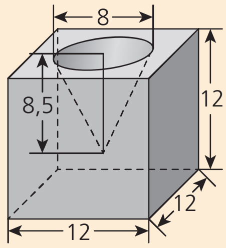
$V = V_{Qu} + V_{Py}$

$= G \cdot h_K + \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

$= (13 \cdot 13) \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot (13 \cdot 13) \cdot 10$

$= \quad 1\,690 \quad + \quad 563{,}3$

$= \quad 2\,253{,}3\ (cm^3)$



Mark

$V = V_W - V_{Ke}$

$= G \cdot h_K - \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

$= 12 \cdot 12 \cdot 12 - \frac{1}{3} \cdot (4^2 \cdot 3{,}14) \cdot 8{,}5$

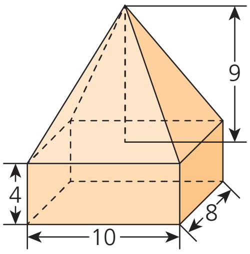
$= \quad 1\,728 \quad - \quad 142{,}3$

$= \quad 1\,585{,}7\ (cm^3)$

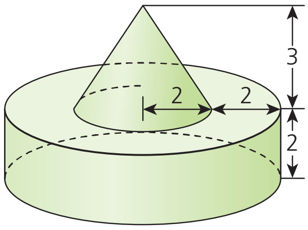
1 Erkläre die Volumenberechnungen von Jana und Mark, die dabei gegebenenfalls jeweils auf eine Kommastelle runden (Maße in cm).

2 Berechne jeweils das Volumen der Körper (Maße in cm).

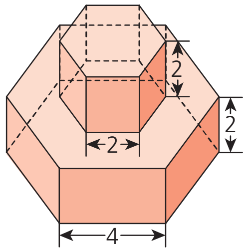
a)



b)



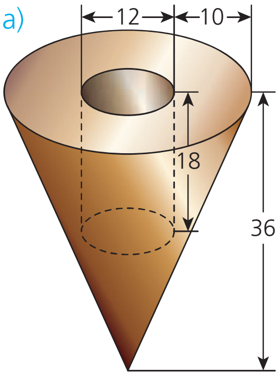
c)



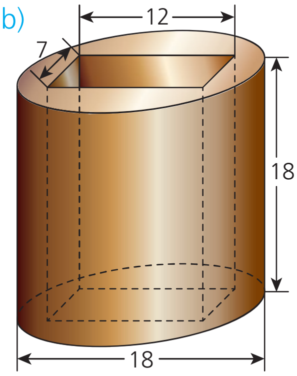
Lösungen zu 2 und 3:		
7 611,36	113,04	560
22 016	3 066,12	103,92

3 Berechne das Volumen der dargestellten Werkstücke (Maße in cm). Rechne mit $\pi = 3{,}14$ und runde das Ergebnis auf zwei Dezimalstellen.

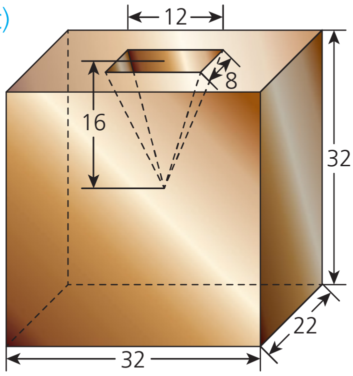
a)



b)

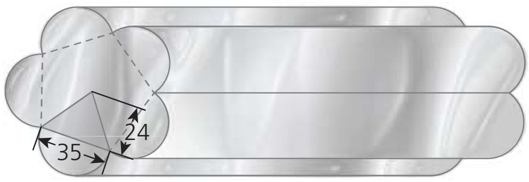


c)

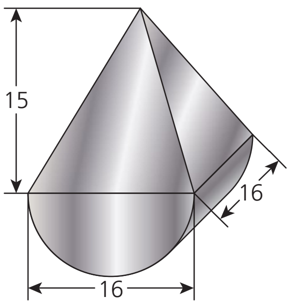


Lösungen zu 4 und 5:	
1 126,02	30,32

4 Eine 2,5 m lange antike Marmorsäule hat einen Querschnitt, der sich aus einem regelmäßigen Fünfeck und fünf Halbkreisen zusammensetzt (Maße dazu in cm). Berechne das Volumen in dm^3.



5



Ein Schmuckanhänger aus Silber (Dichte $\rho = 10{,}5\ \frac{mg}{mm^3}$) hat eine besondere Form (Maße in mm).

a) Berechne das Gewicht des Anhängers in Gramm.

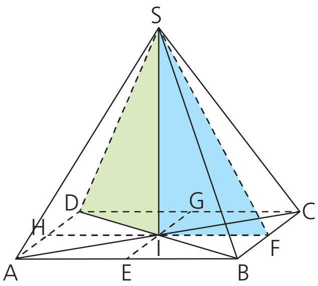
b) Aus welchem Metall ist der Anhänger gefertigt, wenn er 34,70 g wiegt?

Palladium: $\rho = 12{,}02\ \frac{mg}{mm^3}$

Gold: $\rho = 19{,}3\ \frac{mg}{mm^3}$

Platin: $\rho = 21{,}45\ \frac{mg}{mm^3}$

Oberflächeninhalt von Pyramiden berechnen



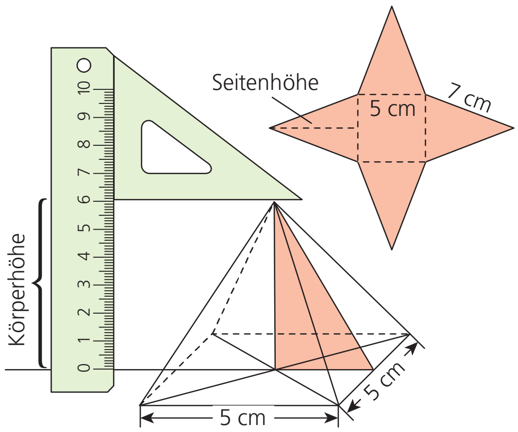
1 a) Finde in der abgebildeten quadratischen Pyramide weitere Dreiecke, welche mit den markierten jeweils deckungsgleich sind. Welche davon sind rechtwinklig?

b) Wie viele deckungsgleiche rechtwinklige Dreiecke lassen sich an den Seitenflächen der Pyramide insgesamt erkennen? Benenne sie.

2 a) Zeichne nach den Angaben das Netz einer quadratischen Pyramide auf festes Papier und schneide es aus.

b) Zeichne die Höhe der Seitendreiecke ein und miss ihre Länge. Überprüfe durch Berechnung.

c) Hefte das Netz mit Klebstreifen zu einem Modell zusammen. Miss daran die ungefähre Körperhöhe. Überprüfe rechnerisch.



d) Erläutere den Unterschied zwischen Körperhöhe und Seitenhöhe.

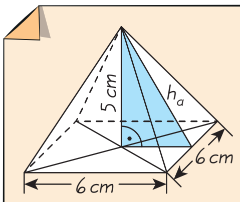
Seitenhöhe
Körperhöhe

3 a) Von der quadratischen Pyramide wurde die Seitenhöhe berechnet. Überprüfe.

b) Berechne von einer rechteckigen Pyramide ($a = 6$ cm, $b = 3$ cm, $h_K = 5$ cm) die Höhen der zwei verschiedenen Seitenflächen.

c) Zeichne zu den folgenden rechteckigen Pyramiden eine Schrägbildskizze und berechne die Seitenhöhen.

(A) $a = 6$ cm; $b = 4$ cm; $h_K = 5$ cm
(B) $a = 8$ cm; $b = 6$ cm; $h_K = 4$ cm
(C) $a = 10$ cm; $b = 8$ cm; $h_K = 6$ cm
(D) $a = 12$ cm; $b = 10$ cm; $h_K = 7$ cm
(E) $a = 8{,}5$ cm; $b = 6{,}5$ cm; $h_K = 3{,}5$ cm



Halbe Seitenlänge: $\frac{a}{2}$
Körperhöhe: h_K
Seitenhöhe: h_a

Gesucht: Seitenhöhe h_a
Berechnung (Pythagoras):

$(h_a)^2 = (\frac{a}{2})^2 + (h_K)^2$
$(h_a)^2 = 3^2 + 5^2$
$(h_a)^2 = 9 + 25 = 34$
$h_a = \sqrt{34} \approx 5{,}8$ (cm)

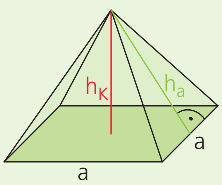
Die Seitenhöhe h_a misst 5,8 cm.

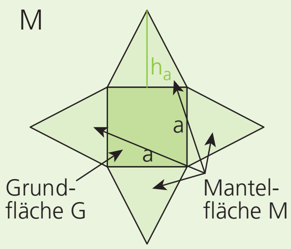
Seitenhöhen berechnen

TIPP! *Runde bei b) und c) auf eine Kommastelle.*

Oberflächeninhalt Pyramide = Grundflächeninhalt + Mantelflächeninhalt
O_{Py} = G + M

Beispiel quadratische Pyramide:
$O_{qu.\,Py} = a \cdot a + 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$





Oberflächeninhalt Pyramide

4 a) Woraus setzt sich die Mantelfläche, woraus die Oberfläche von Pyramiden zusammen? Erkläre anhand des Merkkastens.

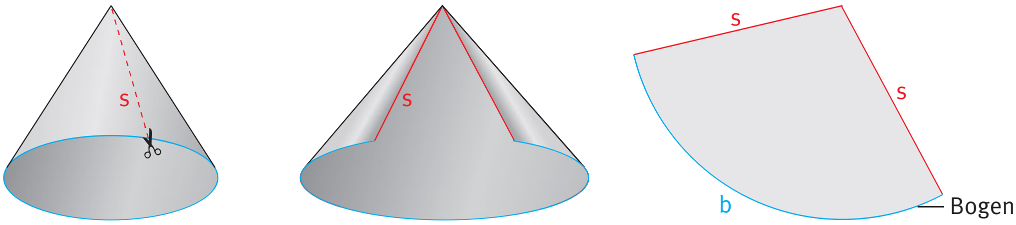
b) Berechne den Oberflächeninhalt der quadratischen und der rechteckigen Pyramiden von Aufgabe 3. Verwende die gerundeten Endergebnisse von dort.

Lösungen zu 4 b):

122,2	315,2	79,6
105,6	214,4	131,8
66,6		

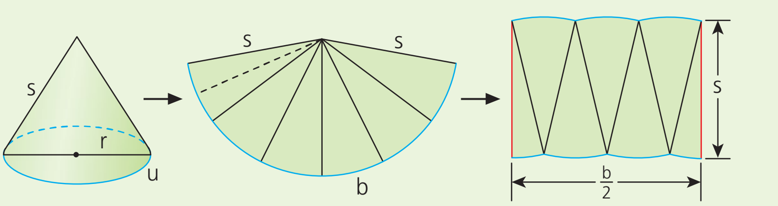
Oberflächeninhalt von Kegeln berechnen

Ein kegelförmiger Pappbecher wird längs der Mantellinie s aufgeschnitten. Als Netz entsteht ein Kreisausschnitt.



1 a) Nenne einander entsprechende Teile am Kegel und beim Kreisausschnitt.
b) Wie groß ist der Umfang u des Kegels, wie groß die Bogenlänge b des entsprechenden Mantels, wenn der Durchmesser der Kegelgrundfläche 2 cm beträgt?

Mantelflächeninhalt Kegel



$M = \frac{b \cdot s}{2}$

$M = \frac{u \cdot s}{2}$

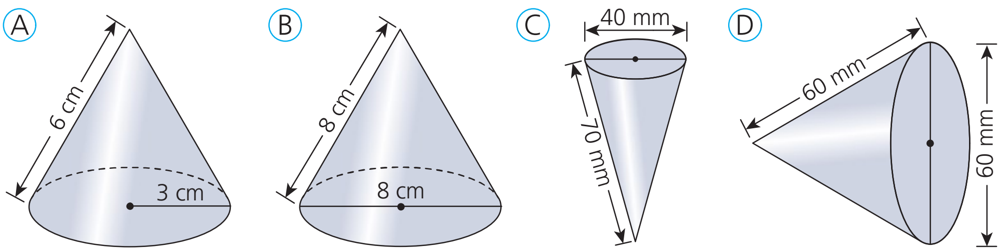
$M = \frac{\cancel{2} \cdot r \cdot \pi \cdot s}{\cancel{2}}$

$M = r \cdot \pi \cdot s$

TIPP!

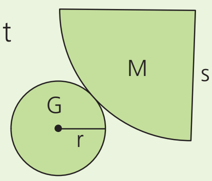
Verwende beim Kegel für alle Kreisberechnungen hier und auch auf den Folgeseiten für π den Näherungswert 3,14.

2 a) Erkläre die Formeln zur Berechnung vom Flächeninhalt des Kegelmantels.
b) Berechne jeweils den Inhalt der Mantelfläche des Kegels in cm^2.



Oberflächeninhalt Kegel

Oberflächeninhalt Kegel	=	Grundflächeninhalt	+	Mantelflächeninhalt
O_{Ke}	=	G	+	M
O_{Ke}	=	$r^2 \cdot \pi$	+	$r \cdot \pi \cdot s$
O_{Ke}	=	$r \cdot \pi \cdot (r + s)$		



Lösungen zu 3 bis 5:		
5,20	56,52	141,67
6,59	84,78	150,72
11,59	84,78	140,50
20,55	94,11	

3 a) Erkläre die Berechnung des Oberflächeninhalts im Merkkasten.
b) Berechne den Oberflächeninhalt für die Kegel von Aufgabe 2.

4 Berechne jeweils den Oberflächeninhalt des Kegels.
a) d = 1,40 m; s = 2,30 m b) d = 2,70 m; s = 3,50 m c) d = 1,80 m; s = 3,20 m
d) d = 1,30 m; s = 1,90 m e) d = 5,40 m; s = 8,40 m f) d = 5,85 m; s = 12,50 m

5 Das kegelförmige Dach einer Kapelle soll neu eingedeckt und mit einer Regenrinne versehen werden. Die kreisförmige Regenrinne am unteren Rand des Daches hat innen eine Länge von 35,6 m. Wie groß ist die Dachfläche, wenn die Mantellinie s 7,85 m beträgt?

Körper mit der Tabellenkalkulation berechnen

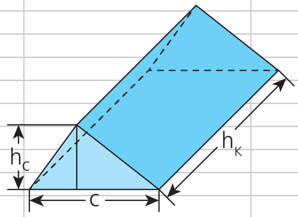
1 Für die Berechnung am dreiseitigen Prisma wurde am Computer ein Tabellenblatt erstellt.

a) Erkläre die einzelnen Rechenschritte zur Volumenberechnung des Prismas.

b) Welche Formeln wurden in den Zellen C7 und C8 eingegeben?

c) Erstelle nun selbst ein Tabellenblatt nach dem vorliegenden Muster und probiere die Funktionsweise mit selbstgewählten Angaben aus.

	A	B	C	D	E
1	**Berechnung dreiseitiges Prisma**				
2					
3	gegeben:	c	14,0	cm	
4		h_c	5,0	cm	
5		h_K	26,0	cm	
6					
7	gesucht:	Grundflächeninhalt G	35,0	cm^2	
8		Volumen V_{Pr}	910,0	cm^3	
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					



2 Jana und Mark haben für ihre Berechnungen (siehe Seite 126 oben) ebenfalls jeweils ein Tabellenblatt erstellt.

a) Erkläre, wie die Berechnungen aufgeteilt wurden.

b) Gib jeweils an, welche Formeln von Jana in den Zellen C8, C16 sowie C20 eingegeben wurden.

c) Wie hat Mark das Volumen seines Werkstücks berechnet? Gib für die Zellen C6, C13 und C17 die jeweils eingegebene Formel an.

	A	B	C	D	E
1	**Werkstück Jana**				
2					
3	Berechnung Quader				
4	gegeben:	Quader Seite a	13,0	cm	
5		Quader Seite b	13,0	cm	
6		Quaderhöhe h_K	10,0	cm	
7					
8	gesucht:	Volumen V_{Qu}	1690,0	cm^3	
9					
10					
11	Berechnung Pyramide				
12	gegeben:	Grundfläche Seite a	13,0	cm	
13		Grundfläche Seite b	13,0	cm	
14		Körperhöhe h_K	10,0	cm	
15					
16	gesucht:	Volumen V_{Py}	563,3	cm^3	
17					
18					
19	Berechnung Werkstück				
20	gesucht:	Gesamtvolumen V	2253,3	cm^3	
21					

3 a) Erstelle die Tabellenblätter von Jana und Mark. Überprüfe die Ergebnisse.

b) Wähle andere Werte für die Werkstücke. Wie ändern sich die Ergebnisse?

c) Verdopple (verdreifache) eine Größe. Wie verändert sich das Endergebnis?

4 a) Erstelle für jede Aufgabe von Nr. 2 und Nr. 3 auf Seite 126 ein entsprechendes Tabellenblatt. Erkläre, wie du jeweils vorgehst.

b) Berechne jeweils die gesuchten Lösungen und vergleiche deine „Computerergebnisse“ mit den Lösungsangaben.

c) Berechne das Volumen jedes Werkstücks mit selbst gewählten Werten.

	A	B	C	D	E
1	**Werkstück Mark**				
2					
3	Berechnung Würfel				
4	gegeben:	Würfel Seite a	12,0	cm	
5					
6	gesucht:	Volumen V_W	1728,0	cm^3	
7					
8					
9	Berechnung Kegel				
10	gegeben:	Kegelradius r	4,0	cm	
11		Kegelhöhe h_K	8,5	cm	
12					
13	gesucht:	Volumen V_{Ke}	142,3	cm^3	
14					
15					
16	Berechnung Werkstück				
17	gesucht:	Gesamtvolumen V	1585,7	cm^3	
18					
19	**Sven: Oberflächeninhalt Kegel**				
20					
21	gesucht:	Grundfläche G_{Ke}	50,24	cm^2	
22					
23		Mantellinie s	9,39	cm	
24		Mantelflächeninhalt M_{Ke}	117,99	cm^2	
25					
26		Oberflächeninhalt O_{Ke}	168,23	cm^2	
27					

5 Beim Werkstück von Mark möchte Klassenkamerad Sven auch den Oberflächeninhalt des Kegels wissen, der genau in die Ausfräsung passt. Dazu hat er das Tabellenblatt ergänzt.

a) Erkläre, welche Formeln Sven in die Zellen C21, C23, C 24 und C26 eingegeben hat.

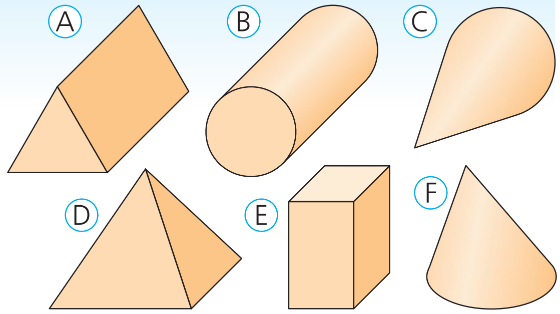
b) Erstelle das Tabellenblatt und überprüfe das Ergebnis von Sven.

Zwischenrunde

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Geometrische Körper unterscheiden und benennen S. 113

a) Benenne die Körper.

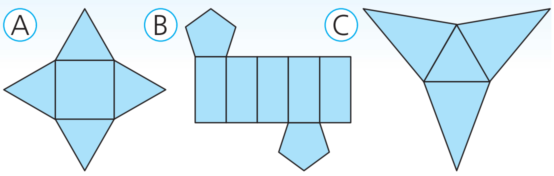


b) Welche Körper werden beschrieben?

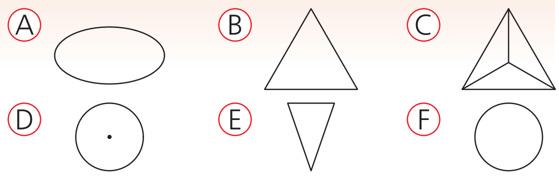
- Ⓐ 5 Flächen, 8 Kanten, 5 Ecken
- Ⓑ 2 Flächen, 1 Kante
- Ⓒ 8 Flächen, 18 Kanten, 12 Ecken
- Ⓓ 5 Flächen, 9 Kanten, 6 Ecken

2 Pyramiden und Kegel untersuchen und beschreiben S. 114, 115

a) Welche Netze ergeben eine Pyramide?
Welcher Körper entsteht noch?



b) Welche Ansichten können von einem Kegel stammen?

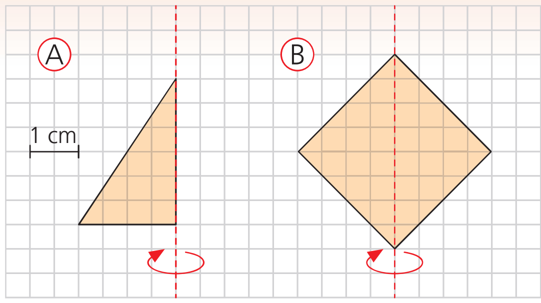


3 Schrägbildskizzen von Pyramide und Kegel zeichnen S. 116, 117

a) Zeichne jeweils die Schrägbildskizze folgender Pyramiden (Maße in cm).

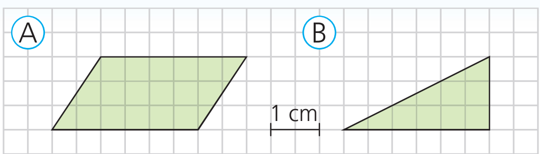
- Ⓐ quadratische Pyramide: $a = 6$; $h_K = 8$
- Ⓑ rechteckige Pyramide: $a = 5$; $b = 4$; $h_K = 6$

b) Zeichne jeweils eine Schrägbildskizze des entstehenden Rotationskörpers.

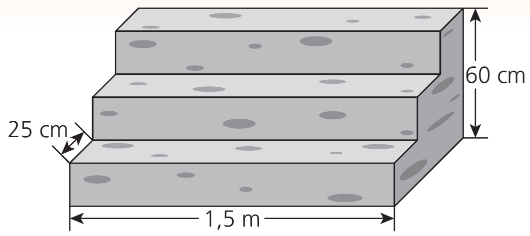


4 Volumen von Prismen berechnen S. 118, 119

a) Dargestellt ist jeweils die Grundfläche eines Prismas mit 8 cm Höhe. Berechne das Volumen.



b) Berechne Volumen und Gewicht der dargestellten Marmortreppe (Dichte $\rho = 2{,}7\ \frac{kg}{dm^3}$). Arbeite vorteilhaft.

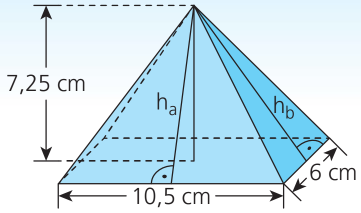


Selbsteinschätzungs-
bogen: 60013-08

5 Volumen und Oberflächeninhalt von Pyramiden berechnen

S. 120, 121, 127

a) Berechne Volumen und Oberflächeninhalt der Pyramide.



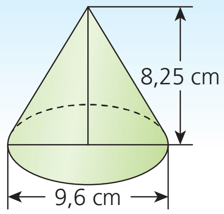
b) Berechne die fehlenden Größen der quadratischen Pyramiden.

	a	A_G	h_K	V_{Py}	O_{Py}
A	2,5 cm	■	6,35 cm	■	■
B	■	289 cm²	14,0 cm	■	■
C	1,2 m	■	■	7,2 m³	■

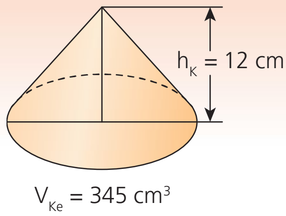
6 Volumen und Oberflächeninhalt von Kegeln berechnen

S. 124, 125, 128

a) Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt des Kegels. Runde das Ergebnis auf zwei Kommastellen.



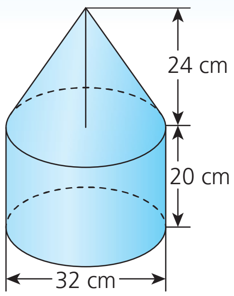
b) Berechne den Oberflächeninhalt des Kegels. Rechne mit $\pi = 3{,}14$. Runde das Ergebnis auf zwei Kommastellen.



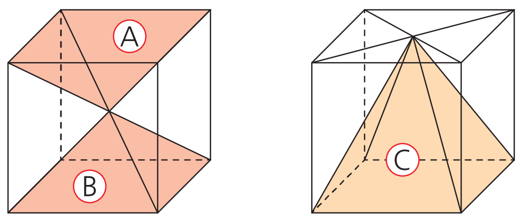
7 Volumen von zusammengesetzten Körpern berechnen

S. 126

a) Berechne das Volumen des zusammengesetzten Körpers.



b) Aus zwei Würfeln (a = 6 cm) werden einmal zwei gleich große kleinere (A und B) und einmal eine größere Pyramide (C) herausgefräst. Berechne jeweils das Volumen von A, B und C.



8 Körper mit der Tabellenkalkulation berechnen

S. 129

a) Im Tabellenblatt ist die Volumenberechnung für den Körper von Aufgabe 7 a) dargestellt. Welche Formeln stehen in den Zellen C7, C8 und C9?

	A	B	C	D
1	Werkstück	Zylinder + Kegel		
2				
3	gegeben:	Zylinderradius r	16,00	cm
4		Zylinderhöhe h_K	20,00	cm
5		Kegelhöhe h_K	24,00	cm
6				
7	gesucht:	Volumen Zylinder V_Z	16076,80	cm³
8		Volumen Kegel V_K	6430,72	cm³
9		Gesamtvolumen V	22507,52	cm³
10				
11				

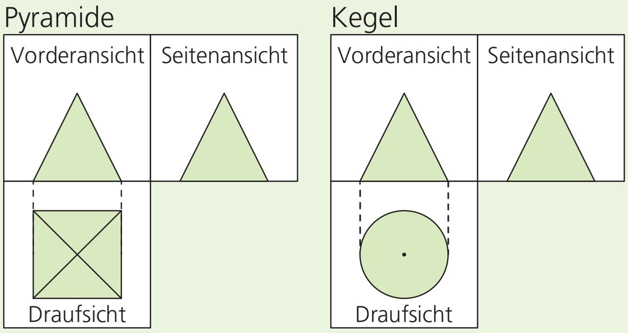
b) Im Tabellenblatt wird das Volumen des Restkörpers von C bei Aufgabe 7 b) in Zelle C6 in einem Schritt berechnet. Welche Formel wurde eingegeben?

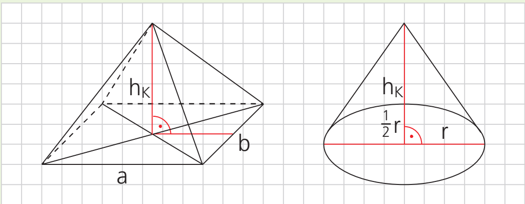
	A	B	C	
1	Werkstück	Würfel – Pyramide		
2				
3	gegeben:	Würfelseite a	6,00	cm
4		Pyramidenhöhe h_K	6,00	cm
5				
6	gesucht:	Gesamtvolumen V^y	144	cm³
7				
8				
9				
10				
11				

Üben und vertiefen

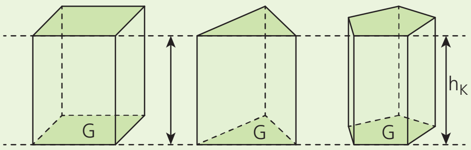
Auf einen Blick

Ansichten und Schrägbildskizzen von Körpern





Volumen von Prismen



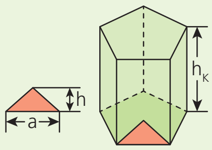
$V_{Pr} = G \cdot h_K$

Für regelmäßige Prismen gilt:

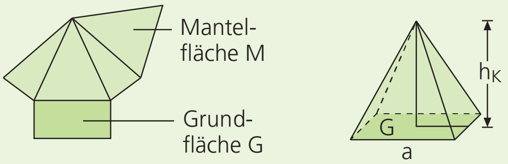
$A_{Best.\text{-}Dreieck} = \frac{a \cdot h}{2}$

$A_{n\text{-}Eck} = \frac{a \cdot h}{2} \cdot n$

$V_{n\text{-}Prisma} = A_{n\text{-}Eck} \cdot h_K$

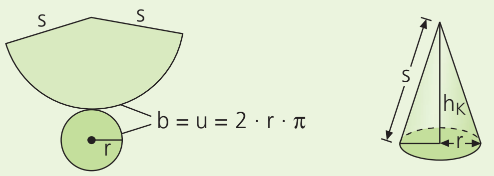


Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramiden



$O_{Py} = G \cdot M$ $\qquad$ $V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

Oberflächeninhalt und Volumen von Kegeln



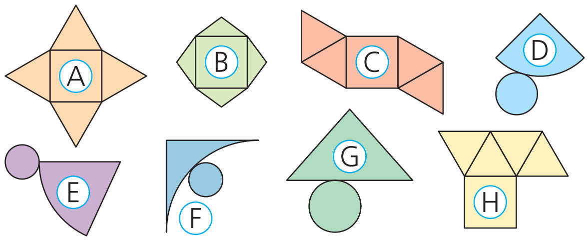
$M = r \cdot \pi \cdot s$

$O_{Ke} = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$

$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_K$

1 Welche der Netze ergeben eine Pyramide bzw. einen Kegel?

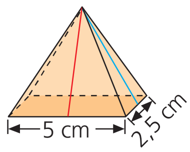


2 Zeichne jeweils die Schrägbildskizzen.

a) quadratische Pyramide
- (A) $a = 4$ cm; $h_K = 3{,}5$ cm
- (B) $a = 6{,}6$ cm; $h_K = 4$ cm

b) rechteckige Pyramide
- (A) $a = 3$ cm; $b = 5$ cm; $h_K = 3{,}5$ cm
- (B) $a = 5$ cm; $b = 6$ cm; $h_K = 5{,}5$ cm

3 Zeichne das Pyramidennetz und färbe die Seitenhöhen ($h_a = 4{,}2$ cm; $h_b = 4{,}7$ cm) wie in der Skizze.



4 Berechne das Volumen der Prismen mit den verschiedenen Grundflächen (Maße in cm).

	Quadrat	Rechteck
a)	$a = 10$; $h_K = 13$	$a = 36$; $b = 12$; $h_K = 8$
b)	$a = 125$; $h_K = 8$	$a = 52$; $b = 24$; $h_K = 70$

	Dreieck	Regelmäßiges Vieleck
a)	$g = 4$; $h = 3$; $h_K = 5$	$n = 5$; $a = 2$; $h_a = 1{,}5$; $h_K = 3$
b)	$g = 5$; $h = 7{,}5$; $h_K = 8$	$n = 6$; $a = 4$; $h_a = 3{,}5$; $h_K = 6$

5 Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt der Kegel (Maße in cm).

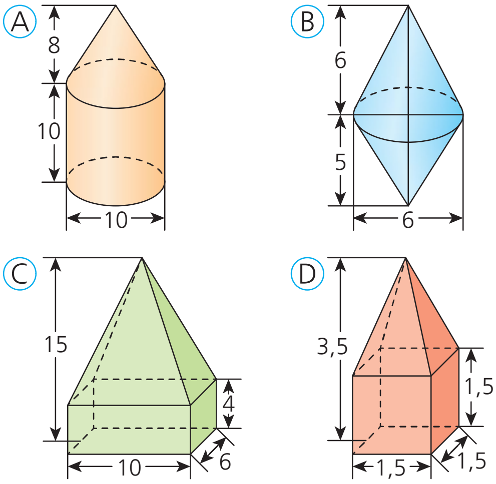
a) $r = 6$; $h_K = 5$ $\qquad$ b) $r = 12{,}5$; $h_K = 8{,}4$

6 Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt (Maße in cm).

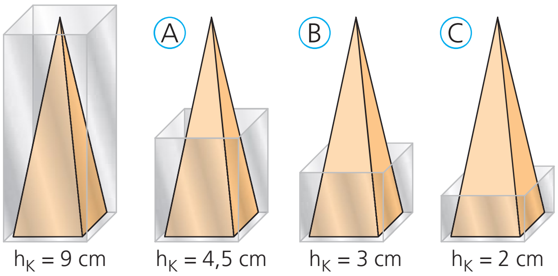
a) quadratische Pyramide
- (A) $a = 6$; $h_K = 8$ $\qquad$ (B) $a = 11{,}5$; $h_K = 15{,}3$

b) rechteckige Pyramide
- (A) $a = 4$; $b = 6$; $h_K = 7$
- (B) $a = 8{,}4$; $b = 5{,}5$; $h_K = 4{,}2$

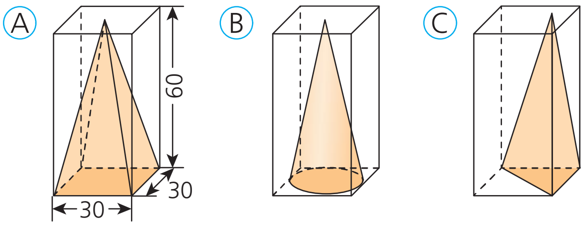
7 Berechne das Volumen jedes zusammengesetzten Körpers (Maße in cm).



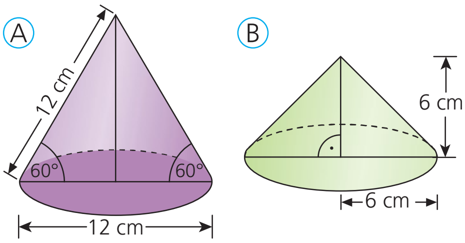
8 Eine Pyramide wird in verschieden hohe Quader gestellt. Alle Körper haben eine Grundfläche von 9 cm². Welcher Quader hat das gleiche Volumen wie die Pyramide? Begründe.



9 Aus drei gleich großen Vierkanthölzern werden zwei Pyramiden und ein Kegel gefräst (Maße in cm). Wie viel Prozent Abfall entstehen jeweils?



10 Wie groß ist der Oberflächeninhalt der Kegel? Runde auf eine Kommastelle.

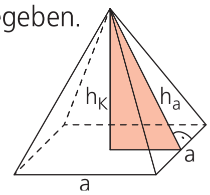


11 Berechne jeweils die fehlende Größe des Kegels.

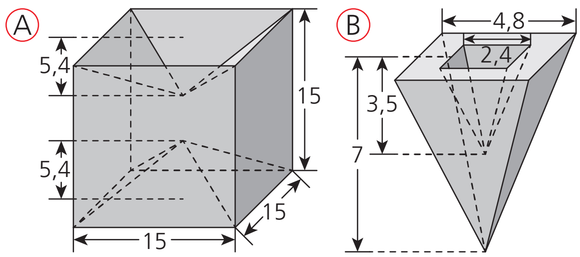
	r	h_K	V_{Ke}	O_{Ke}
a)	5 cm	12 cm	■	■
b)	8,5 cm	■	771,34 cm³	■
c)	■	25 mm	23 550 mm³	■
d)	■	1,44 m	2,17 m³	■

12 Von den sechs Größen einer Pyramide a, h_K, h_a, G, V und O sind immer zwei gegeben. Berechne die fehlenden.

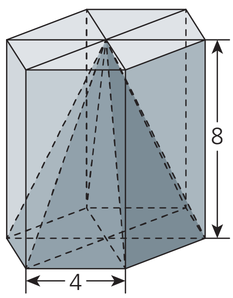
a) a = 2,5 cm; h_K = 6 cm
b) h_K = 14 cm; G = 289 cm²
c) a = 8 cm; h_a = 7 cm



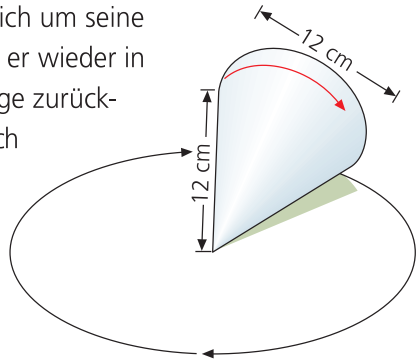
13 Diese Werkstücke sind aus Eisen ($\rho = 7{,}8\ \frac{g}{cm^3}$) gefertigt. Berechne jeweils das Volumen und das Gewicht (Maße in cm). Die Grundflächen der Pyramiden bei B sind ebenfalls quadratisch.



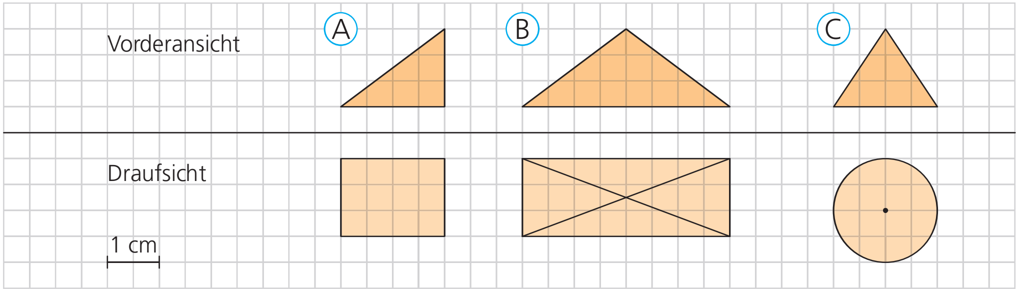
14 Aus einem regelmäßigen sechsseitigen Prisma aus Aluminium ($\rho = 2{,}7\ \frac{g}{cm^3}$) wird eine Pyramide ausgefräst. Berechne das Gewicht des Restkörpers (Maße in cm).



15 Der Kegel dreht sich um seine eigene Achse, bis er wieder in seine Ausgangslage zurückkehrt. Dreht er sich dabei 1-mal, 2-mal oder 3,14-mal um seine Achse? Begründe.



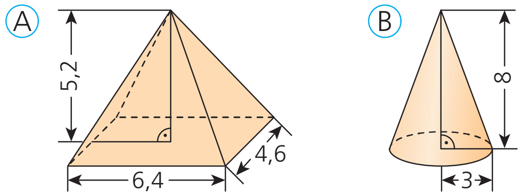
1



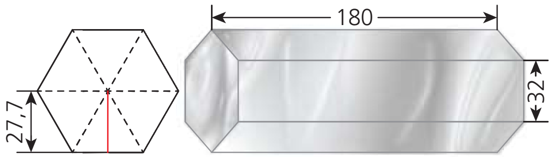
a) Welche Körper sind jeweils in Vorder- und Draufsicht dargestellt?
b) Zeichne die Körper als Schrägbildskizzen im Maßstab 3 : 1.

2 Eine quadratische Pyramide hat eine Grundseite von 4,4 cm und eine Höhe von 3 cm.
a) Berechne ihren Oberflächeninhalt und ihr Volumen.
b) Zeichne jeweils Draufsicht sowie Vorder- und Seitenansicht.

3 a) Berechne jeweils den Oberflächeninhalt und das Volumen (Maße in cm).
b) Wie ändert sich das Volumen des Kegels, wenn der Radius verdoppelt wird?



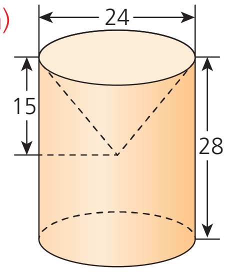
4 Die dargestellte Marmorsäule (Dichte Marmor $\rho = 2{,}7\ \frac{g}{cm^3}$) besitzt die Grundfläche eines regelmäßigen Sechsecks (Maße in cm). Wie schwer ist die Säule? Runde auf ganze Kilogramm.



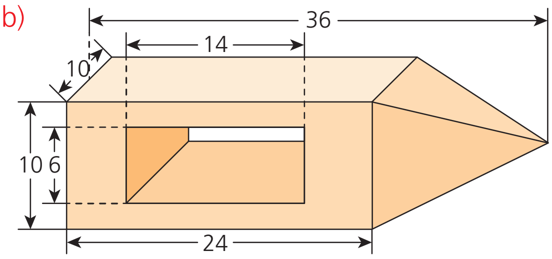
5 Aus einem Quader (a = 8 cm; b = 6 cm; c = 12 cm) soll eine möglichst große Pyramide angefertigt werden. Erstelle eine Schrägbildskizze und berechne den Abfall in cm^3.

6 Berechne jeweils das Volumen der Körper (Maße in cm).

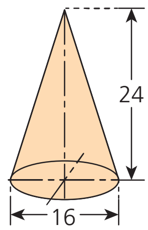
a)



b)



7 Beim Betriebspraktikum im Kindergarten sollen Dania und Simone für ihre Gruppe 22 kegelförmige Spitzhüte außen mit bunter Metallfolie bekleben. Wie viele m^2 Folie werden insgesamt benötigt, wenn mit 20 % Verschnitt zu rechnen ist? Runde alle Ergebnisse – auch Zwischenergebnisse – auf zwei Kommastellen (Maße in cm).



Zahlen und Operationen

1 Vergleiche und setze die Zeichen <, > oder = ein.

a) $3{,}4 \cdot 10^7$ ■ $3\,400\,000$

b) $5{,}2 \cdot 10^{-6}$ ■ $5{,}2 \cdot 10^{-5}$

c) $8{,}6 \cdot 10^4$ ■ $0{,}86 \cdot 10^5$

2 Gib das Ergebnis in Standardschreibweise an.

a) $8 \cdot 10^6 : 64$ b) $0{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 555$

c) $160 \cdot 10^{-4} : 320$ d) $0{,}06 \cdot 10^8 : 540$

3 Löse die Gleichungen. Gib gegebenenfalls Definitionsbereich und Lösungsmenge an.

a) $4 + \frac{2}{5}x = 13 + \frac{1}{4}x$ b) $\frac{3 \cdot (x+1)}{5} = \frac{x+3}{2}$

c) $\frac{24}{x+2} = 3$ d) $4y^2 - 25 = y^2 + 8$

4 Eine Erbschaft von 158 000 € wird unter drei Geschwistern aufgeteilt. Lisa erhält 1 000 € weniger als das Doppelte von Anne, Nina erhält die Hälfte von Lisa. Welchen Betrag erbt jede?

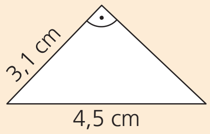
Größen und Messen

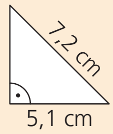
1 Berechne jeweils die Länge der Diagonalen. Runde dabei auf eine Kommastelle.

a) Rechteck mit a = 6 cm und b = 3 cm

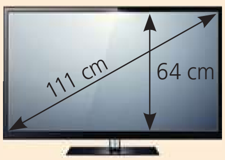
b) Quadrat mit a = 2,5 cm

2 Bestimme die Länge der zweiten Kathete. Runde auf eine Kommastelle.

a) 

b) 

3 a) Wie breit ist das Fernsehbild? Runde auf ganze cm.



b) Bis in welche Höhe reicht die Feuerwehrleiter? Runde auf ganze m.

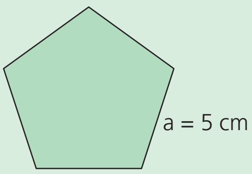
Raum und Form

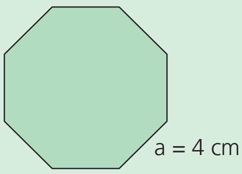
1 Zeichne Schrägbildskizzen mit den angegebenen Maßen.

a) Zylinder: r = 2 cm; h_K = 5 cm

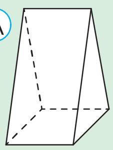
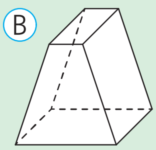
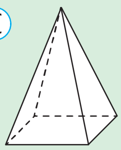
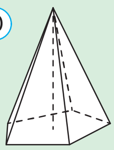
b) dreiseitiges Prisma: g = 6 cm; h = 4 cm; h_K = 3 cm

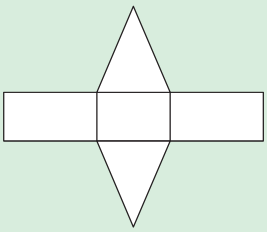
2 Zeichne das regelmäßige Vieleck.

a) 

b) 

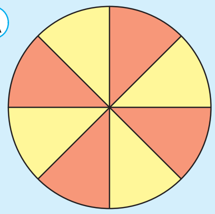
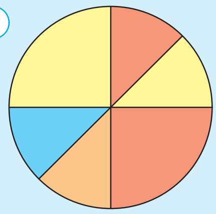
3 Zu welchem Körper gehört das Netz?

Ⓐ 
Ⓑ 
Ⓒ 
Ⓓ 



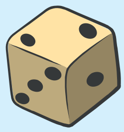
Daten und Zufall

1 a) Welches der folgenden Glücksräder würdest du wählen, wenn „Rot" gewinnt? Begründe.

Ⓐ 
Ⓑ 

b) Gib beim Glücksrad Ⓑ für jede Farbe die Wahrscheinlichkeit an.

2 Ein Würfel wurde 500-mal geworfen. Welche der folgenden Zahlen gibt wohl am ehesten an, wie oft wahrscheinlich eine Eins gewürfelt wurde? Begründe.

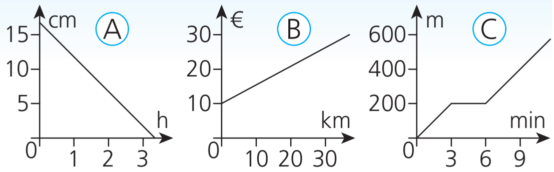


71 29 98 130 100 85 50 300 8

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Lineare Zuordnungen erkennen

a) Welche Graphen gehören zu einer linearen Zuordnung? Begründe.



b) Sind die Zuordnungen linear? Begründe.

A

Anzahl Avocados	1	2	5
Preis (€)	1,49	2,98	7,45

B

Ausleihzeit (h)	0	2	5
Kosten Ausleihzeit (€)	0	12	30
Gesamtkosten (€)	15	27	45

2 Lineare Zuordnungen darstellen

a) Gentas Moped braucht 4,5 Liter auf 100 km.
A Stelle die Zuordnung grafisch dar (x-Achse: 1 cm ≙ 10 km; y-Achse: 1 cm ≙ 0,45 l).
B Übertrage die Wertetabelle in dein Heft und ergänze sie durch Ablesen.

Strecke (km)	10	■	■	100
Verbrauch (l)	■	0,9	2,25	■

b) Die Schulband braucht für die Fahrt zum 50 km entfernten Wettbewerb einen Transporter.
A Stelle die beiden Angebote grafisch dar.
B Welches wird sie wohl wählen? Begründe.

Verleih Fröhlich
Grundgebühr: 15 €
Preis pro km: 25 ct

Verleih Günstig
Grundgebühr: 0 €
Preis pro km: 50 ct

3 Lineare Zuordnungen berechnen

a) Lies die Grundgebühr ab und vervollständige die Tabelle bis 10 km.

Fahrstrecke (km)	0	2	4
Kilometerkosten (€)	0	2,60	■
Gesamtkosten (€)	4,50	■	■

b) Lies die jährliche Grundgebühr ab und vervollständige die Tabelle bis 100 m^3.

Wasserverbrauch (m^3)	0	20	40
Verbrauchskosten (€)	0	34	■
Gesamtkosten (€)	95	■	■

4 Funktionen unterschiedlich darstellen

a) Berechne die fehlenden Werte entsprechend der Rechenvorschrift.

A $y = \frac{1}{4} \cdot x$

x	0	1	2	3	4
y	■	■	■	■	■

B $y = -1{,}5x - 1$

x	0	1	2	3	4
y	■	■	■	■	■

b) Notiere zur Wertetabelle die jeweilige Rechenvorschrift.

A

x	0	1	2	3	4
y	0	0,5	1	1,5	2

B

x	0	1	2	3	4
y	–1	1	3	5	7

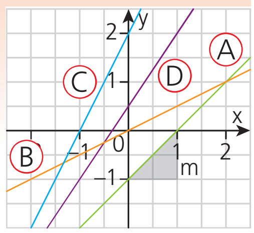
5 5 Funktionsgraphen zeichnen und Funktionsgleichungen aufstellen

a) Lege zu beiden Funktionsgleichungen eine Wertetabelle mit x-Werten von – 4 bis 4 an und zeichne die Graphen verschiedenfarbig in ein Koordinatensystem (Einheit cm).

① $y = 3 \cdot x - 2$

② $y = \frac{1}{2} \cdot x + 1$

b) Ermittle bei den Graphen A bis D jeweils die Steigung m und den y-Achsenabschnitt t und stelle die Funktionsgleichung auf.



6 Funktionale Zusammenhänge

Einstieg

- Wie viele Zutaten müssen für die Vorbestellungen von Gemüse-Wraps gekauft werden?
- Untersuche den Zusammenhang zwischen Anzahl und Preis. Was stellst du fest?
- Vervollständige die Preistabelle bis zu einer Anzahl von 15 Stück.
- Überlegt, notiert und bearbeitet weitere Aufgabenstellungen zu diesem Sachverhalt.

Gemüse-Wraps

Stück	Preis
1	2,40 €
2	4,80 €
3	7,20 €
4	

Rezept Gemüse-Wraps
(4 Stück)
20 g Rucola
1 Zwiebel
$\frac{1}{2}$ Aubergine
1 rote Paprikaschote
$\frac{1}{2}$ Zucchini
Salz
Pfeffer
Öl
4 große Weizentortillas
6 EL Joghurt (natur)

Vorbestellungen

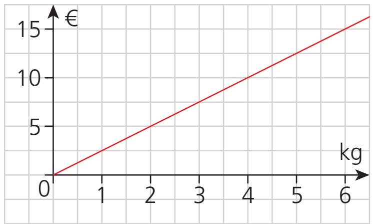
Klasse	Stück
5a	3
5b	5
6a	7
6b	10
7	12
8	18
9	15
Lehrer	18

Ausblick

In diesem Kapitel lernst du
- nicht lineare, lineare, proportionale und umgekehrt proportionale Abhängigkeiten zu erkennen und zu unterscheiden.
- lineare und umgekehrt proportionale Abhängigkeiten in Tabellen sowie im Koordinatensystem darzustellen und fehlende Werte dieser Abhängigkeiten zeichnerisch und rechnerisch zu ermitteln.
- lineare und umgekehrt proportionale Funktionen unterschiedlich darzustellen und diese Darstellungsformen miteinander zu vergleichen.
- Graphen linearer Funktionen anhand der jeweiligen Funktionsgleichung zu zeichnen.
- Schnittpunkte von Graphen linearer Funktionen zeichnerisch und rechnerisch zu bestimmen.

Proportionale Zuordnungen darstellen und berechnen

1 Der Graph zeigt eine Zuordnung kg → € für den Kauf von Weintrauben.
a) Lies den Preis für 1 kg (2 kg; 5 kg) ab.
b) Lies die Menge für 10 € (15 €; 7,50 €) ab.
c) Begründe, warum die Zuordnung proportional ist.



proportionale Zuordnung

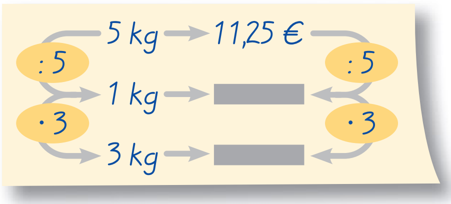
Bei proportionalen Zuordnungen gehört zum Doppelten, Dreifachen, …/dritten, vierten, … Teil der einen Größe das Doppelte, Dreifache, …/der dritte, vierte, … Teil der anderen Größe.
Der Graph ist eine vom Nullpunkt ausgehende Halbgerade. Für das Zeichnen des Graphen ist deshalb neben (0|0) nur ein weiteres Wertepaar nötig.

Wertetabelle

2 a) Erstelle eine Wertetabelle bis zu 10 kg.
b) Stelle die Zuordnung grafisch dar.

3 Erkläre und vervollständige den Lösungsweg und berechne fehlende Werte dann ebenso.

Dreisatz



a)

Stück	€
15	9,00
4	■
■	6,60

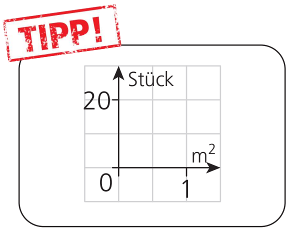
b)

kg	€
3	8,55
■	14,25
8,2	■

c)

m^2	€
0,5	18
■	252
9	■

Lösungen zu 3:		
7	23,37	11
324	2,40	5



4 Ergänze die Tabellen so, dass proportionale Zuordnungen entstehen und stelle diese grafisch dar.

a) Fliesen

m^2	3	2	■	■	8	10
Stück	48	■	80	112	■	■

b) Farbverbrauch

l	2	■	5	■	9	■
m^2	■	18	30	42	■	60

5 Berechne jeweils die fehlende Größe. Runde auf zwei Dezimalstellen.

Obstsorte	Äpfel	Kirschen	Trauben	Bananen	Pfirsiche
Menge (kg)	1,78	0,92	■	1,36	■
kg-Preis (€)	1,39	■	2,45	■	1,89
Preis (€)	■	4,14	0,93	2,03	1,17

Lösungen zu 5 und 6:		
0,38	7,5	225
25	8 100	2,47
1 350	1,49	12,5
4,50	3 375	0,62

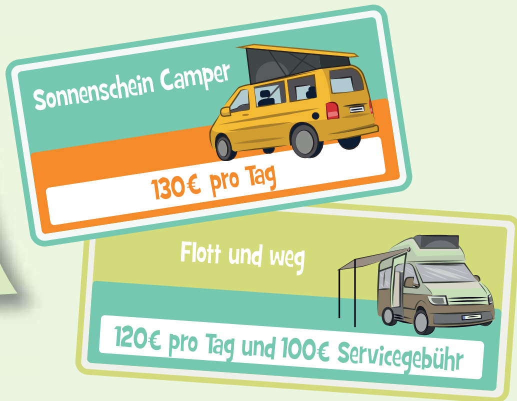
6 a) Eine Pumpe hat eine Leistung von 45 $\frac{l}{min}$. Berechne, wie viele Liter die Pumpe in 5 (30; 75; 180) Minuten schafft.
b) Welche Leistung (in $\frac{l}{min}$) hat eine Pumpe, die in 40 Minuten ein Becken von 1 m^3 leerpumpen kann?
c) Ermittle zeichnerisch (x-Achse: 1 cm ≙ 1 min, y-Achse: 1 cm ≙ 100 l), wie lange eine Pumpe mit der Leistung von 60 $\frac{l}{min}$ braucht, um ein Becken von 750 l zu füllen. Nach welcher Zeit befinden sich dabei 450 l im Becken?

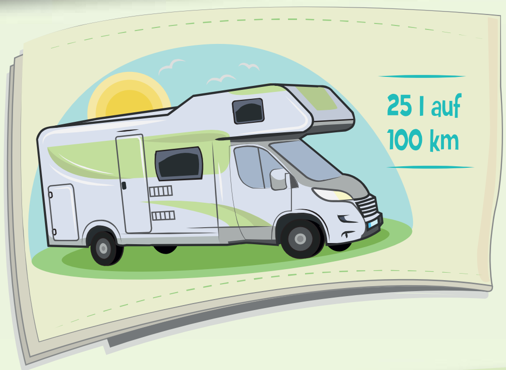
Thema: Rund ums Campen

1 In den Pfingstferien möchte Familie Rieß aus Bamberg eine zwölftägige Reise mit einem gemieteten Wohnmobil unternehmen. Die Familie holt hierfür zwei Angebote ein.

a) Stelle die zwei Angebote mit verschiedenen Farben in einem Koordinatensystem dar und vergleiche sie miteinander.

b) Sucht im Internet nach weiteren Angeboten für Familie Rieß.



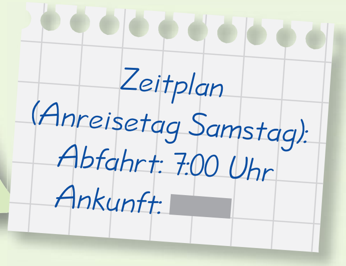


2 Die Familie informiert sich vor Antritt der Reise über den durchschnittlichen Kraftstoffverbrauch eines Wohnmobils. Ermittle grafisch den Kraftstoffverbrauch für 250 km (500 km, 1 500 km).

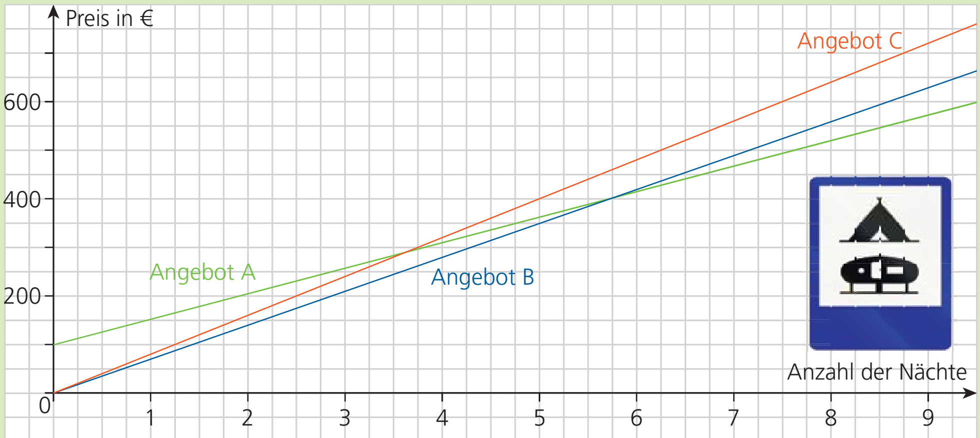
3 Sie entscheiden sich für einen Urlaub am Chiemsee, der 260 km von ihnen entfernt liegt.

a) Informiere dich im Internet oder mit dem Atlas über den Chiemsee.

b) Ermittle die geplante Ankunftszeit, wenn von einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 $\frac{km}{h}$ ausgegangen wird und eine halbe Stunde Pause eingeplant wird.



4 Die Kinder der Familie Rieß haben drei Angebote für Campingplätze am Chiemsee herausgesucht und in einem Graphen dargestellt.



a) Gib für jeden Campingplatz das Angebot an.

b) Für welches Angebot wird sich Familie Rieß bei elf Nächten entscheiden? Begründe.

c) Findet im Internet weitere Angebote von Campingplätzen und vergleicht diese mit den dargestellten.

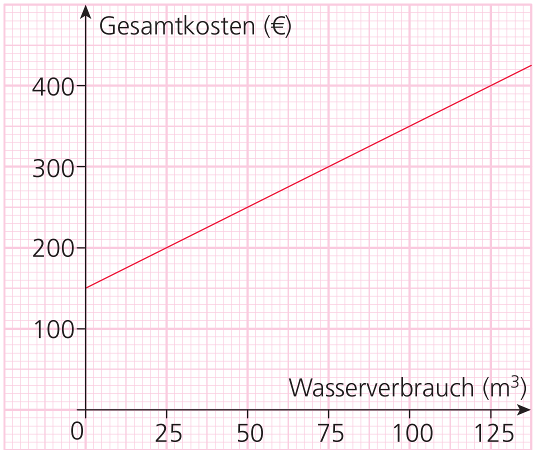
5 Sucht ein Wunschreiseziel für einen Campingurlaub und legt auch die Dauer fest. Berechnet die Gesamtkosten (Kosten für Kraftstoff, Wohnmobil- und Campingplatzgebühr) dafür.

Lineare Zuordnungen darstellen und berechnen

1 a) Welche Größen sind einander zugeordnet?
b) Wie setzen sich die Gesamtkosten zusammen?
c) Lies den Grundpreis für die Wasserversorgung ab.
d) Übertrage die Wertetabelle und ergänze fehlende Werte durch Ablesen.

m^3	25	■	■	125
€	■	300	350	■

e) Ist die Zuordnung linear? Begründe.



lineare Zuordnung

> Eine Zuordnung, deren Graph geradlinig verläuft, heißt lineare Zuordnung. Jede proportionale Zuordnung ist folglich auch eine lineare Zuordnung.

Lösungen zu 2 c) und d):		
446	284	358
154	294	87

2 a) Wie viel kostet 1 m^3 Wasser bei Aufgabe 1?
b) Erkläre, wie Arbenita die Gesamtkosten bei einem Verbrauch von 95 m^3 berechnet. Überprüfe grafisch.

$95 \cdot 2 + 150 = 340$ (€)

c) Berechne ebenso die Gesamtkosten für 72 (104; 148) m^3 Wasser.
d) Ermittle die verbrauchte Wassermenge bei Gesamtkosten von 324 (458; 718) €.

TIPP!

m^3	0	25	50
€	■		

3 1 m^3 Wasser kostet 1,80 € bei einer jährlichen Grundgebühr von 100 €.
a) Lege eine Wertetabelle bis zu einem Verbrauch von 200 m³ Wasser an.
b) Stelle die Zuordnung grafisch dar.

4 Bei einem Experiment werden mehrmals jeweils 50 ml Wasser in ein Gefäß gegossen.
a) Übertrage und ergänze die Tabelle bis zu einem Wasservolumen von 0,5 l.

Wasservolumen (ml)	0	50	100
Füllhöhe (cm)	0	2,5	5

b) Stelle die Zuordnung grafisch dar.
c) Welche Form könnte das Gefäß haben, in das gegossen wird? Begründe.

5 Banken verlangen für die Girokontoführung meist Gebühren.

(A) Monatliche Grundgebühr: 5,00 €
40 ct je Buchung

(B) Monatliche Grundgebühr: 3,00 €
50 ct je Buchung

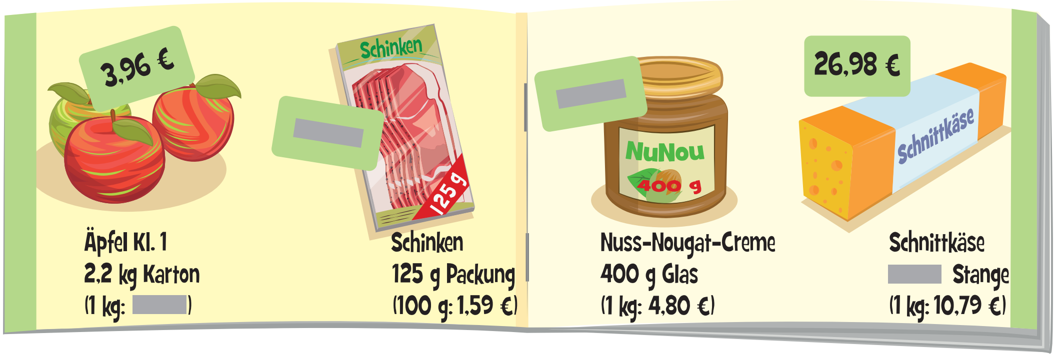
a) Lege jeweils eine Wertetabelle bis zu 50 Buchungen in 5-er-Schritten an.
b) Stelle beide Angebote mit verschiedenen Farben grafisch dar und vergleiche sie.

Fahrschule Bayern-Drive
■ € Grundgebühr
■ € pro Fahrstunde
■ € pro Sonderfahrt

Die Führerscheinfabrik
■ € Grundgebühr
■ € pro Fahrstunde
■ € pro Sonderfahrt

6 Ergänzt erst mögliche Angebote der Fahrschulen im Heft. Recherchiert dazu im Internet. Notiert dann Aufgabenstellungen, tauscht diese untereinander aus und löst sie.

7



a) Berechne die fehlenden Angaben aus den Werbeangeboten.
b) Erstellt ähnliche Aufgaben, tauscht diese aus und löst sie.

Lösungen zu 7 und 8:		
20,40	40,80	1,80
2,5	1,92	61,20
1,99	30,60	102

8 Für 1,75 Stunden Reparaturzeit verlangt die Firma Lambert 71,40 € Arbeitslohn.
a) Wie hoch ist der Arbeitslohn pro Stunde?
b) Wie teuer sind 2,5 h (1,5 h; 30 min; 45 min)?

9 a) Lege für beide Angebote eine Wertetabelle bis zu 12 Monaten an.

Monate	0	1	2
Kosten (€)	■	■	■

BodyFit
Verwaltungsgebühr jährlich: 100 €
Mitgliedsbeitrag: 25 €/Monat

Fitnesspoint
Keine Verwaltungsgebühr
Mitgliedsbeitrag: 50 €/Monat

b) Stelle beide Tarife in einem Koordinatensystem dar.
c) Ist die Zuordnung Monate → Kosten (€) jeweils proportional? Begründe.
d) Entnimm den Graphen den Preisunterschied nach 4 (6; 10) Monaten. Wie gehst du dabei vor? Erläutere.

10 a) Erstelle für alle drei Angebote Wertetabellen bis zu einer Fahrleistung von 500 km.

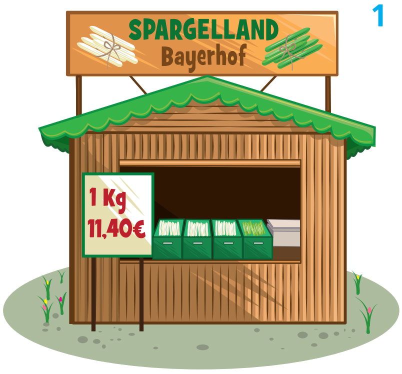
km	0	50	100	150	200
Angebot A (€)	■	■	■	■	■
Angebot B (€)	■	■	■	■	■
Angebot C (€)	■	■	■	■	■

b) Stelle die drei Angebote mit verschiedenen Farben in einem Koordinatensystem dar.
c) Vergleiche die Angebote miteinander.

11 Zwei unterschiedliche Wachskerzen brennen gleichmäßig ab. Nach zwei Stunden Brenndauer sind sie 8,5 cm und 8 cm hoch, drei Stunden später nur noch 5,5 cm und 2 cm.
a) Stelle beide Brennvorgänge grafisch dar. Lies für jede Kerze die Anfangshöhe, die gesamte Brenndauer sowie die stündliche Abnahme der Höhe ab.
b) Wie hoch sind die Kerzen jeweils nach fünf Stunden?
c) Die Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Wann sind beide gleich hoch?

Lösungen zu 11:		
1,5	6	2
10,5	12	10,5
2	5,5	1

Lineare Funktionen unterschiedlich darstellen



1

Gewicht (g)	250	500	750	1 000	1 250
Preis (€)	■	■	■	■	

a) Welche Größen werden einander zugeordnet? Ist die Zuordnung proportional? Begründe.
b) Vervollständige die Tabelle bis zu einem Wert von 2 kg.
c) Bilde jeweils den Quotienten aus den zusammengehörigen Wertepaaren. Was stellst du fest?
d) Bella meint: „Wenn in einer Zuordnung die Wertepaare quotientengleich sind, dann sind sie proportional." Hat sie recht? Überprüfe an verschiedenen Beispielen.

TIPP!
Quotient
€ : g

2 Die Seitenüberschrift spricht von Funktionen und nicht von Zuordnungen. Finde den Unterschied heraus.

Funktion
Funktionswerte

Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung.
Dabei wird jedem Wert der einen Größe (x-Wert) genau ein Wert der anderen Größe (y-Wert) zugeordnet.
Die zugeordneten Größen (y-Werte) nennt man Funktionswerte.
Eine proportionale Zuordnung ist auch eine proportionale Funktion.

3 Erstelle jeweils eine Wertetabelle für ganzzahlige x-Werte von –5 bis 5.

a) $y = 6 \cdot x$ b) $y = 2{,}5 \cdot x$ c) $y = \frac{1}{5} \cdot x$ d) $y = \frac{3}{4} \cdot x$
e) $y = -5 \cdot x$ f) $y = -0{,}5 \cdot x$ g) $y = -\frac{1}{5} \cdot x$ h) $y = -\frac{1}{4} \cdot x$

Lösungen zu 4:		
–8	8	30
32	0	–2
40	–3	–27
–20	4	3
–14	20	12
0	0	10
2	6	

4 Berechne die fehlenden Werte möglichst im Kopf.

a) $y = 5 \cdot x$

x	0	2	4	6	8
y	■	■	■	■	■

b) $y = -2 \cdot x$

x	0	1	4	7	10
y	■	■	■	■	■

c) $y = 4 \cdot x$

x	0	2	■	■	8
y	■	■	16	24	■

d) $y = -3 \cdot x$

x	■	–1	■	9	■
y	9	■	–6	■	–36

5 Notiere zu den Wertetabellen a) bis h) die passende Funktionsgleichung.

a)

x	0	2	4	6	8
y	0	8	16	24	32

b)

x	0	2	4	6	8
y	0	14	28	42	56

c)

x	0	2	3	7	10
y	0	2,6	3,9	9,1	13

d)

x	3	4	7	9	12
y	0,6	0,8	1,4	1,8	2,4

e)

x	2	3	5	7	9
y	–2	–3	–5	–7	–9

f)

x	2	3	5	6	12
y	–3	–4,5	–7,5	–9	–18

g)

x	2	3	5	7	9
y	0,5	0,75	1,25	1,75	2,25

h)

x	–7	–5	–4	–2	3
y	17,5	12,5	10	5	–7,5

Darstellungsformen einer linearen Funktion

Ein leeres Aquarium wird gleichmäßig befüllt. In jeder Minute steigt der Wasserstand dabei um 0,5 dm.

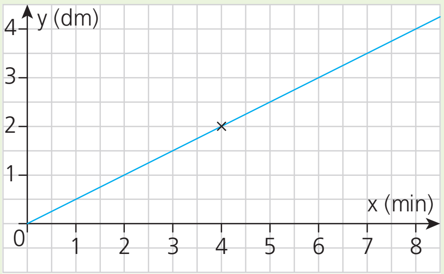
In Worten:
Jedem x-Wert wird als y-Wert das 0,5-Fache zugeordnet.

Wertetabelle:

x	0	1	2	3	4
y	0	0,5	1	1,5	2

Funktionsgleichung: $y = 0{,}5 \cdot x$

Graph:

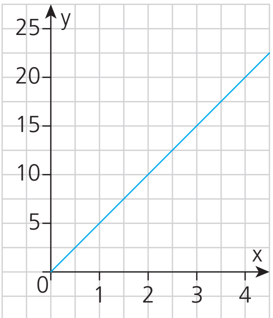


6 a) Beschreibe die unterschiedlichen Darstellungsformen im Merkkasten.
b) Erstelle die Darstellungsformen, wenn nun in jeder Minute der Wasserstand im Aquarium um 1,5 dm (2 dm; 2,25 dm) steigt.

7 Gib die Funktion in den verschiedenen Darstellungsformen an.
a) Jedem x-Wert wird als y-Wert das Doppelte zugeordnet.
b) $y = x$
c)

x	0	1	2	3	4
y	0	–2	–4	–6	–8

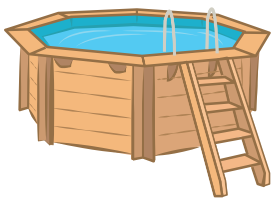
d)



e) Jedem x-Wert wird als y-Wert das Dreifache zugeordnet.
f)

x	1	3	4	5	7
y	–3	–9	–12	–15	–21

8 Ein leerer Whirlpool wird mit Wasser befüllt. Pro Minute fließen 40 Liter Wasser in den Pool.

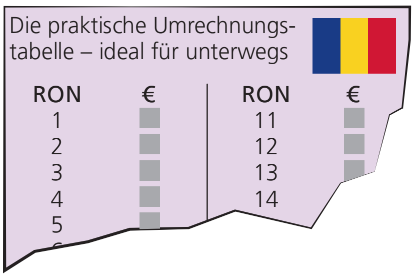


a) Ergänze die Wertetabelle.

Zeit (min)	0	1	2	5	8	10	12	15
Wassermenge (l)	0	40	■	■	■	■	■	■

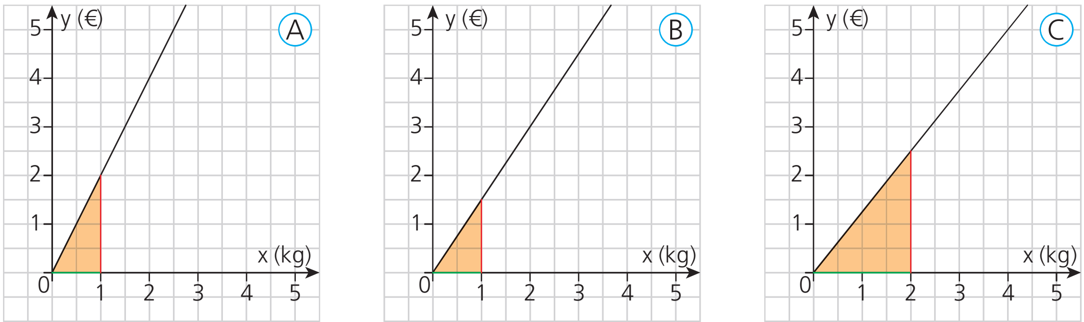
b) Zeichne den Graphen der linearen Funktion und ermittle die Funktionsgleichung.
c) In den Whirlpool dürfen maximal 500 l Wasser eingefüllt werden. Wie muss der Graph aus Aufgabe b) angepasst werden? Begründe.

9 Recherchiere im Internet den aktuellen Kurs des rumänischen Leu (RON) zum Euro.
a) Gib die zugehörige Funktionsgleichung an und vervollständige die Tabelle bis 20 RON.
b) Zeichne den Graphen dieser Funktion.
c) Wie ändert sich die Funktionsgleichung, wenn der rumänische Leu um 10 % an Wert zulegt?


Die praktische Umrechnungstabelle – ideal für unterwegs

RON	€	RON	€
1	■	11	■
2	■	12	■
3	■	13	■
4	■	14	
5	■		

Lineare Funktionsgleichungen aufstellen



TIPP!
Quotient
y-Wert : x-Wert

1 a) Ordne jedem Wochenmarktangebot den passenden Graphen zu und erstelle jeweils eine Wertetabelle von 0 bis 4 kg.

b) Bilde jeweils den Quotienten zusammengehöriger Wertepaare. Was stellst du fest?

c) Erläutere den Zusammenhang zwischen dem gemeinsamen Quotienten und der Steigung des Graphen.

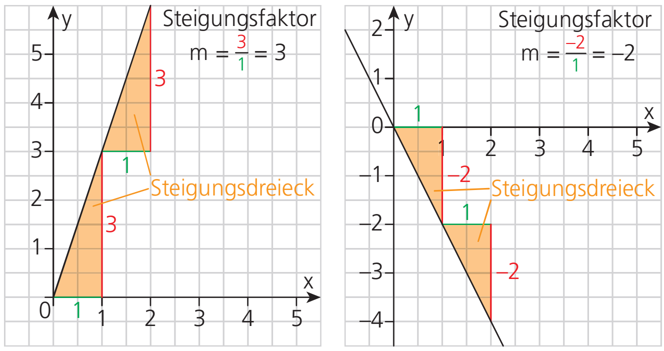
d) Ordne jedem Graphen die entsprechende Funktionsgleichung zu.

$y = 1{,}25 \cdot x$ $\quad$ $y = 1{,}5 \cdot x$ $\quad$ $y = 2 \cdot x$

2 Der Graph einer linearen Funktion hat an jeder Stelle die gleiche Steigung.

a) Erkläre den Steigungsfaktor m an nebenstehenden Abbildungen.

b) Bestimme anhand der Steigungsdreiecke die Steigungsfaktoren m in Aufgabe 1.



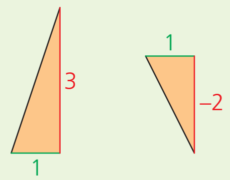
proportionale Funktion
Funktionsgleichung
Steigungsdreieck
Steigungsfaktor

Funktionsgleichung einer proportionalen Funktion:

$y = m \cdot x$ $\qquad$ Steigungsfaktor

Der Steigungsfaktor gibt die Steigung des Graphen an. Er ist der Quotient aus Höhe und Breite des Steigungsdreiecks und kann positiv (Graph steigend) oder negativ (Graph fallend) sein.

Steigungsfaktor

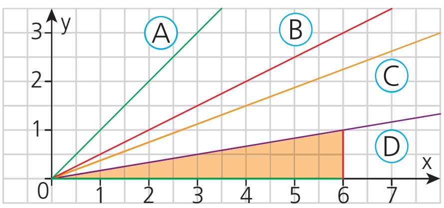


$m = \frac{3}{1} = 3$ $\qquad$ $m = \frac{-2}{1} = -2$

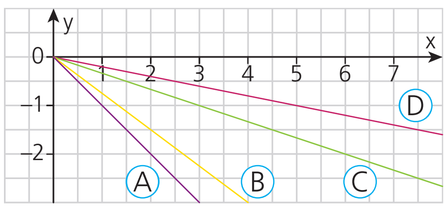
Lösungen zu 3:	
$y = 0{,}75 \cdot x$	$y = \frac{1}{6} \cdot x$
$y = -\frac{1}{3} \cdot x$	$y = 0{,}5 \cdot x$
$y = -\frac{1}{5} \cdot x$	$y = -x$
$y = 0{,}375 \cdot x$	$y = x$

3 Um den Steigungsfaktor exakt zu bestimmen, errichtet man das Steigungsdreieck am besten dort, wo der Graph genau einen Gitternetzpunkt trifft. Lies jeweils die Steigung m des Graphen ab und gib die Funktionsgleichung an.

a)



b)



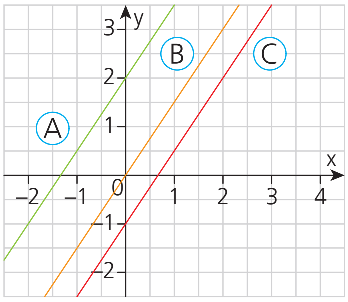
4 Drei lineare Funktionen sind grafisch dargestellt.

a) Beschreibe den Verlauf der Graphen. Was ist demnach bei allen Funktionsgleichungen gleich?

b) Ordne die Funktionsgleichungen zu.

$y = 1{,}5 \cdot x + 2$ | $y = 1{,}5 \cdot x$ | $y = 1{,}5 \cdot x - 1$

c) Was lässt sich anhand der Funktionsgleichungen jeweils über den Verlauf der Graphen aussagen?

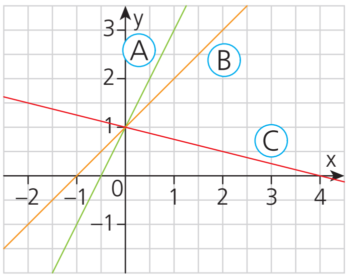


5 a) Vergleiche den Verlauf der drei Graphen. Was ist demnach bei allen Funktionsgleichungen gleich?

b) Ordne die Funktionsgleichungen zu.

$y = -0{,}25 \cdot x + 1$ | $y = x + 1$ | $y = 2 \cdot x + 1$

c) Was lässt sich anhand der Funktionsgleichungen jeweils über den Verlauf der Graphen aussagen?



Bei der Funktionsgleichung $y = m \cdot x + t$ gibt m die Steigung des Graphen und t seine Schnittstelle mit der y-Achse an:

Steigungsfaktor ← $y = m \cdot x + t$ → y-Achsenabschnitt

lineare Funktion
Funktionsgleichung
y-Achsenabschnitt

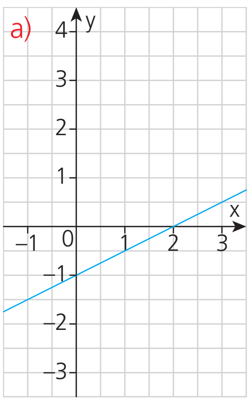
6 Gib jeweils den Steigungsfaktor m und den y-Achsenabschnitt t an.

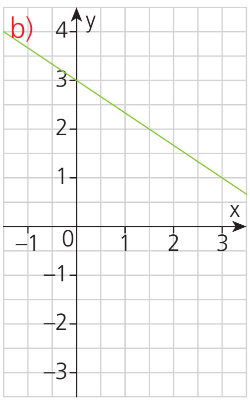
a) $y = 5 \cdot x + 1$ b) $y = -3 \cdot x + 0{,}5$ c) $y = \frac{1}{2} \cdot x - 1$
d) $y = -\frac{1}{2} \cdot x + 1$ e) $y = \frac{2}{3} \cdot x + 3$ f) $y = -3{,}5 \cdot x - 10$

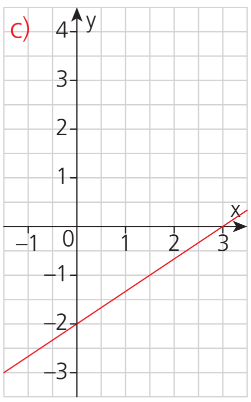
7 Stelle jeweils die Funktionsgleichung auf.

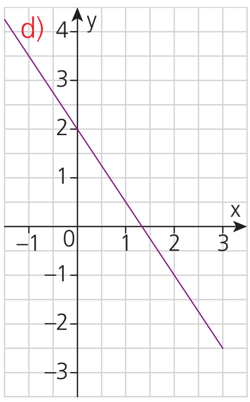
a) $m = 2 \quad t = 3$ b) $m = \frac{1}{5} \quad t = -2$ c) $m = \frac{3}{2} \quad t = -8$
d) $m = -2 \quad t = -3$ e) $m = -8 \quad t = 0{,}5$ f) $m = -\frac{1}{2} \quad t = -\frac{1}{10}$

8 Ermittle bei jedem Graphen zuerst den Steigungsfaktor m und den y-Achsenabschnitt t. Stelle dann die zugehörige Funktionsgleichung auf.









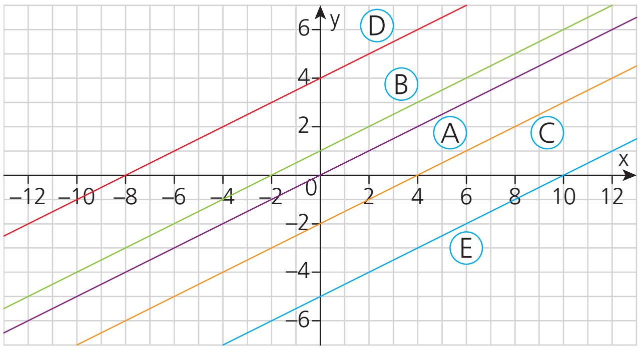
Lösungen zu 9:	
$-\frac{2}{3}$	0,5
–1,5	$\frac{2}{3}$
2	3
–1	–2
$y = -1{,}5 \cdot x + 2$	$y = -\frac{2}{3} \cdot x + 3$
$y = \frac{2}{3} \cdot x - 2$	$y = 0{,}5 \cdot x - 1$

Übungsaufgaben zu linearen Funktionsgleichungen lösen

1 Der Graph (A) einer linearen Funktion hat die Steigung 0,5. Alle übrigen Graphen verlaufen parallel dazu.

a) Gib die Funktionsgleichung von (A) an.

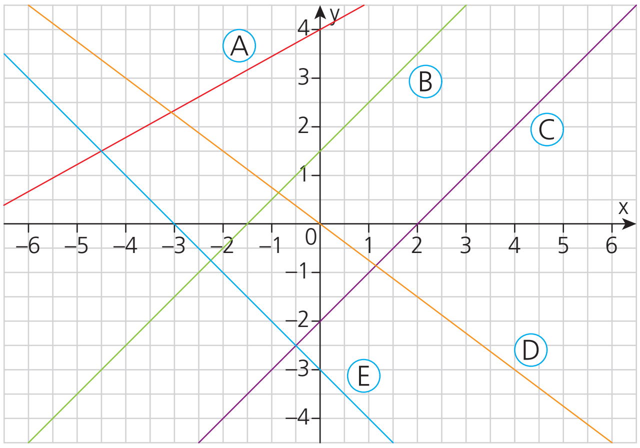
b) Stelle die Funktionsgleichungen der anderen vier Graphen auf.



2 a) Lies den Schnittpunkt jedes Graphen mit der y-Achse ab.

b) Bestimme die Steigung der jeweiligen Graphen.

c) Stelle für jeden Graphen die Funktionsgleichung auf.



3 Der Graph einer linearen Funktion verläuft durch P (0|–3) und schneidet die x-Achse im Punkt Q (6|0). Gib die zugehörige Funktionsgleichung an.

4 Zeichne den Graphen einer linearen Funktion, die durch den Nullpunkt und den angegebenen Punkt verläuft. Gib die jeweilige Funktionsgleichung an.

a) A (3|3) b) B (4|2) c) C (2,5|7,5) d) D (2|–2) e) E (–4|–1)

Lösungen zu 5 und 6:	
y = 2x – 2	y = –2
y = 2,5x	y = –1,5x + 1,5
y = 1,5x + 1,5	$y = -\frac{1}{10}x + 2{,}5$
y = 2x	y = 0,5x
$y = \frac{3}{4}x$	

5 Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Funktion, deren Graph durch die Punkte A und B verläuft.

a) A (2|1) B (6|3) b) A (–2|–4) B (3|6) c) A (1|0) B (5|8)
d) A (–2|4,5) B (2|–1,5) e) A (–5|3) B (5|2) f) A (–4|–2) B (8|–2)

6 Zeichne den Graphen und gib die Funktionsgleichung an.

a)

x	–2	0	1	2
y	–5	0	2,5	5

b)

x	–2	–1	0	2
y	–1,5	0	1,5	4,5

c)

x	–4	0	2	6
y	–3	0	1,5	4,5

7 Remig behauptet: „Jeder Graph einer linearen Funktion mit y = m · x + t hat als Schnittpunkt mit der y-Achse den Punkt P (t|0).“ Hat er recht? Begründe.

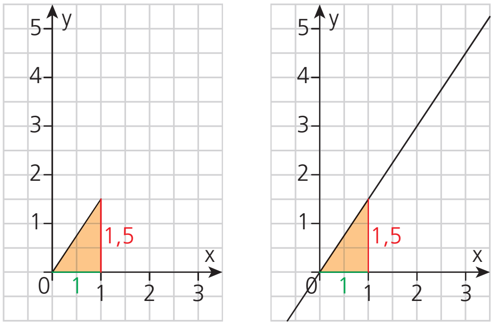
8 Lege eine Wertetabelle an, zeichne den Graphen und stelle die Funktionsgleichung auf.

a) Für die Reinigung eines Kinderpools wird der Wasserstand von 7 dm auf 1 dm abgesenkt. Der Abfluss schafft dabei 1,5 dm pro Minute.

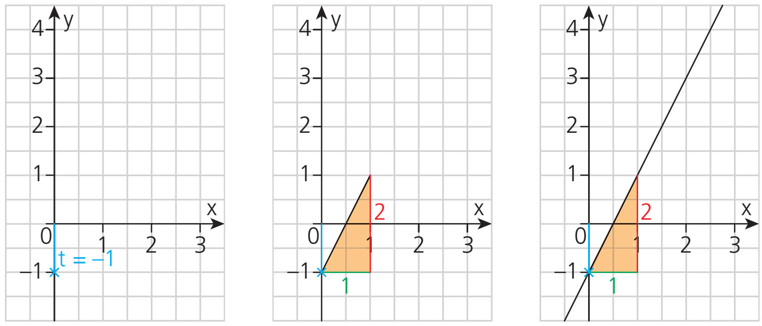
b) Anschließend wird der Pool wieder bis zu einem Wasserstand von 0,7 m befüllt. Alle drei Minuten steigt dieser dabei um 1 dm an.

Graphen linearer Funktionen zeichnen

Ⓐ $y = 1{,}5 \cdot x$



Ⓑ $y = 2 \cdot x - 1$



1 Erkläre, wie Leni jeweils mithilfe der Funktionsgleichung die Graphen zeichnet.

2 Zeichne jeweils den Graphen der Funktion in ein Koordinatensystem.

a) $y = 4 \cdot x$ b) $y = 2{,}5 \cdot x$ c) $y = -3 \cdot x$ d) $y = 1{,}5 \cdot x + 2$
e) $y = -2 \cdot x - 0{,}5$ f) $y = 6 \cdot x - 5$ g) $y = -3{,}5 \cdot x + 2{,}5$ h) $y = x - 1{,}5$

TIPP!

1. Achsenabschnitt festlegen
2. Steigungsdreieck zeichnen
3. Gerade zeichnen

3 Stelle jeweils zuerst in eine Funktionsgleichung der Form $y = m \cdot x + t$ um. Zeichne dann den Graphen.

a) $y + 2 = x$ b) $y + 1{,}5x = -0{,}5$ c) $y - 3x = -2$
d) $y + 3{,}5\,x - 0{,}5 = 0$ e) $-2x + y + 0{,}5 = 0$ f) $y - 0{,}5 = 2{,}5x$
g) $3y = 9x - 1{,}5$ h) $0{,}5\,y - 1 = x$ i) $-4x - 2y + 2 = 0$

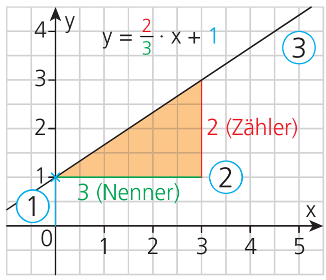
4 Stelle zuerst jeweils die Funktionsgleichung der Geraden auf, die durch den Punkt S verläuft und die angegebene Steigung hat. Zeichne dann den Graphen.

a) S (0|1) m = 0,5 b) S (0|−1) m = 4 c) S (0|5) m = −1,5
d) S (0|−3) m = 2 e) S (0|6,5) m = −3 f) S (0|0) m = 1

Lösungen zu 4:	
$y = 2x - 3$	$y = x$
$y = -1{,}5x + 5$	$y = 0{,}5x + 1$
$y = 4x - 1$	$y = -3x + 6{,}5$

5 Erkläre am Beispiel, wie der Graph gezeichnet wird, wenn der Steigungsfaktor ein Bruch ist. Zeichne dann ebenso.

a) $y = \frac{2}{5}x$ b) $y = \frac{1}{3}x + 1$ c) $y = \frac{3}{5}x - 2$
d) $y = -\frac{2}{3}x + 3$ e) $y = \frac{3}{4}x + 1{,}5$ f) $y = \frac{1}{6}x - 2{,}5$
g) $y = -\frac{2}{7} + 0{,}5$ h) $y = 1\frac{2}{3}x - 0{,}5$ i) $y = -1\frac{1}{5}x + 4$



6 Ordne jeder Funktionsgleichung den geeigneten Maßstab zu und zeichne den Graphen.

Ⓐ $y = 20x - 4$
Ⓑ $y = -9x + 9$
Ⓒ $y = 10x + 15$

① x-Achse: 1 cm ≙ 1 LE; y-Achse: 1 cm ≙ 3 LE
② x-Achse: 1 cm ≙ 1 LE; y-Achse: 1 cm ≙ 5 LE
③ x-Achse: 1 cm ≙ 1 LE; y-Achse: 1 cm ≙ 4 LE

TIPP!

LE steht für Längeneinheiten.

7 Finde jeweils einen geeigneten Maßstab und zeichne den Funktionsgraphen.

Ⓐ $y = 25x + 5$ Ⓑ $y = -16x - 2$ Ⓒ $y = 21x - 3$

Schnittpunkte von linearen Funktionen bestimmen

1

Ali und Emma lesen die Angebote in der Wochenzeitung. Sie wollen herausfinden, wann beide Angebote gleich teuer sind.

a) Beschreibe, wie Ali vorgegangen ist.

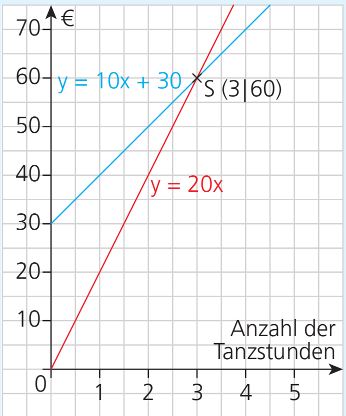
b) Erkläre und vervollständige Emmas Vorgehensweise.

Schnittpunkt zweier linearer Funktionen

zeichnerische Lösung

rechnerische Lösung

Ali



Emma

Funktionsgleichungen gleichsetzen

$y_1 = y_2$

$20x = 10x + 30$

Gleichung äquivalent umformen

$10x = 30$

x = ■

x-Wert in eine der beiden Funktionsgleichungen einsetzen

$y = 20 \cdot 3$

y = ▲

Koordinaten des Schnittpunkts angeben

S (■|▲)

Lösungen zu 2 und 3:	
(3|0)	(3|0)
(–0,25|–1)	(–2|5)
(1|0,95)	(4|–6)
(–12|–8)	(3,5|24)
(–1|1)	(1|–1)
unendlich viele Schnittpunkte	kein Schnittpunkt

2 Bestimme den Schnittpunkt der beiden Funktionen durch Zeichnung.

a) f_1: $y = 3x - 4$ f_2: $y = -x$
b) f_1: $y = -x + 3$ f_2: $y = -0{,}5x + 1{,}5$
c) f_1: $y = x + 1$ f_2: $y = x + 3$
d) f_1: $y = 0{,}5x - 2$ f_2: $y = x + 4$
e) f_1: $y = -1{,}5x + 2$ f_2: $y = \frac{4}{8}x + 6$
f) f_1: $y = -\frac{1}{3}x + 1$ f_2: $y = -\frac{2}{6}x + 1$

3 Bestimme den Schnittpunkt der beiden Funktionen durch Rechnung.

a) f_1: $y = 8x - 4$ f_2: $y = 6x + 3$
b) f_1: $y = -x$ f_2: $y = 4x + 5$
c) f_1: $y = 12x + 2$ f_2: $y = -4x - 2$
d) f_1: $y = -0{,}5x + 1{,}5$ f_2: $y = 0{,}7x - 2{,}1$
e) f_1: $y = -4 - 0{,}5x$ f_2: $y = -x - 2$
f) f_1: $y = 0{,}25x + 0{,}7$ f_2: $y = -\frac{1}{4}x + 1{,}2$

TIPP!
Normalform
$y = m \cdot x + t$

4 Forme zuerst in die Normalform um und bestimme dann den Schnittpunkt der beiden Funktionen mit einem Verfahren deiner Wahl.

a) f_1: $-2x + y - 1 = 0$ f_2: $x + y - 10 = 0$
b) f_1: $10x + 5y = 32{,}5$ f_2: $-16x + 8y + 12 = 0$
c) f_1: $2x + 4y + 16 = 0$ f_2: $-3x + 6y = 12$
d) f_1: $0{,}5y = 2x - 0{,}5$ f_2: $1{,}5x = 3y - 7{,}5$
e) f_1: $-2x + y - 1 = 0$ f_2: $-1{,}5x - 12 + 3y = 0$
f) f_1: $0 = 10x - 4 - 2y$ f_2: $15 = 2{,}5y + 7{,}5x$

Lösungen zu 4:		
(2|5)	(1|3)	(2|2,5)
(1|3)	(–6|–1)	(3|7)

5 a) Gegeben ist die Funktionsgleichung $y = 5x + 3$. Zeichne die Funktion in ein Koordinatensystem.

b) Eine weitere lineare Funktion hat die Steigung $m = -2$ und den y-Achsenabschnitt $t = -4$. Stelle die Funktionsgleichung auf und zeichne den Graphen in das Koordinatensystem von a).

c) Lies den Schnittpunkt S aus der Zeichnung ab und überprüfe durch Rechnung.

6 a) Eine lineare Funktion ist durch die Steigung $m = -0{,}25$ und den Punkt $P\,(0|9)$ festgelegt. Stelle die Funktionsgleichung auf.

b) Eine weitere lineare Funktion verläuft durch den Ursprung und hat die Steigung $m = 2$. Stelle ihre Funktionsgleichung auf und zeichne beide Funktionen in ein Koordinatensystem.

c) Lies den Schnittpunkt S beider Graphen aus der Zeichnung ab und überprüfe dein Ergebnis rechnerisch.

7 Zeige rechnerisch, dass sich die drei Funktionen genau in einem Punkt schneiden.

f_1: $y = 0{,}5x$ f_2: $y = x - 1{,}5$ f_3: $y = -2x + 7{,}5$

8 Mila besucht regelmäßig ein Fitnessstudio. Pro Besuch bezahlt sie 12 €.

a) Gib die Funktionsgleichung an.

b) Stelle die lineare Funktion grafisch dar.

c) Das Fitnessstudio macht das Angebot nebenan. Ab wie vielen Besuchen lohnt sich dieses Angebot? Löse erst zeichnerisch und dann rechnerisch.

9 Zwei Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Die erste ist 12 cm hoch und brennt pro Stunde 1,5 cm ab. Die zweite hat eine Höhe von 9 cm und brennt pro Stunde 0,5 cm ab.

a) Stelle für jede Kerze die Funktionsgleichung auf.

b) Berechne, wann beide Kerzen gleich hoch sind.

c) Überprüfe deine Ergebnisse zeichnerisch.

TIPP! *Der Steigungsfaktor ist jeweils negativ.*

10 Zwei Freunde wollen sich treffen. Sie wohnen 105 km voneinander entfernt.

a) Amina fährt mit dem Fahrrad zu dem Treffen. Sie fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 15 $\frac{km}{h}$. Stelle die Funktionsgleichung auf.

b) Markus fährt mit seinem Mofa mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 20 $\frac{km}{h}$. Gib die Funktionsgleichung an.

c) Berechne, wann sich beide treffen, wenn keiner eine Pause macht.

d) Wie weit sind Amina und Markus bis zum Treffpunkt jeweils gefahren?

e) Überprüfe deine Ergebnisse mit einer Zeichnung.

TIPP! *Markus startet nicht im Ursprung.*

Umgekehrt proportionale Zuordnungen erkennen

Winkelgröße in °	30	60	90	120	15	10
Anzahl Kreisausschnitte	12	■	■	■	■	■

1 Maria will die Pausenhalle dekorieren. Sie klebt dazu bunte Kreismuster aus verschiedenfarbigem Tonpapier auf. Jedes Kreismuster soll dabei aus gleich großen Stücken zusammengesetzt werden. Sie überlegt sich vorher, wie viele Kreisausschnitte sie jeweils braucht.

a) Übertrage und vervollständige die Tabelle.
b) Wie hängen Größe des Winkels und Anzahl der Kreisausschnitte zusammen (je …, desto …)?
c) Wie groß ist die Anzahl der Kreisausschnitte bei doppelter (halber) Winkelgröße?
d) Welche Winkelgröße gehört zur dreifachen Anzahl (zum dritten Teil der Anzahl) der Kreisausschnitte?

umgekehrt proportionale Zuordnung

Winkelgröße in °	Anzahl Kreisausschnitte
30	12
60	6
90	4
15	24
10	36

Es besteht ein gesetzmäßiger Zusammenhang:
– Zur doppelten Winkelgröße gehört die halbe Anzahl von Kreisausschnitten,
– zur dreifachen Winkelgröße gehört der dritte Teil der Anzahl von Kreisausschnitten,

oder
– zur halben Winkelgröße gehört die doppelte Anzahl von Kreisausschnitten,
– zum dritten Teil der Winkelgröße gehört die dreifache Anzahl von Kreisausschnitten.

Solche Zuordnungen heißen umgekehrt proportional.

2 Sucht Sachverhalte, bei denen umgekehrt proportionale Zuordnungen vorkommen.

3 Bei welchen Wertetabellen liegen umgekehrt proportionale Zuordnungen vor? Begründe.

a)

Anzahl der Teilnehmer	24	12	48	36
Kosten pro Teilnehmer (€)	18	36	9	12

b)

Rohrlänge (m)	5	15	10	7,5
Anzahl der Rohre	300	100	150	200

c)

Länge (m)	1,5	3	4,5	9
Preis (€)	7,95	15,90	23,85	47,70

d)

Anzahl der Gläser	8	16	20	40
Füllmenge je Glas (l)	0,5	0,25	0,2	0,1

4 Mehmet schneidet acht Schnüre mit gleicher Länge jeweils anders in gleich lange Stücke. Bestimme die fehlenden Stückzahlen bzw. Stücklängen.

6 Stücke	4,00 m	4 Stücke	■	■	1,20 m	16 Stücke	■
12 Stücke	■	■	3,00 m	10 Stücke	■	32 Stücke	■

Lösungen zu 4:		
1,50	20	0,75
8	2	2,40
6		

5

Länge eines Stückes (cm)	96	■	■	12	6	48	■	32
Anzahl der Stücke	■	32	4	8	■	■	12	■

Gleich lange Papierstreifen werden in gleiche Stücke zerschnitten.
Übertrage die Tabelle in dein Heft und vervollständige sie.

6 a) Übertrage den Text ins Heft und vervollständige ihn.
Wenn ein Futtervorrat bei acht Tieren zwölf Tage reicht, dann reicht er bei einem Tier ■-mal so lange, also zwölf Tage · ■ = ◆ Tage. Wenn der Vorrat bei einem Tier ◆ Tage reicht, dann reicht er bei sechs Tieren den ● Teil, also ◆ Tage : ● = ▼.

b) Notiert weitere Texte und tauscht diese untereinander aus.

7 Ergänze jeweils die Tabelle der umgekehrt proportionalen Zuordnung.

a) Mengen abpacken

Gewicht (g)	Anzahl der Packungen
250	40
50	■
125	■
100	■

b) Flüssigkeiten abfüllen

Doseninhalt (l)	Anzahl der Dosen
5	30
■	150
■	50
■	600

c) Maschinen einsetzen

Anzahl der Maschinen	Laufzeit je Maschine (h)
3	10
6	■
■	15
8	■

Lösungen zu 7:		
0,25	80	5
2	100	3,75
200	3	1

8 Die Rechtecke sollen den gleichen Flächeninhalt haben. Suche die beiden fehlerhaften Wertepaare und berichtige diese.

Länge (dm)	9	3	18	1	6	8	24
Breite (dm)	4	12	2,5	36	6	3,5	1,5

9 Bilde kleine Aufgaben und überlege, welche Zuordnungen umgekehrt proportional sind. Notiere die zugehörigen Buchstaben.

① doppelte Geschwindigkeit – halbe Zeit Ⓖ

② dreifache Zeit – dreifache Strecke Ⓐ

③ dreifacher Verbrauch – dritter Teil der Vorratszeit Ⓤ

④ halbe Arbeitsstundenzahl – halber Lohn Ⓢ

⑤ vierfache Maschinenzahl – vierter Teil der Fertigungszeit Ⓣ

⑥ doppelte Menge – doppelter Preis Ⓕ

■ ■ ■

10 Bestimme die fehlenden Werte und finde mögliche Zusammenhänge.

a)

	Tiere	Dauer (d)	
· 2	30	20	: 2
	60	■	
	12	■	

b)

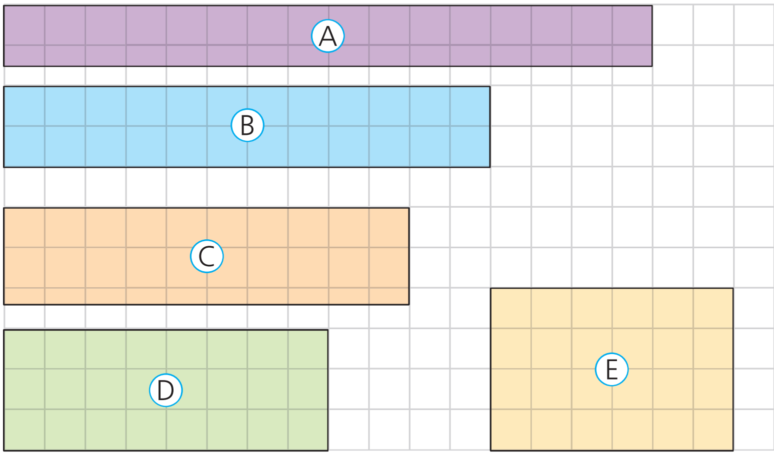
Pumpen	Dauer (d)
3	15
1	45
5	9

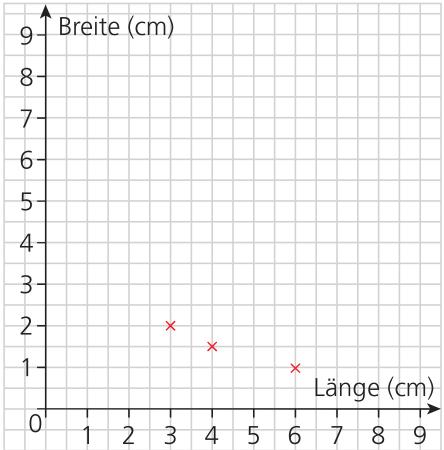
c)

Flascheninhalt (l)	Anzahl
0,7	250
0,1	■
■	700

11 Den Rohbau eines Hauses können zwölf Arbeiter in 50 Tagen fertigstellen. Wie viele Arbeiter braucht man, wenn der Bau an einem Tag erstellt werden soll? Ist das Ergebnis realistisch? Begründet.

Umgekehrt proportionale Zuordnungen darstellen





1 a) Bestimme bei jedem Rechteck die Länge und die Breite. Trage die Werte in eine Tabelle ein und ermittle den jeweiligen Flächeninhalt. Was stellst du fest?

Rechteck	A	B	C	D
Länge (cm)	8	6		
Breite (cm)	0,75			
Flächeninhalt (cm^2)	6			

b) Welche Art von Zuordnung liegt beim Zusammenhang zwischen Länge und Breite bei flächeninhaltsgleichen Rechtecken vor? Ergänze die Tabelle um die Seitenlängen 2 cm, 1,5 cm, 1 cm und 0,75 cm.

c) Im obigen Koordinatensystem wurden einige Wertepaare eingetragen. Übertrage die Darstellung und ergänze die fehlenden Wertepaare.

d) Verbinde die ermittelten Punkte. Beschreibe den Verlauf des Graphen.

2 a) Erstelle für die Zuordnung zwischen der Länge und Breite bei Rechtecken mit jeweils 18 cm^2 Flächeninhalt eine Wertetabelle bis zur Länge/Breite 12 cm.

b) Stelle die Zuordnung in einem Koordinatensystem dar. Was lässt sich über den Graphen einer umgekehrt proportionalen Zuordnung aussagen (vergleiche auch Aufgabe 1d)?

Graph einer umgekehrt proportionalen Zuordnung: Hyperbel

Bei umgekehrt proportionalen Zuordnungen liegen alle Punkte einander zugeordneter Werte auf einer Kurve, die Hyperbel genannt wird.

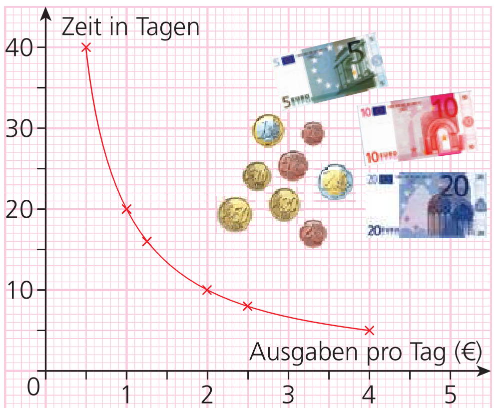
3 Der Graph zeigt, wie lange Inas Taschengeld in Abhängigkeit von der jeweiligen täglichen Ausgabe reicht.

a) Begründe, warum es sich um eine umgekehrt proportionale Zuordnung handelt.

b) Erstelle eine Wertetabelle zu den markierten Punkten. Lies dabei aus dem Graphen ab.

c) Wie viel Taschengeld bekommt Ina?

d) Stelle ebenso grafisch dar, wenn Ina 30 € Taschengeld hätte.



Umgekehrt proportionale Zuordnungen berechnen

1 Eine Tippgemeinschaft in einem Betrieb gewinnt 10800 € im Lotto.
a) Wie hängen Anzahl der Mitspieler und Gewinnsumme pro Person zusammen?
b) Welchen Betrag erhält jeder bei zwölf Mitspielern?
c) Welchen Betrag erhält jeder bei drei Mitspielern? Erkläre, übertrage und ergänze den Lösungsweg.

: 4	12 Mitspieler → 900 € für jeden	· 4
	3 Mitspieler → ■ € für jeden	

d) Welchen Betrag erhält jeder bei 4 (6; 18) Mitspielern?
e) Wie viele Mitspieler hat die Tippgemeinschaft, wenn jeder 450 € (300 €; 1350 €) erhält?

Zweisatz

Lösungen zu 1 d) und e):		
2700	600	8
1800	24	36
3600		

2 Für den Kauf eines Mofas leiht sich Klaus von seinem Vater Geld, das er innerhalb von 30 Monaten in Raten zu je 45 € zurückzahlen will.

a) Wie viel Geld hat ihm sein Vater geliehen?
b) Er will nach zwölf Monaten schuldenfrei sein. Wie viel Euro muss er monatlich zurückzahlen? Erkläre und ergänze den Lösungsweg.

: 30	30 Monate → 45 €	· 30
· 12	1 Monat → ■ €	: 12
	12 Monate → ▰ €	

c) Wie viel Euro muss er monatlich zurückzahlen, wenn er nach 10 (8; 18; 24) Monaten schuldenfrei sein will?
d) Wie lange dauert die Rückzahlung bei einer monatlichen Ratenhöhe von 90 € (30 €; 67,50 €; 37,50 €)?

Dreisatz

3 Die Klasse 9a verkauft beim Elternsprechtag Blechkuchen. Aus einem Blech kann man 24 gleich große Stücke schneiden. Pro Stück möchte die Klasse 1,50 € verlangen. Cornelia macht den Vorschlag, größere Stücke zu 2 € zu verkaufen. Sie will aber trotzdem damit den gleichen Umsatz erzielen. In wie viele Stücke möchte sie ein Blech teilen?

Lösungen zu 2 bis 5:		
112,50	45	32
75	36	56,25
40	20	1350
15	135	18
36	24	168,75

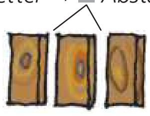
4 Erik und Philipp planen eine sechstägige Wandertour. Jeden Tag wollen sie 30 km wandern. Wie viele Kilometer müssen sie täglich zurücklegen, wenn sie die gleiche Strecke in fünf Tagen schaffen wollen?

5 Ein Tierheim erhielt für seine 16 Hunde eine Spende von Trockenfutter für die nächsten 30 Tage. Wie lange reicht dieser Vorrat für 12 (15; 20) Hunde?

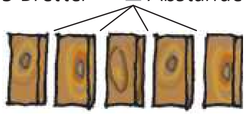
6 Die Vorderseite eines 3 m langen Balkons besteht aus 12 cm breiten Brettern, die den gleichen Abstand haben.
a) Wie groß muss der Abstand zwischen den einzelnen Brettern sein, wenn die Vorderseite des Balkons insgesamt aus 17 Brettern besteht?
b) Welcher Abstand ergibt sich bei 19 Brettern mit 12 cm Breite?

TIPP!

3 Bretter ⇒ ■ Abstände



5 Bretter ⇒ ▲ Abstände



Umgekehrt proportionale Zuordnungen berechnen

1

Anzahl der Personen	1	2	3	4	5	6	8	10	12
Betrag pro Person (€)	120	■	■	■	24	■	■	12	■

a) Überlege dir einen möglichen Sachverhalt.
b) Übertrage die Tabelle und ergänze fehlende Werte.
c) Wähle einen geeigneten Maßstab aus und stelle die Zuordnung grafisch dar.

x-Achse: 1 cm ≙ 10 Pers.
y-Achse: 1 cm ≙ 10 €

x-Achse: 1 cm ≙ 1 Pers.
y-Achse: 1 cm ≙ 10 €

x-Achse: 1 cm ≙ 1 Pers.
y-Achse: 1 cm ≙ 1 €

2 a) Die Pralinen sollen jeweils gleichmäßig verteilt werden. Vervollständige die Tabelle.

Anzahl der Personen	1	2	4	■	■	■
Anzahl der Pralinen	■	■	■	4	2	1

b) Stelle die Zuordnung in einem Koordinatensystem dar.

3 Zwei gleiche Pumpen können ein Becken in sechs Stunden leeren.
a) Übertrage und vervollständige die Wertetabelle.

Anzahl der Pumpen	1	2	3	■	6
Dauer in Stunden	■	6	■	3	■

b) Stelle die Zuordnung grafisch dar.

Lösungen zu 4 b) bis 6:

108	7,5	90
10	12	4
40	11,25	7,5

4 Bei verschiedenen Geschwindigkeiten braucht man unterschiedlich lange, um eine Strecke von 1 km zurückzulegen.

$\frac{km}{h}$	60	30	15	10	5
min	1	■	■	■	■

a) Ergänze die Tabelle und stelle die Zuordnung im Koordinatensystem dar.
b) Bei welcher Geschwindigkeit braucht man 5 min (1,5 min; 8 min) für 1 km?

5 Bei einem Verbrauch von 9 kg pro Tag reicht ein Hackschnitzelvorrat 150 Tage.
a) Berechne, wie lange der Vorrat bei einem täglichen Verbrauch von 15 kg (12,5 kg) reicht.
b) Ermittle den täglichen Verbrauch, wenn der Vorrat 180 Tage (120 Tage) reicht.

TIPP!
Beachte, dass die tägliche Einsatzzeit bei a) gleich bleibt.

6 Der Aushub einer großen Baugrube kann von 10 Lkw bei einer täglichen Einsatzzeit von 8 h in 16 Tagen abtransportiert werden.
a) Um wie viele Tage verlängert sich der Abtransport, wenn nur 8 Lkw an der Baustelle 8 h am Tag eingesetzt werden können?
b) Wie viele Stunden müssten diese 8 Lkw täglich fahren, wenn die Arbeit in den ursprünglich vorgesehenen 16 Arbeitstagen beendet sein soll?

Zuordnungen mit dem Computer bearbeiten

1 Das Tabellenblatt zeigt die Berechnung von Zuordnungswerten.

a) Beschreibe einen möglichen Sachverhalt.

b) Welche Art von Zuordnung liegt vor? Begründe.

c) Erläutere die Formel in der Zelle B2.

d) Welche Formeln sind in die Zellen B3 bis B5 eingetragen?

e) Was ist zu tun, damit auch die bearbeiteten Flächen bei fünf bis neun Maschinen in der Tabelle erscheinen?

B2 =500*A2

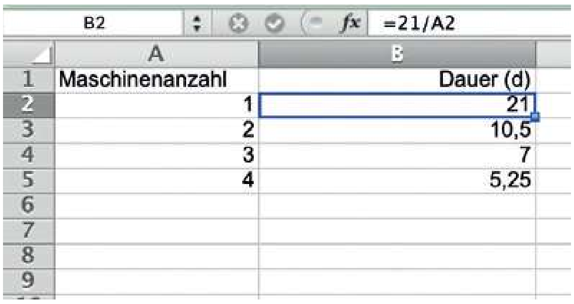
	A	B
1	Maschinenanzahl	Bearbeitete Fläche (m²)
2	1	500
3	2	1000
4	3	1500
5	4	2000
6		
7		
8		
9		

2 a) Finde einen möglichen Sachverhalt.

b) Um welche Art von Zuordnung handelt es sich?

c) Welche Formel ist in Zelle B2, welche in Zelle B5 eingegeben?

d) Was ist zu tun, wenn man auch die Werte für fünf bis sieben Maschinen berechnen will?



B2 =21/A2

	A	B
1	Maschinenanzahl	Dauer (d)
2	1	21
3	2	10,5
4	3	7
5	4	5,25
6		
7		
8		
9		

3 Erstelle die Tabellenblätter am Computer und überprüfe deine Ergebnisse.

4 Die Werte der Aufgaben 1 und 2 sollen grafisch veranschaulicht werden.

a) Welcher Diagrammtyp wird jeweils gewählt?

b) Gib den jeweils ausgewählten Diagramm-untertyp an.

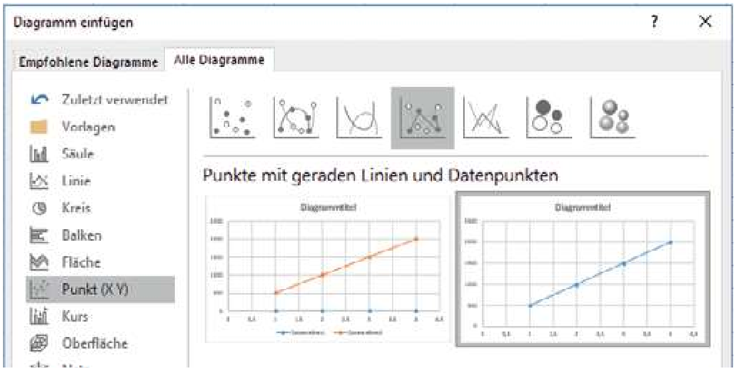
c) Stelle beide Zuordnungen grafisch dar. Markiere dazu zuerst jeweils beide Spalten des Tabellenblattes.

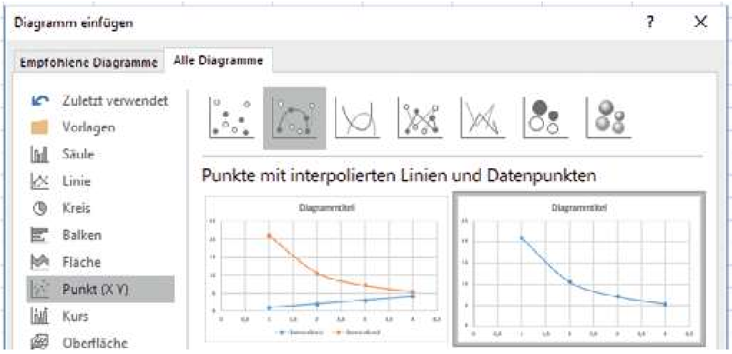
d) Beschrifte die Diagramme entsprechend.

e) Finde heraus, wie du auch für die x-Achse Gitternetzlinien einfügen kannst und stelle die Diagramme fertig.

f) Was geschieht, wenn du die Tabellenwerte änderst?

g) Durch Klicken auf verschiedene Teile der Grafik lassen sich Farbe, Schriftart, Unterteilung usw. verändern. Probiere.





5 Löse auch die folgenden Aufgaben am Computer.

a) Aufgaben 2 und 3 von Seite 136

b) Aufgabe 4 von Seite 138

c) Aufgaben 3 und 4 von Seite 140

d) Aufgabe 2 von Seite 152

e) Aufgaben 1 und 2 von Seite 154

Funktionsgleichungen umgekehrt prop. Funktionen

Rechnung:

x-Wert: Wochen — y-Wert: €

Produkt: $30 \cdot 9 = 270$

Funktionsgleichung: $y \cdot x = 270 \quad |:x$

$y = 270 : x$

für $x = 27$: $y = 270 : 27$

$y = ■$

Wertetabelle:

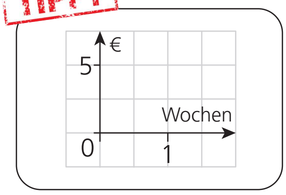
x-Wert Wochen	y-Wert €
30	9
27	■
20	■
18	■
15	■
10	■

1 a) Wie bestimmt Silvia die wöchentliche Sparrate bei 27 Wochen Sparzeit?

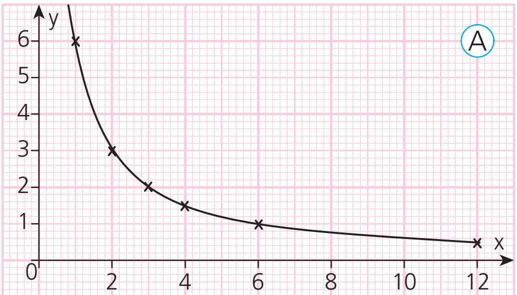
b) Übertrage die Wertetabelle und berechne fehlende Werte ebenso.

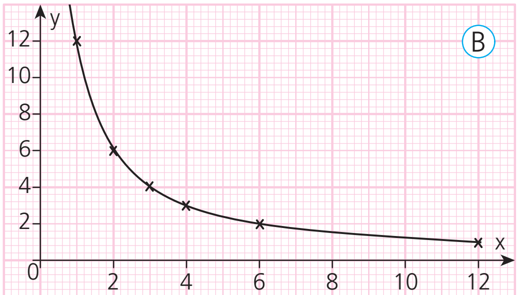
c) Stelle die umgekehrt proportionale Funktion grafisch dar.

TIPP!



2





a) Erstelle jeweils eine Wertetabelle mit den x-Werten 1, 2, 3, 4, 6 und 12.

b) Ermittle das gemeinsame Produkt und ordne die Funktionsgleichungen zu.

c) Wie erhält man die Funktionsgleichung einer umgekehrt proportionalen Funktion?

$y = 12 : x$

$y = 6 : x$

umgekehrt proportionale Funktion
Funktionsgleichung
Produktwert

Funktionsgleichung einer umgekehrt proportionalen Funktion:

$y = k : x$ Produktwert aus x und y. Zu $x = 0$ gibt es keinen Funktionswert.

3

Anzahl Teilnehmer	1	2	4	5	8	10
Kosten pro Person (€)	80	40	20	16	10	8

a) Finde einen möglichen Sachverhalt.

b) Zeichne den Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem.

c) Stelle die Funktionsgleichung auf.

d) Ermittle mithilfe der Funktionsgleichung die Kosten pro Person bei 32 Teilnehmern bzw. die Anzahl der Teilnehmer bei Kosten von 3,20 € pro Person.

e) Notiere die Funktionsgleichung, wenn sich die Kosten um 10 % erhöhen. Zeichne den Graphen in das Koordinatensystem von b).

4 Stelle die Funktionsgleichung der umgekehrt proportionalen Funktion auf und berechne damit fehlende Werte.

a)

Anzahl Personen	5	3	8
Gewinnanteil (€)	2 400	■	■

b)

Anzahl Gläser	200	250	400
Füllmenge (l)	0,5	■	■

c)

Anzahl Personen	3	4	9
Dauer (h)	■	■	2

d)

Anzahl Zaunlatten	25	40	50
Abstand (mm)	■	35	■

Lösungen zu 4:		
56	0,25	4000
6	1500	4,5
28	0,4	

5 Bei jeder umgekehrt proportionalen Funktion ist das erste Wertepaar korrekt angegeben. Dann aber hat sich jeweils ein Fehler eingeschlichen. Finde und korrigiere diesen mithilfe der Funktionsgleichung.

a)

Anzahl der Gruppen	12	9	6	4	3
Sportler je Gruppe	6	8	10	18	24

b)

Anzahl der Lottospieler	1	2	3	4	5
Gewinnanteil (€)	8 790	4 395	2 930	2 197	1 758

c)

Schrittlänge (cm)	40	60	80	100	120
Anzahl der Schritte	180	120	90	70	60

6 Eine 60 km lange ICE-Strecke wurde zu Testzwecken mit verschiedenenen Geschwindigkeiten befahren.

a) Stelle mithilfe des vorgegebenen Wertepaares die Funktionsgleichung auf und ergänze damit die Tabelle im Heft

Geschwindigkeit ($\frac{km}{h}$)	■	72	90	■	150	■
Zeit (min)	100	■	■	30	24	20

b) Berechne mit der Funktionsgleichung auch die Zeit bei einer Geschwindigkeit von 80 $\frac{km}{h}$ sowie die Geschwindigkeit bei einer Zeit von 22,5 min.

c) Zeichne den Graphen der Funktion in ein Koordinatensystem.

TIPP!
x-Achse: 1 cm ≙ 12 $\frac{km}{h}$
y-Achse: 1 cm ≙ 10 min

7 Löse mithilfe der Funktionsgleichung.

a) Bei einem durchschnittlichen Verbrauch von 70 € am Tag reicht die Urlaubskasse von Familie Kraus 12 Tage. Wie viel Euro dürfen sie pro Tag verbrauchen, wenn das Geld solange wie angegeben reichen soll?

14 Tage | 16 Tage | 21 Tage

b) Eine Pumpe mit einer Leistung von 40 l in der Minute füllt ein Wasserbecken in $2\frac{1}{2}$ h. Wie viele Liter muss eine zweite Pumpe in jeder Minute leisten, damit das Becken in der angegebenen Zeit gefüllt ist?

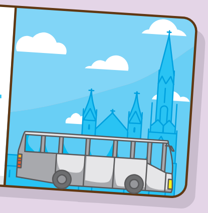
2 h | 1 h | $1\frac{1}{4}$ h

Lösungen zu 7:		
10	60	40
60	40	52,50

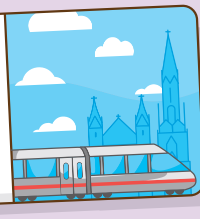
Thema: Abschlussfahrt nach Wien

1 Es ist eine 5-tägige Abschlussfahrt nach Wien mit zwei Lehrkräften als Begleitpersonen geplant. Hierfür werden die Angebote zweier Reiseunternehmen für die Fahrtkosten verglichen. Welches Angebot wäre für deine Klasse günstiger?

Burger-Reisen
Pauschalpreis: 2954 €
Alle Fahrten vor Ort sind im Preis mit dem Bus inbegriffen.



Reisebüro Krämer
Hin- und Rückfahrt mit der Bahn: 96 € pro Person (inkl. Sitzplatzreservierung)
Wochenkarte für die öffentlichen Verkehrsmittel: 17,10 € pro Person



Jugendherberge Wien

Anna-Schiller-Mittelschule
Erlenweg 7
23456 Brunnenburg

Angebot für die Jugendherberge in Wien

Bezeichnung	Menge	Preis
Übernachtung	1	20,00 €
Frühstück (Büfett)	1	7,50 €
Abendessen (3 Gänge inkl. Salatbar und Wasser)	1	7,80 €

- Ortstaxe: 3,2 % der Übernachtungskosten pro Person
- Bettwäsche wird gestellt.
- Gratis WLAN im gesamten Haus
- 40 % der Gesamtsumme sind im Voraus zu überweisen.

Wir würden uns freuen, Sie bei uns begrüßen zu dürfen.
Bei Fragen zögern Sie nicht, uns zu kontaktieren.

Freundliche Grüße

S. Meyer

2 Der Aufenthalt in der Jugendherberge in Wien beginnt mit dem Abendessen am Montag und endet mit dem Frühstück am Freitag.

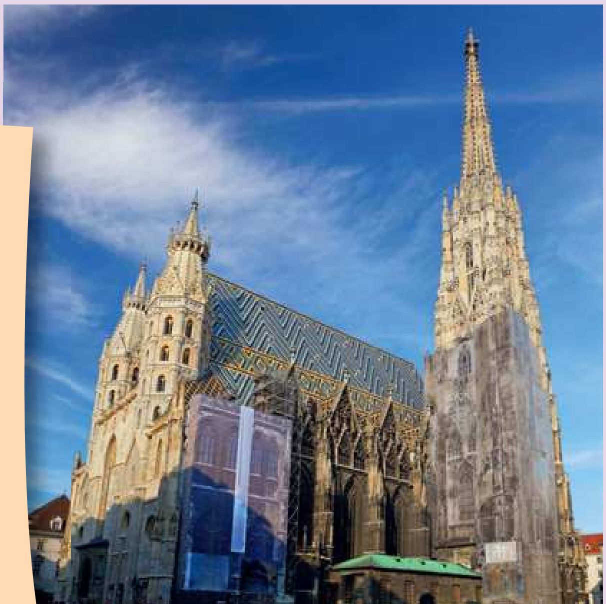
a) Welche Kosten fallen je Teilnehmer für die Unterkunft mit Halbpension in Wien an?

b) Welchen Betrag müsste deine Klasse im Voraus überweisen, wenn alle Schüler und zwei Lehrkräfte mitfahren?

3 Neben den Kosten für die Fahrt und die Unterkunft mit Halbpension rechnen die organisierenden Lehrkräfte noch mit sonstigen Ausgaben (z. B. für Eintrittsgelder) von 50 € pro Person.

a) Mit der Anmeldung zur Abschlussfahrt müssen 40 % der Kosten auf das Fahrtenkonto der Schule überwiesen werden. Welchen Betrag muss jeder Teilnehmer bei der Anmeldung überweisen?

b) Wie hoch ist der Restbetrag pro Teilnehmer, der vier Wochen vor der Abschlussfahrt zu überweisen ist?



4 Angenommen zwei Schüler fahren aus verschiedenen Gründen kurzfristig nicht mit.

a) Um wie viel Euro erhöhen sich dadurch die Buskosten pro Teilnehmer?

b) Der Elternbeirat übernimmt das Defizit. Wie hoch ist sein Zuschuss?

Mögliche Programmpunkte:

- Fahrt mit dem Wiener Riesenrad: 7 € pro Person
- Donaurundfahrt (1,5 Stunden): 12 € pro Person
- Spanische Hofreitschule: 9 € pro Person
- Backstage im Fernsehsender: 145 € pauschal
- Schloss Schönbrunn: 8 € pro Person
- Wachsfigurenkabinett: 9 € pro Person
- Gemeinsames Eisessen: 2,50 € pro Person
- Stadtführung: 10,50 € pro Person

5 Jeder Teilnehmer wählt drei Programmpunkte, welche er in jedem Fall gerne ins Programm aufnehmen möchte. Ermittelt in eurer Klasse eine entsprechende Stimmenverteilung für die angegebenen Programmmöglichkeiten und stellt diese in einem Kreisdiagramm (r = 5 cm) dar. Rundet dabei jeweils auf ganze Prozent- und Gradangaben.

6 a) Legt euch entsprechend der Stimmenzahlen bei Aufgabe 5 auf fünf Programmpunkte fest. Reichen die pro Person veranschlagten sonstigen Ausgaben hierfür aus?

b) Wie viel würde jeder Teilnehmer zurückerstattet bekommen bzw. nachzahlen müssen?

7 Eure Klassenlehrkraft empfiehlt für jeden Schüler den Abschluss einer Reiserücktrittsversicherung. Vergleicht die beiden Angebote. Für welches würdet ihr euch entscheiden?- Begründet.

Sicher reisen Versicherung

Anna-Schiller-Mittelschule
Erlenweg 7
23456 Brunnenburg

Angebote Reiserücktrittsversicherung

Reiserücktrittsversicherung Basisschutz:
- Reiserücktrittversicherung
- Reisebetreuung

Reisepreis pro Person bis	Deutschland/Europa pro Person
200 €	6,00 €
300 €	8,50 €
350 €	9,50 €

Reiserücktrittsversicherung Versicherungspaket:
- Reiserücktrittversicherung
- Reisebetreuung
- Reiseabbruchversicherung
- Reiseunfallversicherung
- Reisehaftpflichtversicherung
- Reisekrankenversicherung inkl. Rücktransport
- Gepäckversicherung

Reisepreis pro Person bis	Europa pro Person
200 €	9,50 €
300 €	11,50 €
350 €	15,00 €

Zwischenrunde

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Lineare Zuordnungen darstellen und berechnen

S. 140, 141

a) Ⓐ Erstelle eine Wertetabelle zum Gesamtpreis für ein bis zehn Nächte.
Ⓑ Stelle die Zuordnung grafisch dar (x-Achse: 1 cm ≙ 1 Tag; y-Achse: 1 cm ≙ 50 €).

Angebot – Ferien auf dem Bauernhof
Ferienwohnung für bis zu 4 Personen
Preis pro Nacht: 50 €
Endreinigung: 25 €

b) Zwei unterschiedliche Wachskerzen brennen gleichmäßig ab. Nach 2 Stunden Brenndauer sind sie 15 cm und 16 cm, weitere 3 Stunden später noch 7,5 cm und 10 cm hoch. Berechne für jede Kerze Anfangshöhe, gesamte Brenndauer und stündliche Abnahme.

2 Lineare Funktionen unterschiedlich darstellen

S. 142, 143

a) Berechne die fehlenden Werte entsprechend der Funktionsgleichung.

Ⓐ $y = 3{,}7 \cdot x$

x	0	1	2	3	4
y	■	■	■	■	■

Ⓑ $y = \frac{3}{4} \cdot x$

x	0	1	2	3	4
y	■	■	■	■	■

b) Notiere zur Wertetabelle die jeweilige Funktionsgleichung.

Ⓐ

x	0	1	2	3	4
y	–2	0,7	3,4	6,1	8,8

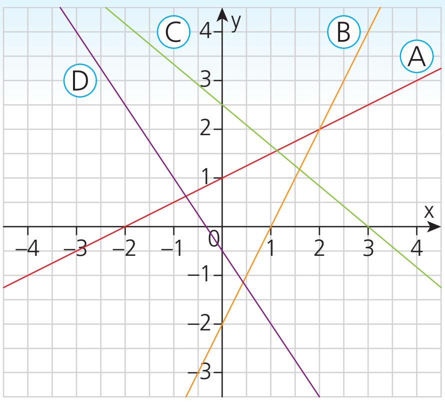
Ⓑ

x	0	1	2	3	4
y	1,5	1,75	2	2,25	2,5

3 Lineare Funktionsgleichungen aufstellen und Graphen damit zeichnen

S. 144, 145, 147

a) Gib jeweils die Funktionsgleichung an.



b) Zeichne die Graphen zu den Funktionsgleichungen.

Ⓐ $y = 3 \cdot x - 1{,}5$

Ⓑ $y = -1{,}5 \cdot x + 2{,}5$

Ⓒ $y = -x$

Ⓓ $y = \frac{1}{3} \cdot x + 0{,}5$

4 Schnittpunkte von linearen Funktionen bestimmen

S. 148, 149

a) Ⓐ Bestimme den Schnittpunkt der beiden Funktionen durch Rechnung.

f_1: $y = 2x + 1$ f_2: $y = x + 2$

Ⓑ Überprüfe dein Ergebnis zeichnerisch.

b) Ⓐ Bestimme den Schnittpunkt der beiden Funktionen durch Rechnung.

f_1: $3x - 1{,}5y = 1{,}5$ f_2: $0 = -2{,}5x + 5 - 2{,}5y$

Ⓑ Überprüfe dein Ergebnis zeichnerisch.

Selbsteinschätzungs-
bogen: 60013-09

5 Umgekehrt proportionale Zuordnungen erkennen S. 150, 151

a) Vervollständige den Text.
Wenn zwölf Arbeiter zum Ernten eines Himbeerfeldes 16 Stunden brauchen, dann braucht ein Arbeiter für das ganze Feld ■-mal so lange, also 16 Stunden · ■ = ◆ Stunden.
Wenn ein Arbeiter ◆ Stunden braucht, dann brauchen acht Arbeiter den ● Teil, also ◆ Stunden : ● = ▲ Stunden.

b) Liegt eine umgekehrt proportionale Zuordnung vor? Begründe.

A

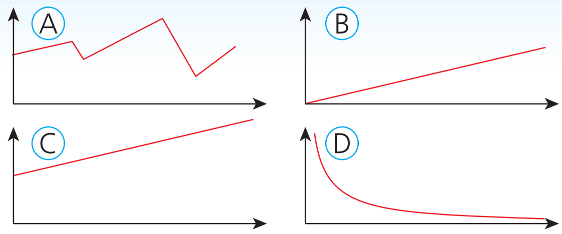
Anzahl der Pralinen	4	6	10	14
Gewicht (g)	32	48	80	112

B

Anzahl der Spieler	5	10	20	25
Gewinn pro Person (€)	340	170	85	68

6 Umgekehrt proportionale Zuordnungen darstellen S. 152

a) Welcher Graph gehört zu einer umgekehrt proportionalen Zuordnung? Begründe.



b) Ein Auto benötigt bei einer Geschwindigkeit von 80 $\frac{km}{h}$ für eine Teststrecke 0,5 min. Stelle grafisch dar, wie lange das Auto bei 10 (50; 100) $\frac{km}{h}$ für dieselbe Strecke braucht. Wähle hierbei für die x-Achse 1 cm ≙ 10 $\frac{km}{h}$ und für die y-Achse 1 cm ≙ 1 Minute als Maßstab.

7 Umgekehrt proportionale Zuordnungen berechnen S. 153, 154

a) Beim Tag der offenen Tür sollen 240 Schulflyer verteilt werden. Jeder soll dabei die gleiche Anzahl Flyer verteilen. Ergänze die Tabelle.

Personen	1	2	5	10	■	■
Flyer	240	■	■	■	10	8

b) Ein Rechteck ist 10 cm lang und 6 cm breit. Wie breit ist ein flächengleiches Rechteck mit einer Länge von 5 (15; 20) cm?

8 Umgekehrt proportionale Funktionen mit Funktionsgleichungen darstellen S. 156, 157

a) Der Futtervorrat einer Tierpension mit acht Katzen reicht für 15 Tage. Wie lange reicht der Vorrat, wenn sich die Anzahl der Katzen ändert?
A Vervollständige die Tabelle im Heft.

Anzahl Katzen	■	■	5	8	12
Anzahl Tage	40	30	■	15	■

B Stelle die Funktionsgleichung auf.

b) Der Lebensmittelvorrat bei einer Bergexpedition reicht bei sechs Teilnehmern sechs Wochen.
A Stelle die Funktionsgleichung auf und ergänze damit die Tabelle im Heft.

Teilnehmer	■	6	9	■	24
Anzahl Tage	84	■	■	21	■

B Stelle die Zuordnung grafisch dar (x-Achse: 1 cm ≙ 2 Teilnehmer; y-Achse: 1 cm ≙ 10 Tage).

Auf einen Blick

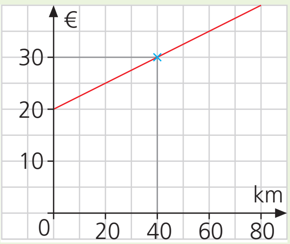
Lineare Zuordnungen / Funktionen

Ein Autoverleiher verlangt neben einer Grundgebühr von 20 € für jeden gefahrenen Kilometer 0,25 €.

Wertetabelle

Fahrstrecke (km)	0	20	40	60	80
Gesamtkosten (€)	20	25	30	35	40

Graph



Der Graph ist eine Gerade.

Funktionsgleichung

$y = 0{,}25 \cdot x + 20$ allgemein: $y = m \cdot x + t$

Umgekehrt prop. Zuordnungen / Funktionen

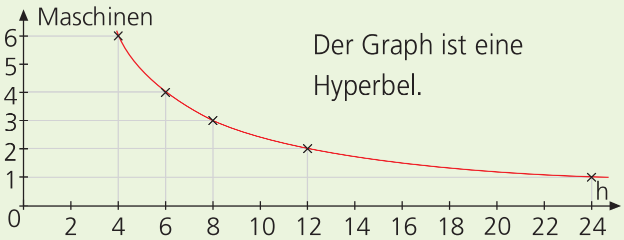
Zum n-Fachen/n-ten Teil der einen Größe gehört der n-te Teil/das n-Fache der anderen.

Zwei Druckmaschinen können einen Auftrag in 12 h erledigen. In welcher Zeit schaffen 3 (4; 6) leistungsgleiche Druckmaschinen den Auftrag?

Wertetabelle

Maschinen	1	2	3	4	6
Zeit (h)	24	12	8	6	4

Graph



Der Graph ist eine Hyperbel.

Dreisatz

: 2	2 Maschinen → 12 h	· 2
	1 Maschine → 24 h	
· 3	3 Maschinen → 8 h	: 3

Funktionsgleichung

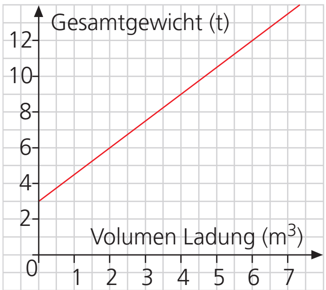
$y = 24 : x$ allgemein: $y = k : x$

Produktwert aus x und y

1 Welche der nachfolgenden Zuordnungen sind linear und sogar proportional, welche umgekehrt proportional? Begründe.

a) Litermenge Benzin → Preis
b) Alter eines Kindes → Größe
c) Anzahl der Arbeitsstunden → Kosten
d) Anzahl der Maschinen → Produktionsdauer
e) Gefahrene Kilometer → Taxirechnung
f) Täglicher Verbrauch → Vorratsdauer

2 Ein Lkw wird mit Sand beladen.

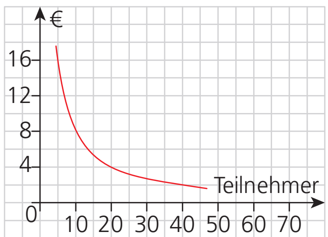


a) Gib das Leergewicht des Lkw und das Gewicht von 1 m^3 Sand an.
b) Übertrage und ergänze die Wertetabelle.

Volumen (m^3)	1	■	■	6	■
Gesamtgewicht (t)	■	7,5	9	■	11,25

3 Der Graph veranschaulicht eine Zuordnung Teilnehmerzahl → Kosten je Teilnehmer.

a) Wie viel muss jeder bei 10 (40) Teilnehmern bezahlen?
b) Wie viele Personen nahmen bei Kosten von 4 (16) € pro Teilnehmer teil?



4 a) Berechne jeweils die fehlenden Werte der proportionalen bzw. umgekehrt proportionalen Zuordnung.

Ⓐ

Stückzahl	Preis (€)
4	■
■	6,30
15	10,50

Ⓑ

Anzahl der Teilnehmer	Fahrpreis pro Person (€)
48	15
■	18
32	■

b) Stelle jeweils die Funktionsgleichung auf.

5

Länge (cm)	1	■	■	4	6	8	■	■	18	■
Breite (cm)	■	18	12	■	6	■	4	3	■	1

Berechne jeweils die fehlenden Werte der umgekehrt proportionalen Zuordnung.

a) Übertrage und ergänze so, dass jeweils flächeninhaltsgleiche Rechtecke entstehen.

b) Stelle die Funktion grafisch dar (x-Achse: 1 cm ≙ 4 cm; y-Achse: 1 cm ≙ 4 cm).

6 a) Bestimme die fehlenden Werte der Zuordnung Wasserverbrauch → Kosten.

m^3	0	10	■	40	50	■	■
€	60	80	100	■	■	200	210

b) Stelle die Funktion grafisch dar (x-Achse: 1 cm ≙ 10 m^3; y-Achse: 1 cm ≙ 20 €).

c) Ist die Funktion proportional? Begründe.

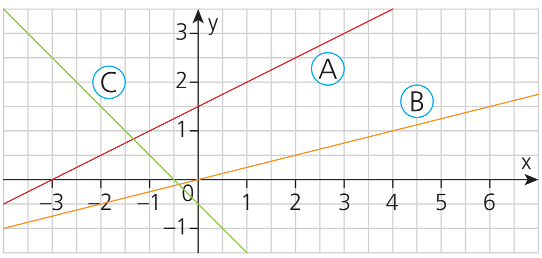
d) Stelle die Funktionsgleichung auf.

7 Von einem Kunststoffrohr wiegen 5 m 12,5 kg. Stelle die Funktionsgleichung auf und zeichne mit ihr den Graphen (x-Achse: 1 cm ≙ 1 m; y-Achse: 1 cm ≙ 5 kg).

8 Bestimme erst den y-Achsenabschnitt t und die Steigung m, zeichne dann den Graphen.

a) $y = 2x - 3$
b) $y = \frac{1}{2}x - 1$
c) $y = -4x + 4$
d) $y = -2{,}5 - x$
e) $y - 1 = x$
f) $y - 2x - 0{,}5 = 0$
g) $y + 2x = 2$
h) $y + 1{,}5 - 0{,}5x = 0$

9 Gib jeweils die Funktionsgleichung an.



10 18 Gummibärchen wiegen genau 40 g. Eine Werbeaktionspackung hat 10 % mehr Inhalt als die herkömmliche Packung (300 g).
Finde drei verschiedene Rechenfragen und beantworte diese.

11 Vergleiche die Funktionsgleichungen und begründe, ob die zugehörigen Graphen sich schneiden oder parallel verlaufen.

a) $y = 2x$ und $y = 2x + 2$
b) $y = 3x$ und $y = x + 3$
c) $y = x + 0{,}5$ und $y = 0{,}5x + 1$
d) $y = 1{,}5x + 2$ und $y = 1{,}5x - 2$

12 Eine kleine Ortschaft in Spanien mit 250 Haushalten hat für Dürrezeiten ein Wasserspeicherbecken angelegt. Es fasst 4,5 Millionen Liter Wasser.

a) Wie viele Liter Wasser stehen pro Haushalt im Becken zur Verfügung?

b) Die Dürrezeit kann unterschiedlich lange dauern. Vervollständige die Tabelle.

Angenommene Dürretage	30	60	90	120
Tägl. Wassermenge pro Haushalt (l)	■	■	■	■

c) Zeichne den zugehörigen Graphen (x-Achse: 1 cm ≙ 10 Tage; y-Achse: 1 cm ≙ 100 l).

13 Einem Betrieb liegen zur Päckchenbeförderung durch einen Fahrradkurier zwei Angebote vor.

7,50 € Grundgebühr
1 € pro km Ⓐ

keine Grundgebühr
1,50 € pro km Ⓑ

a) Stelle jeweils die Funktionsgleichung auf.

b) Welches Angebot ist bei einer Fahrt von 24 km preisgünstiger?

c) Stelle beide Angebote mit unterschiedlichen Farben in einem Koordinatensystem dar (x-Achse: 1 cm ≙ 2 km; y-Achse: 1 cm ≙ 3 €).

d) Bei welcher Entfernung wären die Kosten für die Lieferung gleich groß?

14 Gegeben ist die Funktionsgleichung $y = \frac{1}{2}x + 2$.

a) Notiere die Funktionsgleichung des Graphen, der parallel dazu durch den Punkt P (0|–1) verläuft.

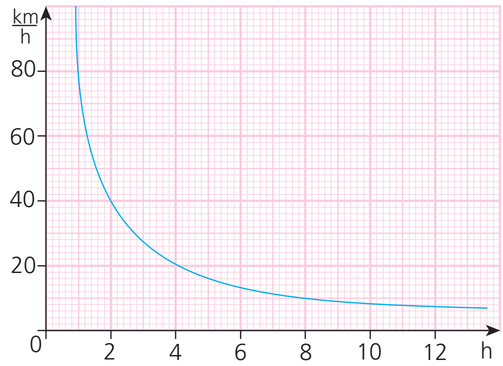
b) Ermittle rechnerisch den Schnittpunkt mit der angebenenen Funktion. Überprüfe durch Zeichnung.
Ⓐ $-\frac{3}{4}x + y = 1$ Ⓑ $\frac{1}{3}x + y - 4{,}5 = 0$

1 Der Graph veranschaulicht eine Zuordnung Fahrzeit → Geschwindigkeit.

a) Welche Art von Zuordnung liegt vor? Begründe.

b) Wie lang ist die Fahrzeit bei einer Geschwindigkeit von 80 $\frac{km}{h}$ (20 $\frac{km}{h}$; 16 $\frac{km}{h}$)?

c) Wie hoch ist die Geschwindigkeit bei einer Fahrzeit von 2 h (8 h; 10 h)?



2 Ergänze die Tabelle im Heft und stelle die Zuordnung grafisch dar.

a)

Anzahl der Pumpen	1	■	3	■	6	12
Zeit (h)	12	6	■	3	■	■

b)

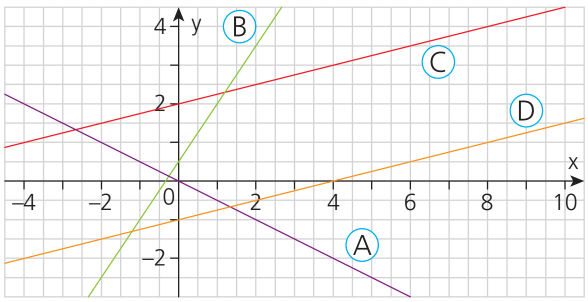
Ausleihdauer (h)	0	2	4	■	■	10
Gesamtkosten (€)	5	10	■	17,50	22,50	■

x-Achse: 1 cm ≙ 1 h
y-Achse: 2 cm ≙ 5 €

3 a) Bestimme anhand der Graphen die Funktionsgleichungen.

b) Zeichne die Graphen der Funktionen A, B, C und D mit verschiedenen Farben in ein Koordinatensystem.

A $y = x + 2{,}5$ B $y = 2x - 2$
C $y = -2x + 1$ D $y = -\frac{1}{4}x$



4 Eine Schülergruppe stellt für das Abschlussfest 546 Buttons mit dem neuen Schullogo her. Es stehen sechs Button-Maschinen zur Verfügung. Mit einer Maschine können dabei pro Stunde 26 Buttons hergestellt werden.

a) Stelle die Funktionsgleichung auf und berechne wie lange die Arbeit dauert, wenn alle sechs Maschinen eingesetzt werden.

b) Übertrage und vervollständige die Tabelle.

Anzahl der Button-Maschinen	■	3	4	5
Stunden	21	7	■	■

5 a) Eine Schule will ein Kopiergerät leasen. Pro Tag werden durchschnittlich 400 Kopien angefertigt. Stelle für beide Angebote die Funktionsgleichung auf. Berechne dann die monatlichen Kosten bei 20 Schultagen und vergleiche.

Copy-Friend
Grundgebühr
80 €/Monat
0,02 € je Kopie
Papier und Toner frei

Copy-Shop
keine Grundgebühr
0,04 € je Kopie
Papier und Toner frei

b) An einer Schule werden durchschnittlich 180 Kopien pro Tag gemacht.

c) Bei welcher Kopienzahl sind beide Angebote gleich?

Zahlen und Operationen

1 Berechne.

a) $5{,}5 - 7{,}5$ b) $-3{,}2 + 4{,}2$ c) $-2{,}6 - 2{,}4$
d) $7 \cdot (-9)$ e) $(-3) \cdot (-9)$ f) $(-36) : 6$

2 Notiere als Dezimalbruch.

a) $7 \cdot 10^{-4}$ b) $9 \cdot 10^{-5}$ c) $5{,}5 \cdot 10^{-3}$
d) $3{,}8 \cdot 10^{-2}$ e) $4{,}9 \cdot 10^{-6} : 7$ f) $0{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 3$

3 Berechne die fehlenden Größen.

	a)	b)	c)
Kapital (K)	■	9 000 €	12 000 €
Zinssatz (p)	0,9 %	1,2 %	■
Zeit (t)	8 Monate	■ Monate	11 Monate
Zinsen (Z)	24,00 €	90,00 €	137,50 €

4 Familie Paa hat 20 000 € zu einem Zinssatz von 1,05 % angelegt. Über welchen Betrag verfügt sie nach sechs Jahren, wenn die Zinsen mitverzinst werden?

Größen und Messen

1 a) Ordne der Größe nach.

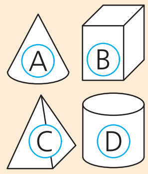
1 500 mm³	1,05 m³	100,5 cm³	10,5 dm³

b) Notiere als Dezimalbruch.

6 m³ 25 dm³	65 cm³ 5 mm³	14 dm³ 83 cm³

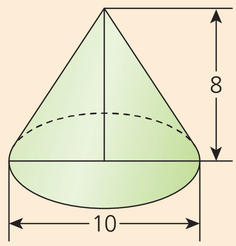
2 Ordne einander zu.

$\frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot 3{,}14 \cdot h_K$ $r^2 \cdot 3{,}14 \cdot h_K$
$a \cdot b \cdot h_K$ $\frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot h_K$

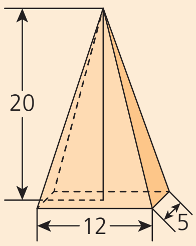


3 Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt der Körper (Maße in cm).

a)

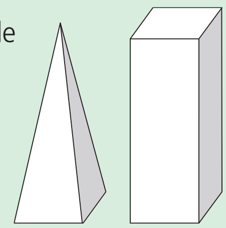


b)

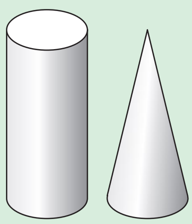


Raum und Form

1 a) Das Volumen einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche beträgt 90 dm³. Wie groß ist das Volumen eines Quaders mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe?



b) Das Volumen eines Zylinders beträgt 3 000 cm³. Wie groß ist das Volumen eines Kegels bei gleicher Grundfläche und gleicher Höhe?



2 Zeichne Schrägbildskizzen von folgenden Körpern.

a) quadratische Pyramide: $a = 4$ cm; $h_K = 5$ cm
b) rechteckige Pyramide: $a = 5$ cm; $b = 3$ cm; $h_K = 6$ cm
c) dreieckige Pyramide: $g = 5$ cm; $h = 4$ cm; $h_K = 7$ cm
d) Kegel: $r = 3$ cm; $h_K = 4{,}5$ cm

Funktionaler Zusammenhang

1 Herr Vogel hat einen neuen Vertrag für die Gaslieferung abschlossen. Die Grundgebühr beträgt 150 € pro Jahr, der Arbeitspreis 0,05 € pro kWh.

a) Ergänze die fehlenden Tabellenwerte im Heft.

Verbrauch (kWh)	0	■	■	25 000
Arbeitspreis (€)	■	500	■	■
Gesamtpreis (€)	■	■	900	■

b) Stelle die Zuordnung grafisch dar (x-Achse: 1 cm ≙ 2 000 kWh; y-Achse: 1 cm ≙ 200 €).

2 Für ein Fest werden in der Aula Stühle aufgestellt. Bei 12 Stühlen pro Reihe gibt es 20 Reihen.

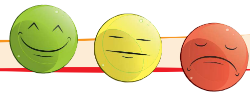
a) Übertrage und berechne die fehlenden Werte.

Stühle pro Reihe	10	12	15	■	40
Zahl der Reihen	■	20	■	8	■

b) Stelle die Zuordnung grafisch dar (x-Achse: 1 cm ≙ 5 Stühle; y-Achse: 1 cm ≙ 2 Reihen).

c) Gib die Funktionsgleichung der umgekehrt proportionalen Funktion an.

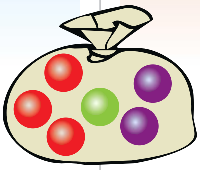
So schätze ich meine Leistung ein.



1 Wahrscheinlichkeiten schätzen

a) Michael zieht eine Kugel. Schätze jeweils die Wahrscheinlichkeit mithilfe der Begriffe ein.

unwahrscheinlich | sicher | unmöglich | wahrscheinlich



Ⓐ Er zieht eine lilafarbene Kugel.
Ⓑ Die gezogene Kugel ist gelb.
Ⓒ Er zieht eine farbige Kugel.
Ⓓ Die gezogene Kugel ist rot oder lila.

b) Wie lassen sich die angegebenen Wahrscheinlichkeiten erreichen?

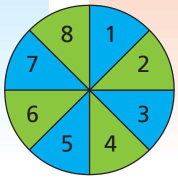
Ⓐ Lila ist dreimal so wahrscheinlich wie Grün.
Ⓑ Rot ist doppelt so wahrscheinlich wie Lila.
Ⓒ Alle drei Farben sind gleich wahrscheinlich.

2 Zufallsexperimente durchführen und auswerten

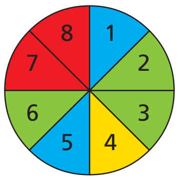
a) Thomas möchte gewinnen. Sollte er Glücksrad ① oder ② wählen?

Ⓐ Grünes Feld gewinnt.
Ⓑ Rotes Feld gewinnt.
Ⓒ Ungerade Zahl auf blauem Feld gewinnt.

①



②



b) Für welches Glücksrad sollte man sich entscheiden, wenn man nicht verlieren möchte? Begründe.

Ⓐ Rotes Feld verliert.
Ⓑ Gerade Zahl verliert.
Ⓒ Grünes und rotes Feld verlieren.

3 Absolute und relative Häufigkeit bestimmen

a) Vervollständige die Tabelle im Heft.

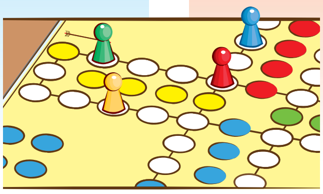
Klasse	9a	9b	9c
Schüler gesamt	24	20	25
Langlauf	6	8	22
h (Bruch)	■	■	■
h (Prozentsatz)	■	■	■

b) In der Klasse 9a mit 16 Jungen wollen nach der Umfrage sechs Kinder im Skilager lieber zum Langlaufen gehen (siehe Tabelle). Zwei von ihnen sind Mädchen. Ist diese Sportart nun bei Mädchen oder bei Jungen beliebter? Begründe durch Rechnung.

4 Wahrscheinlichkeit von Ereignissen bestimmen

a) Grün ist am Zug. Gib die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis als Bruch an.

Ⓐ Blau wird geworfen.
Ⓑ Rot wird geworfen.
Ⓒ Gar keine Figur wird geworfen.



b) Grün ist am Zug. Gib die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis als Dezimalbruch an.

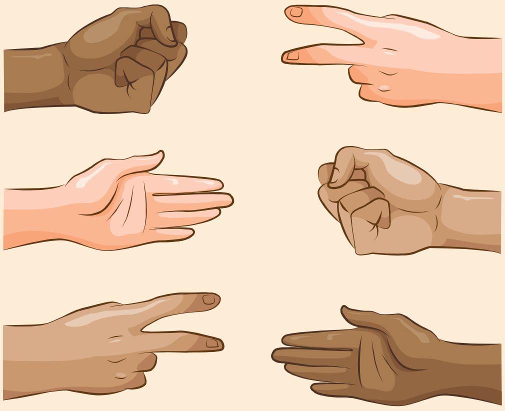
Ⓐ Rot oder Blau wird geworfen.
Ⓑ Rot oder keine Figur wird geworfen.
Ⓒ Rot oder Blau wird mit einer ungeraden Augenzahl geworfen.

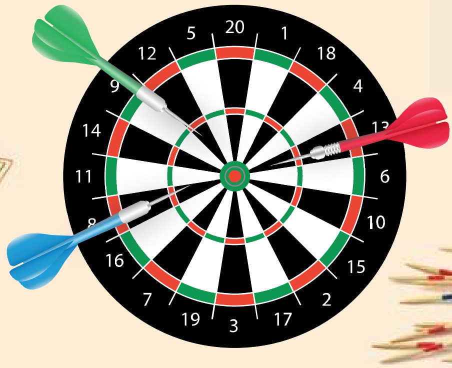
7 Wahrscheinlichkeiten

Einstieg

Strategie-, Geschicklichkeits- oder Glücksspiel?

- Welche Spiele erkennst du auf den Abbildungen? Benenne und beschreibe diese.
- Bei welchen Spielen benötigst du Glück, um zu gewinnen? Bei welchen Spielen brauchst du mehr Geschick oder eine gute Strategie?
- Nennt und beschreibt weitere Spiele, die Glücksspiele sind.



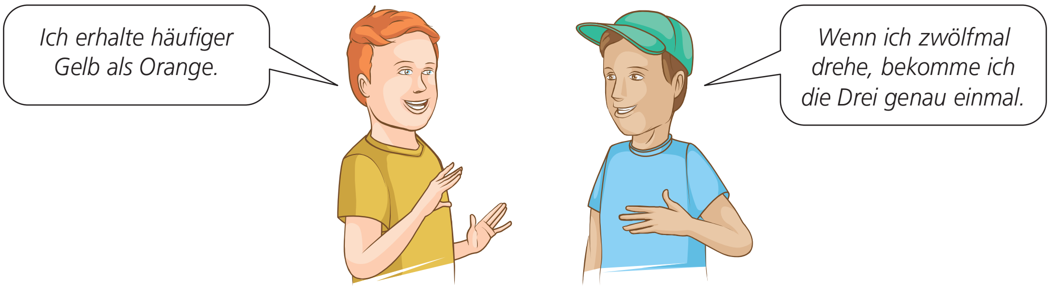


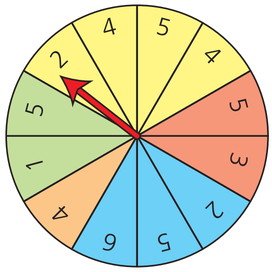
Ausblick

In diesem Kapitel lernst du

- mögliche Ergebnisse von Laplace-Experimenten in Ergebnismengen zusammenzufassen und Ereignisse zu formulieren.
- bei Laplace-Experimenten die Anzahlen günstiger und möglicher Ergebnisse darzustellen und deren Wahrscheinlichkeit zu berechnen.
- Gegenereignisse zu bestimmen und zu beschreiben sowie deren Wahrscheinlichkeit zu berechnen.
- Chancen bei Laplace-Experimenten zu beurteilen.

Wahrscheinlichkeiten schätzen





1 Maximilian und Mohammed drehen beide am Glücksrad. Diskutiert ihre Behauptungen.

2 Beide wollen am Nachmittag etwas zusammen unternehmen. Maximilian möchte ins Freibad, Mohammed hingegen gerne zum Fußballspielen. Es soll der Zufall entscheiden. Welche Möglichkeiten kennst du, bei denen der Zufall entscheidet und die Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind?

Wahrscheinlichkeit
Wahrscheinlichkeitsskala

Die Wahrscheinlichkeit gibt an, wie sicher ein Ereignis eintreten wird.

← unwahrscheinlich | wahrscheinlich →

unmöglich | gleich wahrscheinlich | sicher

3 a) Ordne die angegebenen Ereignisse beim einmaligen Drehen des Glücksrades von Aufgabe 1 auf der Wahrscheinlichkeitsskala im Merkkasten ein.

A schwarzes Feld
B Zahl zwischen 1 und 6
C orangefarbenes Feld
D gelbes oder blaues Feld
E rotes oder grünes Feld

b) Formuliere selbst ähnliche Ereignisse und lasse deinen Nachbarn entscheiden, wo er sie auf der Wahrscheinlichkeitsskala einordnen würde.

4 Es wird mit verbundenen Augen jeweils ein Buch aus dem Regal genommen.

a) Ordne jeden Satz passend den Regalfächern zu. Begründe deine Zuordnung.

A Es ist sicher, dass ein grünes Buch aus dem Regal genommen wird.

B Dass ein grünes oder ein rotes Buch genommen wird, ist gleich wahrscheinlich.

C Es ist unmöglich, dass ein rotes Buch gezogen wird.

D Es ist wahrscheinlich, dass man ein rotes Buch aus dem Regal nimmt.

b) Formuliert zum übrig gebliebenen Regal von a) ein passendes Ereignis und vergleicht.

c) Zeichne weitere Bücherregale und formuliere Aussagen dazu. Lasse die Aussagen den Regalen von deiner Klasse zuordnen.

- *Notiere so:*
  z. B. A → ▢
- *Es sind Mehrfachzuordnungen möglich.*

Absolute und relative Häufigkeit bestimmen

1 Maximilian und Mohammed wollen die Ergebnisse beim Drehen des Glücksrades von Seite 164 jetzt genauer untersuchen. Dazu drehen sie es 40-mal. Maximilian notiert, wie oft der Pfeil auf der jeweiligen Farbe stehenbleibt.

Gelb	Grün	Orange	Rot	Blau
////	卌 //	卌 卌 ////	卌 /	卌 ////
4	■	■	■	■

a) Übertrage und vervollständige die Tabelle.
b) Veranschauliche das Ergebnis in einem Balkendiagramm.
c) Vervollständige erst die Aussage von Maximilian zur Farbe Gelb und gib den Anteil für jede weitere Farbe ebenso an.

Maximilian

Absolute Häufigkeit (H)	Relative Häufigkeit (h)
Anzahl eines Wertes	Anzahl eines Wertes in Bezug zur Gesamtheit
z. B. 4-mal gelbes Feld	z. B. 4-mal gelbes Feld bei 40-mal Drehen

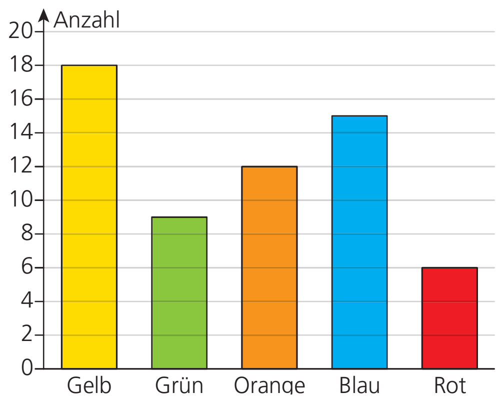
Relative Häufigkeit (h) = $\frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtheit der Werte}}$

z. B. relative Häufigkeit $h_{\text{Gelb}} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 10\,\%$

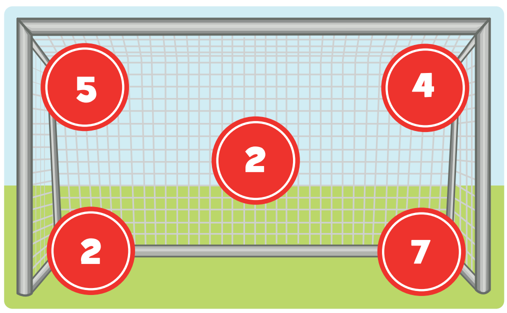
absolute und relative Häufigkeit

2 a) Erkläre die Begriffe absolute Häufigkeit und relative Häufigkeit mit eigenen Worten. Finde dazu weitere passende Beispiele.
b) Bestimme die relativen Häufigkeiten in Aufgabe 1 als Bruch, Dezimalbruch und Prozentsatz.

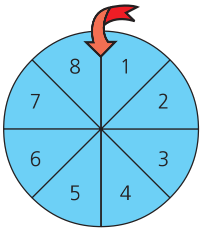
3 Dean und seine 14 Mitschüler drehen das Glücksrad. Jeder darf viermal drehen. Dean hat zu den Ergebnissen ein Säulendiagramm erstellt.
a) Bestimme, wie häufig insgesamt gedreht wurde.
b) Gib für jede Farbe erst die absolute Häufigkeit an und berechne dann die relative Häufigkeit in Prozent. Runde dabei auf ganze Prozent.
c) Zeichne ein Beispiel für ein Balkendiagramm, bei dem Grün doppelt so oft auftritt und das Glücksrad insgesamt genauso oft gedreht wird wie bei a). Vergleiche mit deinem Nachbarn.



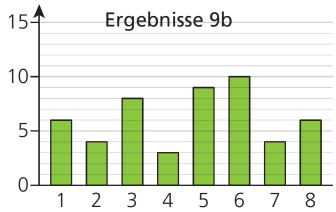
4 Ein Fußballspieler schoss in der abgelaufenen Saison insgesamt 24 Elfmeter. Die Grafik zeigt, wie oft er dabei erfolgreich wohin geschossen hat. Viermal hat er nicht getroffen.
a) Bestimme die relativen Häufigkeiten in Prozent. Runde dabei auf ganze Prozent.
b) Stelle die Verteilung der Treffer in einem Kreisdiagramm dar.
c) Sollte der Torhüter beim nächsten Elfmeter dieses Spielers aus seiner Sicht nach links oder nach rechts hechten? Begründe.



Ergebnismengen und Ereignisse bestimmen



Ergebnisse 9a			
1	𝍸 𝍸	5	𝍸 𝍷
2	𝍷𝍷𝍷𝍷	6	𝍸 𝍷𝍷
3	𝍷𝍷𝍷𝍷	7	𝍸
4	𝍸	8	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷



1 Die Klassen 9a und 9b haben das Glücksrad jeweils 50-mal gedreht.
- a) Nenne alle Ergebnisse, die beim Drehen des Glücksrades auftreten können.
- b) Gib an, wie die Ergebnisse der Klassen 9a und 9b erfasst bzw. veranschaulicht werden. Nenne weitere Möglichkeiten hierfür.
- c) Vergleiche die Ergebnisse mit „häufiger/seltener als“ und „genauso oft wie“.
- d) Erkläre, warum bei den Klassen 9a und 9b unterschiedliche Ergebnisse auftreten.

Zufallsexperiment
Ergebnis

Das Würfeln, das Werfen einer Münze oder das Drehen eines Glücksrades sind Beispiele für beliebig oft wiederholbare Vorgänge, deren Ergebnis zufällig, also nicht vorhersagbar ist. Man nennt solche Vorgänge Zufallsexperimente.

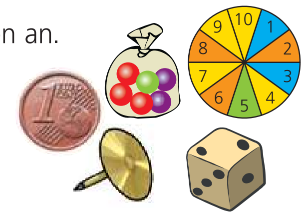
Ergebniserfassung

Die Ergebnisse von Zufallsexperimenten kann man in Strichlisten und Häufigkeitstabellen erfassen sowie mit Diagrammen veranschaulichen.

Ergebnismenge Ω

Alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsversuchs bilden die Ergebnismenge Ω (Omega).
Beispiel: Ergebnismenge beim Drehen des Glücksrades oben: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

2 Gib jeweils die Ergebnismenge zu folgenden Zufallsexperimenten an.
- a) Werfen einer Münze
- b) Drehen am Glücksrad (Zahlen)
- c) Würfeln
- d) Drehen am Glücksrad (Farben)
- e) Ziehen einer Kugel
- f) Reißnagelwurf



3 Das Glücksrad aus Aufgabe 2 wird gedreht. Welche dieser Zahlen erfüllen folgende Bedingungen? Notiere als Menge.
- a) gerade Zahl
- b) ungerade Zahl
- c) durch 2 teilbare Zahl
- d) durch 4 teilbare Zahl
- e) Zahl größer gleich 4
- f) Zahl kleiner gleich 6

Ereignis

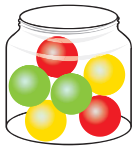
Erfüllen Ergebnisse eine bestimmte Eigenschaft, fasst man sie zu Ereignissen E zusammen.
Beispiel: Beim Drehen des Glücksrades von Aufgabe 2 sollen Zahlen erreicht werden, die größer als 5 sind. $\Rightarrow E = \{6; 7; 8; 9; 10\}$

4 Ein 12-seitiger Würfel wird geworfen. Beschreibe die einzelnen Ereignisse.

$E_1 = \{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$ $E_2 = \{1; 3; 5; 7; 9; 11\}$
$E_3 = \{3; 6; 9; 12\}$ $E_4 = \{6; 12\}$
$E_5 = \{8; 9; 10; 11; 12\}$ $E_6 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$

Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten ermitteln

1 Es wird eine farbige Kugel gezogen, wobei Gelb gewinnt.
a) Welchen Behälter würdest du wählen? Begründe.
b) Bestimme für jeden Behälter die Ergebnismenge.
c) Beurteile die Gewinnchance für jeden Behälter.

Ⓐ 
Ⓑ 
Ⓒ 

Wenn bei einem Zufallsexperiment alle möglichen Ergebnisse die gleiche Chance haben, dann sagt man, dass alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind. Diese Versuche nennt man Laplace-Experimente. Für die Wahrscheinlichkeit P eines Ereignisses E gilt:

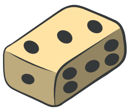
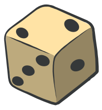
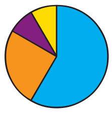
$P\,(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$ Dabei gilt stets: $0 \leq P \leq 1$

Beispiel: Behälter Ⓐ von Aufgabe 1
Günstig ist hier Gelb als Gewinn (1 Kugel). Möglich sind alle Kugeln (4 Kugeln).
$P\,(E) = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$

Laplace-Experiment

Wahrscheinlichkeit

2 a) Welche dieser Zufallsexperimente sind Laplace-Experimente? Begründe.

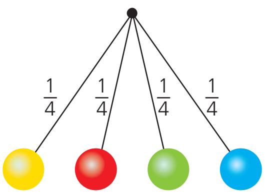
Ⓐ 
Ⓑ 
Ⓒ 
Ⓓ 

b) Erläutere das Beispiel im Merkkasten und bestimme die Wahrscheinlichkeiten.
E_1: Wappen beim Münzwurf — E_2: Augenzahl 5 beim Würfeln
E_3: gerade Augenzahl beim Würfeln — E_4: Augenzahl größer als 4 beim Würfeln
E_5: Primzahl beim Würfeln — E_6: Augenzahl durch 3 teilbar

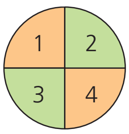
Lösungen zu 2 b):

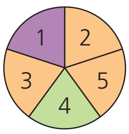
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

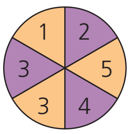
3 Lisa stellt die Wahrscheinlichkeit für den Behälter Ⓐ bei Aufgabe 1 in einer Zeichnung dar.
a) Erkläre ihre Darstellung.
b) Stelle die Wahrscheinlichkeiten für die restlichen Behälter von Aufgabe 1 ebenso dar.

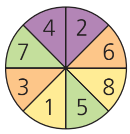


4 Bestimme die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse bei den einzelnen Glücksrädern.

Ⓐ 

Ⓑ 

Ⓒ 

Ⓓ 

E_1: Grün gewinnt. — E_2: Orange gewinnt. — E_3: Grün oder Orange gewinnt.
E_4: 1 gewinnt. — E_5: Lila 1 gewinnt. — E_6: Ungerade oder Grün gewinnt.

TIPP!

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
A	$\frac{1}{2}$	■	■	■	
B	■	■	■	$\frac{1}{5}$	
C	■	■			
D					

5 In einer Urne befinden sich farbige Murmeln mit den Zahlen 1 bis 10. Es wird einmal gezogen. Bestimme die jeweilige Wahrscheinlichkeit als Prozentsatz.
E_1: Schwarz — E_2: Zahl 5
E_3: gerade Zahl — E_4: Zahl größer als 3
E_5: Zahl kleiner gleich 6 — E_6: Gelb oder ungerade Zahl

Lösungen zu 5:

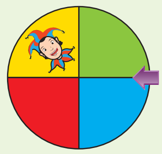
50	60	10
10	70	60

Gegenereignisse bei Zufallsexperimenten bestimmen

1 Bei einer Lotterie ist die Anzahl der Lose begrenzt und es gibt verschiedene Gewinne.
a) Beantworte Tims und Leonies Fragen.
b) Hat Anna recht? Was meinst du? Begründe.

Gegenereignis

Zu jedem Ereignis (E) eines Zufallsexperiments gibt es ein Gegenereignis ($\overline{E}$). Das Gegenereignis besteht aus allen Ergebnissen, die nicht zum Ereignis gehören.
Die Wahrscheinlichkeit von Ereignis und Gegenereignis zusammen ergibt die Summe 1.
Weil $P(E) + P(\overline{E}) = 1$, gilt: $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$ und $P(E) = 1 - P(\overline{E})$



Zufallsversuch: Drehen
Ereignis: Joker — $P(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{4}$ — $P(E) = 1 - \frac{3}{4}$
Gegenereignis: kein Joker — $P(\overline{E}) = \frac{3}{4} = 75\,\%$ — $P(E) = \frac{1}{4} = 25\,\%$

2 Berechne jeweils die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses.

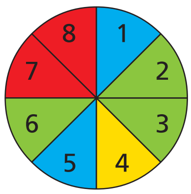
$P(E_1) = 25\,\%$	$P(E_2) = 50\,\%$	$P(E_3) = 1$	$P(E_4) = \frac{1}{10}$
$P(E_5) = \frac{2}{7}$	$P(E_6) = 0{,}88$	$P(E_7) = 0{,}08$	$P(E_8) = 0{,}072$

3 Ein Spielwürfel wird geworfen. Ordne Ereignis und Gegenereignis zu. Begründe.

① E: gerade Zahl ② E: höchstens 4 ③ E: Zahl 6 ④ E: mindestens 5

Ⓐ $\overline{E}$: mindestens 5 Ⓑ $\overline{E}$: keine 6 Ⓒ $\overline{E}$: ungerade Zahl Ⓓ $\overline{E}$: höchstens 4

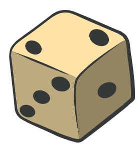
4 a) Benenne das Gegenereignis und gib seine Wahrscheinlichkeit in Prozent an.
E_1: Eins gewinnt. E_2: Gelb gewinnt.
E_3: Blau gewinnt. E_4: Zahlen kleiner als Fünf gewinnen.
E_5: Grün gewinnt nicht. E_6: Gelb und Rot gewinnen nicht.
b) Vergleiche jeweils die Wahrscheinlichkeiten von Ereignis und Gegenereignis und beurteile die Gewinnchancen.



Lösungen zu 4 a):		
75	62,5	50
87,5	87,5	37,5

5 a) Beschreibe die Ereignisse E_1, E_2, E_3, und E_4 in Worten.
b) Gib jeweils das Gegenereignis $\overline{E}$ in Worten und in der Mengenschreibweise an.
c) Bestimme jeweils die Wahrscheinlichkeiten von Ereignis und Gegenereignis und vergleiche diese miteinander.

Einmaliges Würfeln
$E_1 = \{6\}$
$E_2 = \{1; 3; 5\}$
$E_3 = \{3; 6\}$
$E_4 = \{5; 6\}$

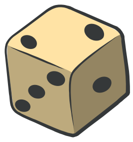


TIPP!
E_1: Augenzahl 6
$E_1 = \{6\}$
Gegenereignis:
$\overline{E}_1$: höchstens 5
$\overline{E}_1 = \{1; 2; ■; ■; ■\}$

Übungsaufgaben zu Zufallsexperimenten lösen

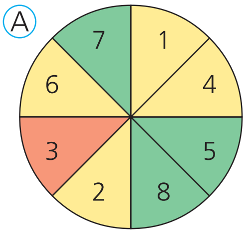
1 Ein Würfel mit den Augenzahlen von 1-6 wird einmal geworfen. Welche Augenzahlen erfüllen folgende Bedingungen? Notiere jeweils als Menge.

a) ungerade Augenzahl b) Augenzahl größer als 2
c) Augenzahl ist eine Primzahl. d) Augenzahl ist durch 3 teilbar.



Lösungen zu 2 b):		
87,5	50	87,5
58,3	66,7	50
50	25	58,3
87,5	33,3	25
12,5	50	62,5
50	33,3	50
12,5	50	33,3
66,7	58,3	75
41,7	66,7	75
12,5	87,5	66,7
41,7	37,5	12,5
50	41,7	33,3

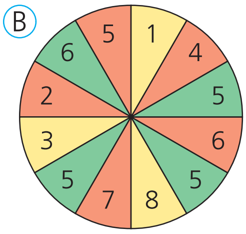
2 A



Ereignisse für einen Gewinn:

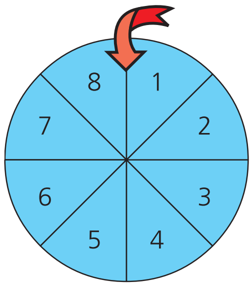
E_1: Gelb E_2: 5 E_3: Grün oder Gelb
E_4: Grün E_5: nicht 5 E_6: Rot oder 5
E_7: Rot E_8: ≥ 5 E_9: Primzahl

B



a) Formuliere jeweils die Gegenereignisse.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse und Gegenereignisse für A und B.
c) Vergleiche die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse E_8 und E_9 mit denen ihrer Gegenereignisse für beide Glücksräder. An welchem Rad würdest du drehen? Begründe.
d) Legt selbst weitere Ereignisse fest. Bestimmt erst deren Gegenereignisse. Berechnet dann jeweils die Wahrscheinlichkeiten und beurteilt damit die Gewinnchancen.

3 Die Strichliste zeigt die Ergebnisse mehrerer Drehungen an diesem Glücksrad.



1	2	3	4	5	6	7	8
||||	𝍸 𝍸	𝍸 |	𝍸	𝍸 ||	𝍸 ||||	𝍸	𝍸 |

a) Formuliere jeweils die Beschreibung für das Ereignis.

$E_1 = \{6; 7; 8\}$ $E_2 = \{1; 3; 5; 7\}$ $E_3 = \{4; 8\}$ $E_4 = \{2; 4; 6; 8\}$ $E_5 = \{1; 2\}$

b) Ermittle die relative Häufigkeit für die Zahlen 7 und 8 in Prozent. Runde auf eine Kommastelle.
c) Jürgen meint: „Beim Drehen haben wir je fünfmal die Zahlen 4 und 7 erhalten. Wenn wir das Glücksrad noch ein paarmal drehen, treten diese beiden Zahlen wieder genau gleich häufig auf.“ Erkläre, wieso Jürgen wohl nicht recht hat.

4 Toni wirft gleichzeitig einen blauen und einen roten Würfel.

a) Notiere alle möglichen Kombinationsmöglichkeiten/Ergebnisse übersichtlich.
b) Beurteile jeweils die Gewinnchance durch den Vergleich der Wahrscheinlichkeiten von Ereignis und Gegenereignis.

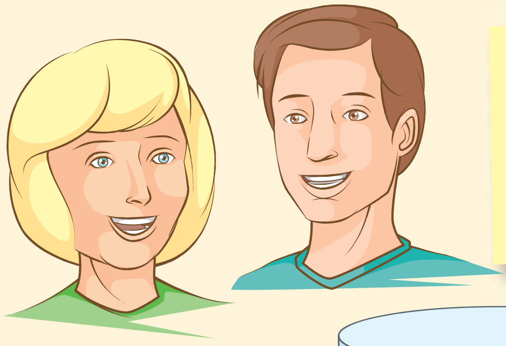
A Blaue Augenzahl ist 1, rote ist beliebig. B Blaue oder rote Augenzahl ist 6.

C Blaue Augenzahl ist Vielfaches von 2, rote Vielfaches von 3.

TIPP!
(1/1), (1/2),
(2/1), (2/2),
(3/1),

c) Susi will Tom eine Woche lang täglich einmal mit ihrem Elektroroller fahren lassen, wenn er gewinnt. Sie bietet ihm hierfür nebenstehende Ereignisse an. Welches wäre für ihn günstiger? Beurteile die Chancen wie bei b).
d) Formuliert weitere Ereignisse wie bei b) und c). Tauscht diese aus und vergleicht die Gewinnchancen analog zu b).

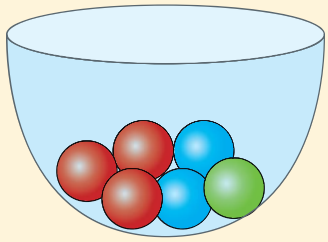
Thema: Mit Baumdiagrammen arbeiten

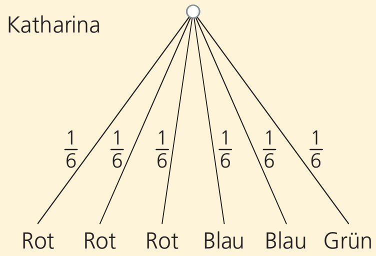


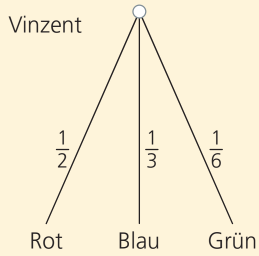
1 Baumdiagramme entwickeln

a) Erkläre und vergleiche die Baumdiagramme von Katharina und Vinzent.

b) In das Glas werden noch zwei gelbe Kugeln gegeben. Zeichne wie Vinzent ein Baumdiagramm.



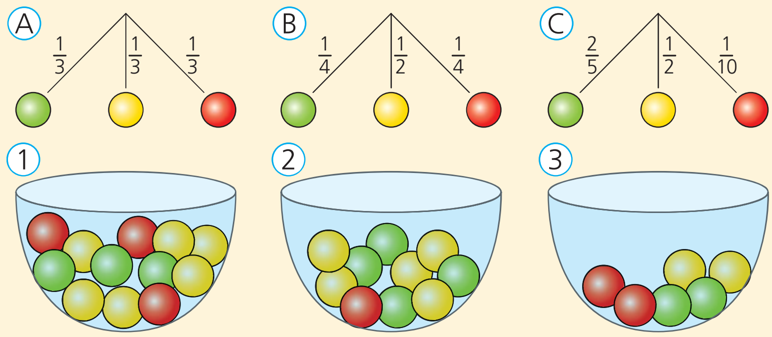




2 Baumdiagramme zuordnen

a) Ordne den Schalen die richtigen Baumdiagramme zu.

b) Vinzent meint, es könnte zu diesen Diagrammen auch jeweils eine andere Anzahl von Kugeln in den Gläsern liegen. Hat er recht? Begründe deine Entscheidung.

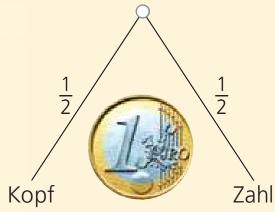


3 Baumdiagramme zeichnen

a) Welches Zufallsexperiment wurde hier durchgeführt? Erkläre das Diagramm.

b) Nun soll nochmals geworfen werden. Zeichne das Diagramm.

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zweimal „Zahl" zu erhalten? Erkläre.



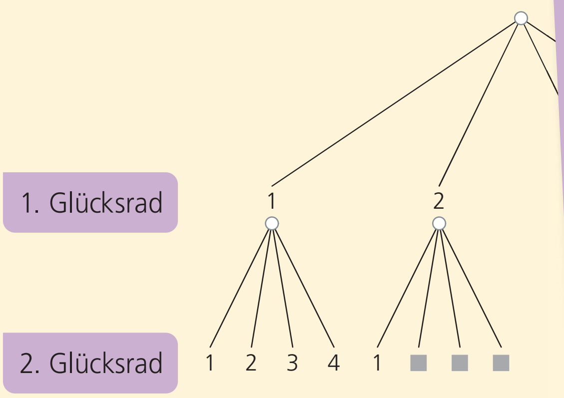
4 Baumdiagramme ausweiten

Katharina dreht gleichzeitig zwei Glücksräder, auf deren Feldern jeweils die Zahlen von 1 bis 4 sind. Sie möchte darstellen, welche möglichen Ergebnisse es dabei gibt.

a) Vervollständige das Baumdiagramm im Heft.

b) Stellt euch gegenseitig Fragen und beantwortet diese anhand des Baumdiagramms.
Beispiel für Frage:
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für 2-2?

c) Nun tauscht sie das zweite Glücksrad gegen eines mit Feldern in den Farben Rot, Grün, Blau und Gelb aus. Zeichne dazu das Baumdiagramm. Arbeitet dann wie bei b).



Thema: Mensch ärgere Dich nicht

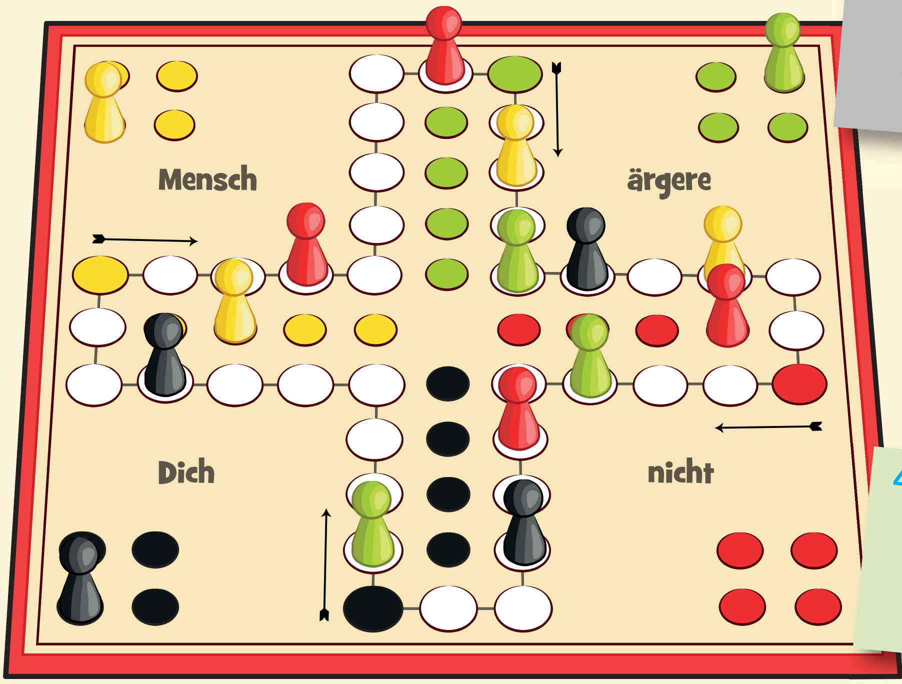
‚Mensch ärgere Dich nicht' ist ein beliebtes Gesellschaftsspiel. Gewonnen hat hierbei, wer zuerst die eigenen vier Spielfiguren, die eine bestimmte Farbe haben, auf die passenden Zielfelder bringt.

1 Zu Beginn des Spiels erhält man seine Farbe, indem eine Spielfigur aus einem Säckchen mit allen 16 Spielfiguren gezogen wird. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass du mit Grün spielst, wenn du als Erster ziehen darfst?

Regeln:

- Bei einer Sechs muss zuerst die Figur aus dem Starthaus ins Spiel gebracht werden.
- Wann immer möglich, muss eine Figur geworfen werden.

2 Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine schwarze Spielfigur beim nächsten Wurf das Ziel erreicht?



3 Gelb ist an der Reihe. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird beim nächsten Wurf eine Spielfigur geworfen?

4 Grün ist dran. Wie wahrscheinlich ist es, dass beim nächsten Wurf keine gegnerische Figur geworfen wird?

5 Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann Grün eine gegnerische Figur werfen, wenn dabei eine gerade Zahl gewürfelt wird?

6 Formuliert zur abgebildeten Spielsituation weitere Aufgaben, tauscht diese aus und löst sie.

7 Gegen Ende des Spiels kann Max nur noch gewinnen, wenn Mohamed bei seinem folgenden Zug die gelbe Spielfigur nicht ins Ziel bringt. Wie wahrscheinlich ist es, dass Max noch eine Chance bekommt? Skizziere dabei die Situation auf dem Spielfeld.

Vorlage für Spielfeld: 60013-10

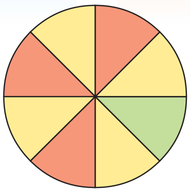
Zwischenrunde

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Wahrscheinlichkeiten schätzen S. 164

a) Shazi dreht am Glücksrad. Wähle aus den Vorgaben aus und ergänze die Sätze.
Ⓐ Sie erhält ▇ ein gelbes Feld.
Ⓑ Sie erhält ▇ ein grünes Feld.

eher unwahrscheinlich | sicher | unmöglich | eher wahrscheinlich



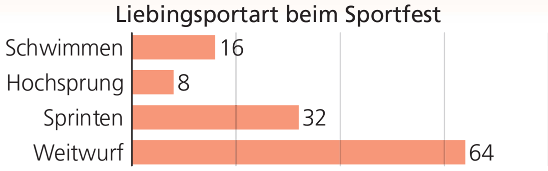
b) Rot und Gelb sollen gleich wahrscheinlich sein. Hierfür darf Shazi die Farbe nur eines Feldes verändern. Welche zwei Möglichkeiten hat sie?

2 Absolute und relative Häufigkeit bestimmen S. 165

a) Die Klasse 9a mit 30 Kindern hat die Ergebnisse einer Umfrage zu deren Schulweg in einer Strichliste festgehalten. Notiere die absoluten Häufigkeiten.

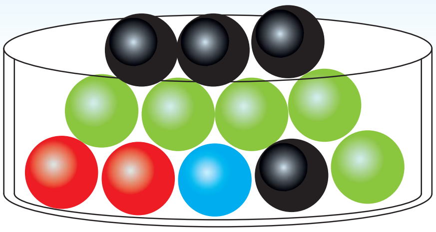
Bus	zu Fuß	Fahrrad
𝍸 ||||	𝍸 ||	𝍸 𝍸 |||

b) Gib die relative Häufigkeit für jede Sportart als Bruch und Prozentsatz an. Runde dabei auf ganze Prozent.



3 Ergebnismengen bei Zufallsexperimenten bestimmen S. 166

a) Bilde die Ergebnismenge, wenn blind eine Kugel gezogen wird.



b) Gib für folgende Ergebnismengen mögliche Zufallsexperimente an.

Ⓐ {Kopf; Zahl}
Ⓑ {Gewinn; Niete}
Ⓒ {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}
Ⓓ {Blau; Rot; Gelb; Grün; Schwarz}

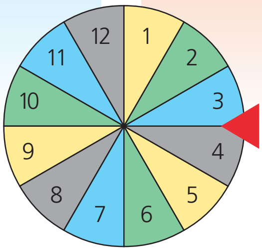
4 Ereignisse bei Zufallsexperimenten bestimmen S. 166

a) Notiere als Menge.

E_1: Gerade Augenzahl gewinnt.

E_2: Vielfache von 3 gewinnen.

E_3: Zahl kleiner als 8 gewinnt.



b) Beschreibe die Ereignisse wie in a).

$E_1 = \{1; 2; 3; 4\}$

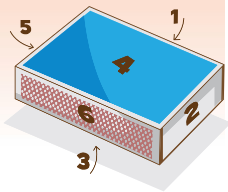
$E_2 = \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$

$E_3 = \{6; 7; 8; 9\}$

5 Laplace-Experimente erkennen und verstehen
S. 167

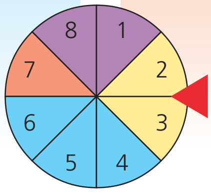
a) Wobei handelt es sich um Laplace-Experimente? Begründe.
Ⓐ Werfen eines Spielwürfels
Ⓑ Werfen von Reißzwecken
Ⓒ Werfen einer Münze

b) Raimund und Anke würfeln mit dieser Streichholzschachtel. Handelt es sich hierbei um ein Laplace-Experiment? Begründe.



6 Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten ermitteln
S. 167

a) Bestimme die jeweilige Wahrscheinlichkeit als Bruch.
E_1: gerade Zahl
E_2: Vielfaches von Vier
E_3: Farbe Lila

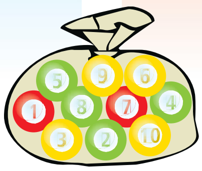


b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit in Prozent.
E_1: Gelb oder Blau
E_2: gerade Zahl oder Gelb
E_3: ungerade Zahl oder Blau

7 Gegenereignis bestimmen und beschreiben
S. 168

a) Ordne einander richtig zu.

① E: 5
② E: größer 4
③ E: Rot
Ⓐ $\overline{E}$: Grün oder Gelb
Ⓑ $\overline{E}$: nicht 5
Ⓒ $\overline{E}$: höchstens 4



b) Formuliere jeweils ein Gegenereignis.
E_1: Vielfaches von 3
E_2: Vielfaches von 5 oder Rot
E_3: Grün und zugleich Vielfaches von 2

8 Wahrscheinlichkeit von Gegenereignissen berechnen
S. 168

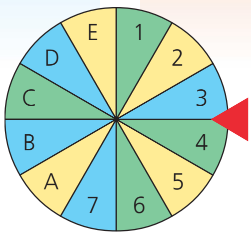
a) Vervollständige die Tabelle im Heft.

P(E)	$\frac{1}{2}$	0,75	■	■
P($\overline{E}$)	■	■	12 %	0,375

b) In einer Urne sind vier blaue, zwölf gelbe und acht rote Kugeln. Wenn Marie Blau zieht, gewinnt sie. Mit welcher Wahrscheinlichkeit verliert sie? Berechne.

9 Chancen bei Laplace-Experimenten beurteilen
S. 168, 169

a) Beurteile jeweils die Gewinnchance. Vergleiche hierzu die Wahrscheinlichkeit von Ereignis und Gegenereignis.
E_1: Zahl gewinnt.
E_2: Grün gewinnt.
E_3: Buchstabe und Gelb gewinnt.
E_4: Gerade Zahl oder Grün gewinnt.



b) Formuliere jeweils das Gegenereignis und vergleiche die Wahrscheinlichkeiten.
E_1: Vielfaches von Zwei gewinnt.
E_2: Grün oder Blau gewinnt.
E_3: Gerade Zahl oder Gelb gewinnt.

Auf einen Blick

Wahrscheinlichkeitsskala

unwahrscheinlich ← → wahrscheinlich

unmöglich — gleich wahrscheinlich — sicher

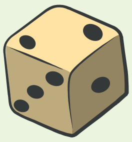
Zufallsexperiment und Laplace-Experiment

Experimente, deren Ausgang nicht vorhersagbar, also zufällig ist, nennt man Zufallsexperimente. Ist die Wahrscheinlichkeit für die einzelnen Ergebnisse dabei gleich hoch, nennt man sie Laplace-Experimente.

Beispiele: Würfeln, Münzwurf oder Ziehen von Losen.

Ergebnis und Ergebnismenge

Jeder mögliche Ausgang eines Zufallsexperiments ist ein Ergebnis.
Alle möglichen Ergebnisse bilden die Ergebnismenge Ω (Omega).



Ergebnismenge beim Würfeln: Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

Ereignis (E)

Erfüllen gewisse Ergebnisse eine bestimmte Eigenschaft, bilden diese ein Ereignis.

Beispiel: höchstens 2 → E = {1; 2}

Gegenereignis ($\overline{E}$)

Ergebnisse, die eine bestimmte Eigenschaft nicht erfüllen, bilden das zugehörige Gegenereignis.

Beispiel: mindestens 3 → $\overline{E}$ = {3; 4; 5; 6}

Wahrscheinlichkeit von Ereignissen

Für die Wahrscheinlichkeit P eines Ereignisses E gilt:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

Beispiel für E: höchstens 2 $P(E) = \frac{2}{6} \approx 33{,}3\,\%$

Wahrscheinlichkeit von Gegenereignissen

Für die Wahrscheinlichkeit P eines Gegenereignisses $\overline{E}$ gilt:

$P(\overline{E}) = 1 - P(E)$ und $P(E) = 1 - P(\overline{E})$

Beispiel für $\overline{E}$: mindestens 3
$P(\overline{E}) = 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} \approx 66{,}7\,\%$

1 Ordne die Ereignisse den Begriffen auf der Wahrscheinlichkeitsskala zu.
Ⓐ Kopf oder Zahl beim Münzwurf
Ⓑ Auf Montag folgt Dienstag.
Ⓒ Würfeln einer Vier mit einem Spielwürfel
Ⓓ Neujahr fällt auf den 5. Februar.
Ⓔ Schnee im Januar

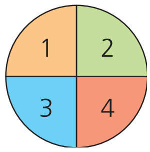
2 Beantworte mithilfe der relativen Häufigkeit.

	Tim	Darius
Tore erzielt	12	14
Anzahl der Spiele	16	20
gefoult worden	22	25

a) Wer hat je Spiel am meisten Tore geschossen?
b) Wer ist pro Spiel am meisten gefoult worden?
c) In den nächsten beiden Spielen schießt Tim zwei Tore. Wie verändert sich seine Torquote?

3 Das Glücksrad wird gedreht. Notiere die jeweilige Ergebnismenge.

Ⓐ Farben Ⓑ Zahlen



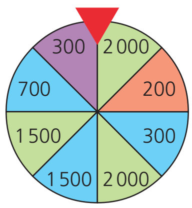
4 Es wird gewürfelt. Ordne jeder Menge das passende Ereignis zu.

Ⓐ {5} Ⓑ {2; 4; 6} Ⓒ {4; 5; 6} Ⓓ {1; 2; 3; 4; 5; 6}

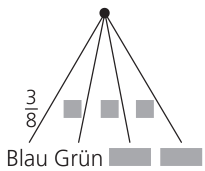
① Augenzahl größer als 3 ② Augenzahl gerade
③ Augenzahl kleiner als 7 ④ Augenzahl 5

5 Das Glücksrad wird einmal gedreht.
a) Gib für jedes Ereignis die Wahrscheinlichkeit als Bruch und Prozentsatz an.

E_1: Grün E_2: Blau oder Rot
E_3: Vielfaches von 500



b) Vervollständige das Baumdiagramm für die Farben.
c) Zeichne ebenso ein Baumdiagramm für die Zahlen.



6 Es wird jeweils eine Kugel gezogen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse bei den einzelnen Gefäßen.

Ⓐ Ⓑ Ⓒ

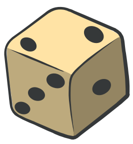
E_1: grüne Kugel E_2: rote Kugel
E_3: blaue Kugel E_4: Zahl Eins
E_5: gerade Zahl oder Rot E_6: Rot oder Blau

7 Welche Gegenereignisse gehören zum Ereignis „Die Münze zeigt Kopf“?
$\overline{E}_1$: Die Münze zeigt nicht Zahl.
$\overline{E}_2$: Die Münze zeigt nicht Kopf.
$\overline{E}_3$: Die Münze zeigt Zahl.
$\overline{E}_4$: Die Münze zeigt Kopf.

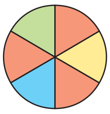
8 Gib jeweils die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis als Bruch, Dezimalbruch bzw. Prozentsatz an.
a) $P(E) = \frac{1}{5}$ b) $P(E) = \frac{1}{4}$ c) $P(E) = 0{,}3$
d) $P(E) = 0{,}65$ e) $P(E) = 60\,\%$ f) $P(E) = 31\,\%$

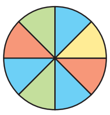
9 Welche Ereignisse haben die gleiche Wahrscheinlichkeit?

E_1: größer als Null E_2: ungerade
E_3: kleiner als Sieben E_4: gerade
E_5: Vier E_6: Zwei

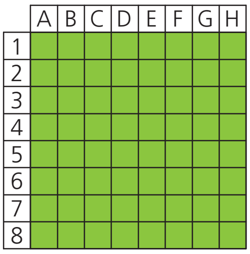


10 Ordne das Gegenereignis dem passenden Glücksrad zu. Mehrfachzuordnungen sind möglich.
$\overline{E}_1$: Nicht Rot $\rightarrow P(\overline{E}_1) = \frac{3}{4}$
$\overline{E}_2$: Nicht Blau $\rightarrow P(\overline{E}_2) = \frac{5}{8}$
$\overline{E}_3$: Nicht Grün $\rightarrow P(\overline{E}_3) = \frac{3}{4}$
$\overline{E}_4$: Nicht Rot $\rightarrow P(\overline{E}_4) = \frac{1}{2}$
$\overline{E}_5$: Nicht Grün $\rightarrow P(\overline{E}_5) = \frac{5}{6}$
$\overline{E}_6$: Nicht Gelb $\rightarrow P(\overline{E}_6) = \frac{7}{8}$

Ⓐ

Ⓑ

Ⓒ


11 Beim Spiel ‚Kuhroulette‘ ist eine Wiesenfläche in gleich große Felder unterteilt und es kann gewettet werden, auf welchem Feld eine Kuh einen Fladen fallen lässt.

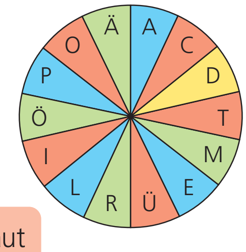


a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten folgende Ereignisse auf?

E_1: Feld B4
E_2: Feld mit ungerader Zahl und Vokal
E_3: Spalte mit Selbstlaut
E_4: Feld mit mindestens zwei Feldern Abstand vom Rand

b) Bei welchem Ereignis von a) ist der Unterschied der Wahrscheinlichkeit von Ereignis und Gegenereignis am größten?

12 a) Gib für jedes Ereignis die Wahrscheinlichkeit als Bruch an.



E_1: Selbstlaut
E_2: Mitlaut E_3: Umlaut

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für die Gegenereignisse zu E_1, E_2 und E_3 in Prozent. Runde auf eine Kommastelle.

c) Wie wahrscheinlich sind folgende Ereignisse?
E_4: Rot oder Umlaut
E_5: Selbstlaut oder Umlaut oder Grün

d) Formuliere jeweils ein passendes Ereignis.
$P(E_7) = \frac{1}{14}$ $P(E_8) = \frac{5}{14}$
$P(\overline{E}_9) = \frac{10}{14}$ $P(\overline{E}_{10}) = \frac{8}{14}$

13 Bei einer Schulfesttombola wird mit einem grünen und gelben Spielwürfel gleichzeitig geworfen. Eine bestimmte Augensumme soll gewinnen.

a) Beurteile für jede Augensumme die Gewinnchance. Vergleiche dazu die Wahrscheinlichkeiten von Ereignis und Gegenereignis.

Ⓐ 3 Ⓑ 6 Ⓒ 9 Ⓓ 10

b) Bei welcher Augensumme wäre die Gewinnwahrscheinlichkeit am größten? Begründe.

Abschlussrunde

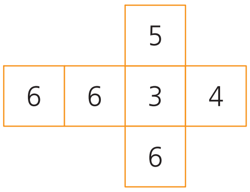
1 Übertrage und vervollständige die Tabelle.

Sportart	Strichliste	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Schwimmen	////	4	■
Tennis	///	■	$\frac{3}{21}$
Fußball	~~////~~ ///	■	■
Radfahren	~~////~~ /	■	■

2 Der Würfel mit dem Netz nebenan wird geworfen. Ordne die Ereignisse den Begriffen auf der Wahrscheinlichkeitsskala zu.

E_1: Zahl Sechs E_2: ungerade Zahl E_3: Zahl Drei

E_4: Zahlen Drei oder Vier E_5: Zahl Zwei E_6: eine Zahl



3 Gib für folgende Zufallsexperimente jeweils die Ergebnismenge an.

a) Münzwurf b) Werfen eines Spielwürfels c) Glücksrad mit den Zahlen von 1 - 8

4 In einer Urne sind Kugeln mit den Zahlen von 1 bis 50. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse.

a) E_1: gerade Zahlen
b) E_2: Vielfache von Vier
c) E_3: Zahlen größer gleich 10
d) E_4: Zahlen kleiner als 45

5 Berechne jeweils die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses.

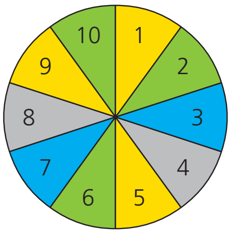
a) $P(E_1) = 45\,\%$
b) $P(E_2) = 70\,\%$
c) $P(E_3) = 0$
d) $P(E_4) = \frac{8}{10}$
e) $P(E_5) = 0{,}77$
f) $P(E_6) = 0{,}095$

6 a) Ordne Ereignis und Wahrscheinlichkeit einander richtig zu.
b) Formuliere jeweils das Gegenereignis und gib dessen Wahrscheinlichkeit an.

E_1: grünes Feld E_2: gerade Zahl

E_3: Vielfache von 3 oder gelbes Feld

E_4: ungerade Zahl oder graues Feld



Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{7}{10}$

Ⓒ $\frac{3}{10}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$

7 a) Bilde die Ergebnismengen nach Farben und Zahlen.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten.
E_1: Grün oder Orange E_2: Blau oder gerade Zahl
E_3: Vielfaches von Drei E_4: Ungerade oder Rot

c) Formuliere die Gegenereignisse zu b) und gib deren Wahrscheinlichkeiten an.
d) Formuliere für folgende Wahrscheinlichkeiten je ein Ereignis für die Farben und eines für die Zahlen.
$P(E_1) = \frac{1}{5}$ $P(E_2) = \frac{1}{2}$ $P(E_3) = \frac{7}{10}$

Zahlen und Operationen

1 Frau Raab zahlt nach Abzug von Rabatt und Skonto 1 036,84 €. Berechne ihre Gesamtersparnis in Prozent.

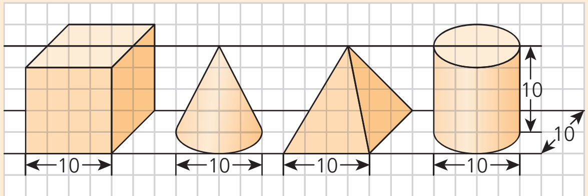
2 Sabrina möchte sich einen Roller für 1 900 € kaufen. Von ihrer Oma bekommt sie 400 € Zuschuss. Sie selbst hat auf ihrem Sparbuch vor drei Jahren 1 000 € zu einem jährlichen Zinssatz von 1,5 % (inkl. Zinseszins) angelegt.

a) Welcher Betrag fehlt Sabrina für den Kauf?

b) Zur Finanzierung von Restsumme und Schutzkleidung nimmt Sabrina einen Kredit über 1 000 € für 10 Monate und 2,5 % Zinsen auf. Die Zinsen und den Kredit zahlt sie gleichmäßig in 10 Raten zurück. Wie hoch ist eine Rate?

Größen und Messen

1 Entscheide, ob die Aussagen richtig oder falsch sind. Begründe durch Rechnung (Maße in cm).



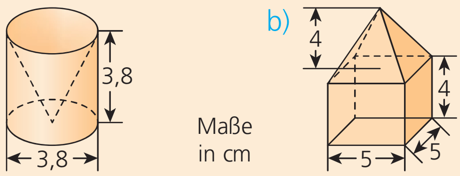
a) Das Volumen des Zylinders ist dreimal so groß wie das Volumen des Kegels.

b) Die Pyramide hat ein Volumen von 1 000 cm^3.

c) Der Würfel hat das gleiche Volumen wie der Zylinder.

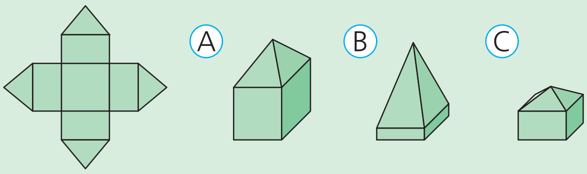
2 Berechne jeweils das Volumen des Körpers.

a) b)

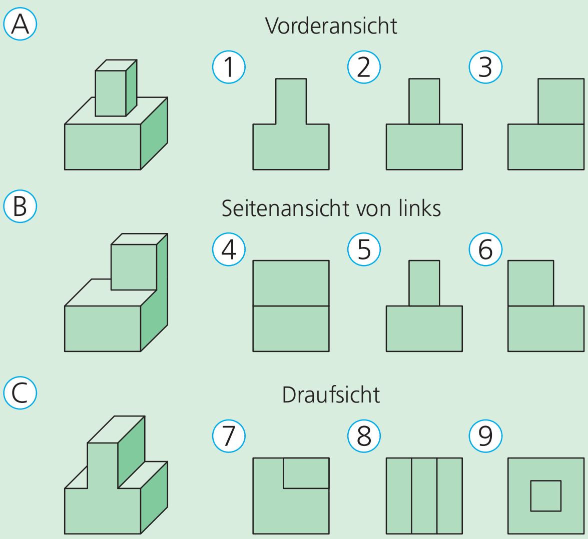


Raum und Form

1 Ordne dem Netz den entsprechenden Körper zu.



2 Ordne den Körpern ihre Ansichten zu.



Daten und Zufall

1 Auf Claudias Geburtstagsparty darf sich jeder Gast ein kleines Gastgeschenk nehmen. Claudia hat sechs Lavendelseifen, vier Duftkerzen und fünf Badekugeln einzeln in Tüten verpackt.

a) Wie viele Tüten müsste ein Gast vom vollen Tablett nehmen, um mit Sicherheit eine Duftkerze zu bekommen?

b) Tanja nimmt sich als erste eine Tüte.

A Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Tüte eine Badekugel enthält.

B Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Tüte keine Lavendelseife enthält.

C Welches der drei Gastgeschenke ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 40 % in der Tüte, die Tanja hat?

8 Quali-Training

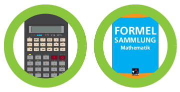
Der qualifizierende Abschluss der Mittelschule im Fach Mathematik

Teil A – Ohne Hilfsmittel (30 Minuten)

Hier sollen grundlegendes mathematisches Verstehen und Können gezeigt werden. Die Benutzung von Formelsammlung und Taschenrechner ist nicht erlaubt.

Im Buch hast du das auf den Seiten „Kreuz und quer“ bereits erproben und üben können. Vielleicht schaust du auch dort nochmals nach.

Teil B – Mit Hilfsmitteln (90 Minuten)



Hier sind die Aufgaben komplex aufgebaut. Taschenrechner und Formelsammlung darfst du jetzt einsetzen.

Viele Aufgaben dieses Schwierigkeitsgrades hast du schon in den letzten Spalten der Seiten „Üben und vertiefen“ bearbeitet.

„Fit für den Quali“

Die Lerninhalte sind behandelt und die Grundlagen für einen erfolgreichen Quali geschaffen.
Und doch erfordert der Quali in Mathematik wie jede Prüfung eine entsprechende Vorbereitung auf den Tag X. Die folgenden Seiten wollen dir helfen, dich nochmals vertieft in die wichtigen Bereiche einzuarbeiten.
Du findest zu den Teilen A und B überlegt ausgewählte und aufbereitete Prüfungsaufgaben vergangener Jahre. Bearbeite möglichst viele. Das gibt Sicherheit.
Die Lösungen zum Teil A findest du auf den Seiten 234 und 235.

A Mit Prozenten rechnen

TIPP!
Wenn man geschickt vorgeht, lassen sich Rechnungen im Teil A recht einfach lösen, manchmal sogar im Kopf.

Für eine Sportveranstaltung wurden insgesamt 400 Karten in drei Preiskategorien verkauft. Berechne fehlende Angaben.

Preisklasse	A	B	C
Verkaufte Karten	100	■	■
Anteil	■	■	35 %

Lösungsweg (Beispiel):

Preisklasse	A	B	C
Verkaufte Karten	100	3)	4)
Anteil	1)	2)	35 %

1) 100 von 400 sind $\frac{100}{400} = \frac{1}{4} =$ ■ %.   2) 100 % – 35 % – ■ % = ▲ %

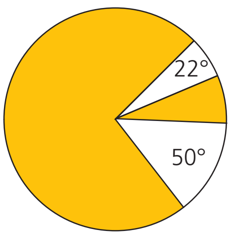
3) ▲ % von 400 sind ●.   4) 400 – 100 – ● = ▰

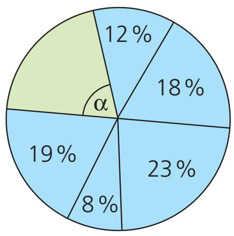
① a) Überprüfe und ergänze die Lösungsschritte im Heft. Übertrage dann die Tabelle und fülle sie aus.
b) Man kann die Abfolge der Lösungsschritte teilweise oder auch ganz verändern. Finde einen anderen Lösungsweg.

② Burak, Aileen und Thomas werfen auf den Basketballkorb. Sie führen eine Strichliste und ermitteln die Trefferquoten in Prozent.
Ergänze die fehlenden Einträge.

	Anzahl der Würfe	Anzahl der Treffer	Trefferquote
Burak	卌 卌 卌 卌 卌	卌 卌 卌	■
Aileen	■	卌	25 %
Thomas	卌 卌 卌 /	■	75 %

③ a) Berechne bei Ⓐ den prozentualen Anteil der weißen Kreisfläche und bei Ⓑ die Größe des Winkels α.

Ⓐ


Ⓑ


b) Zeichne einen Kreis (r = 3 cm) und färbe 40 % der Fläche ein.
c) Übertrage und ergänze die Tabelle für die Funktion Anteil (%) → Winkelgröße (°).

Anteil (%)	10	■	60
Winkelgröße (°)	■	180	■

④ In der Klasse 9a sind 24 Jugendliche. Am Dienstag waren 25 % nicht da. Gib an, wie viele Jugendliche anwesend waren.

⑤ Welche beiden Aufgaben haben das gleiche Ergebnis? Ordne die beiden Kärtchen im Heft einander zu.

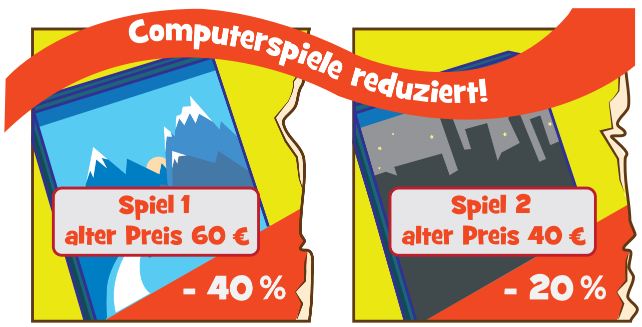
Ⓐ 15 % von 400 €

Ⓑ 30 % von 400 €

Ⓒ 20 % von 400 €

Ⓓ 30 % von 200 €

⑥ Chris kauft sich beide Computerspiele zum reduzierten Preis. Berechne die Preisminderung für beide Spiele zusammen in Prozent.



A Gleichungen aufstellen und lösen

Löse die Gleichung: $(12x - 24) : 2 + 6 = 32 - 2 \cdot (4 - 0{,}5x)$

Lösungsweg:

$(12x - 24) : 2 + 6 = 32 - 2 \cdot (4 - 0{,}5x)$	*Ausmultiplizieren bzw. -dividieren*
$(6x - 12) + 6 = 32 - \square$	*Klammern auflösen; dabei auf Rechenzeichen vor Klammer achten*
$\square + 6 = 32\ \square$	*Zusammenfassen*
$6x - 6 = x + 24 \quad \mid \square$	*Variable schrittweise isolieren*
$5x - 6 = \square \quad \mid +6$	
$5x = \square \quad \mid \square$	
$x = \square$	

TIPP! *Sauber schrittweise und übersichtlich Zeile für Zeile lösen*

① Übertrage den Lösungsweg ins Heft und vervollständige ihn.

② Fülle die Platzhalter so aus, dass die Gleichung stimmt.

a) $3 \cdot (7 + \square) - 4x = \square + 6x - 4x$

b) $4 \cdot (\square \cdot x + \square) - 4 = -12 \cdot x + 20 - 4$

c) $21x + \square = 3 \cdot (\square + 2)$

d) $35\,\% - 0{,}08 + 0{,}25 + \square = 100\,\%$

③ Bestimme die ursprüngliche Form der Gleichung.

a)
$\square = \square \quad \mid +4$
$\square = \square \quad \mid \cdot 5$
$x = 15$

b)
$\square = \square \quad \mid -7x$
$\square = \square \quad \mid -5$
$\square = \square \quad \mid :3$
$x = 9$

④ Suche den Fehler und rechne richtig.

a)
$4 \cdot (2x + 2{,}5) + 7 = 20 - 2x + (4 \cdot 5 - 3)$
$8x + 10 + 7 = 20 - 2x + 8$
$8x + 17 = 28 - 2x \quad \mid +2x$
$10x + 17 = 28 \quad \mid -17$
$10x = 11 \quad \mid :10$
$x = 1{,}1$

b)
$5 \cdot (6x - 3) - 3 \cdot (4x + 3) = 12$
$30x - 15 - 12x - 9 = 12$
$18x - 6 = 12 \quad \mid +6$
$18x = 18 \quad \mid :18$
$x = 1$

⑤ Übertrage ins Heft, ergänze und löse.

Die Klasse 9a besuchen 25 Schüler, wobei es fünf Jungen mehr als Mädchen sind. Berechne mithilfe einer Gleichung die Anzahl der Mädchen und Jungen.

Lösungsweg:

Anzahl Mädchen	*Anzahl Jungen*
x	$\square$
insgesamt	
$\square$	

Gleichung:
$x + \square = \square$

TIPP! *Sachverhalt mit Tabelle oder Skizze veranschaulichen und damit Gleichung aufstellen*

⑥ Löse mit einer Gleichung.

a) In einem Freibad beträgt der Eintritt für ein Kind 3,50 €. Für zwei Erwachsene und ein Kind kostet der Eintritt insgesamt 18,50 €. Berechne den Preis für einen Erwachsenen.

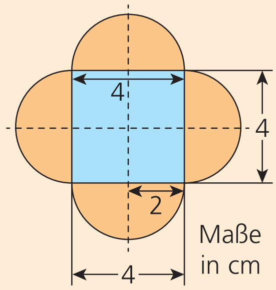
b) Ehepaar Heinrich ist zusammen 91 Jahre alt. Herr Heinrich ist drei Jahre älter als seine Frau. Wie alt sind beide in fünf Jahren?

c) In einem gleichschenkligen Dreieck ist die Grundseite um 3 cm kürzer als ein Schenkel. Der Umfang des Dreiecks beträgt 30 cm. Berechne die Länge der Grundseite und der Schenkel.

TIPP!

Zerlege Flächen geschickt in Teilflächen. Auch Körper lassen sich in Teilkörper gliedern. Beim Quali darfst du die Aufteilung in die vorgegebene Figur einzeichnen.

Berechne den Flächeninhalt der Figur. Rechne mit $\pi = 3$.



Überlegung:
Die Figur lässt sich in ein Quadrat und 4 Halbkreise (= 2 Kreise) aufteilen.

Lösungsweg:

Flächeninhalt Quadrat:

$A_Q = a \cdot a$

$= 4\,cm \cdot 4\,cm$

$= \_\_\_$

Flächeninhalt Kreise:

$A_{2\,Kreise} = 2 \cdot r \cdot r \cdot \pi$

$= 2 \cdot 2\,cm \cdot 2\,cm \cdot 3$

$= \_\_\_$

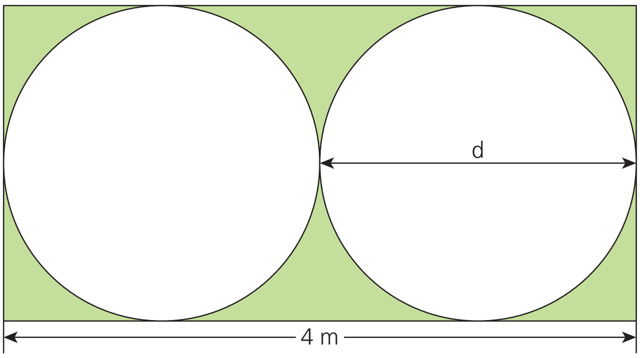
Flächeninhalt Figur:

$A = \_\_\_ + \_\_\_$

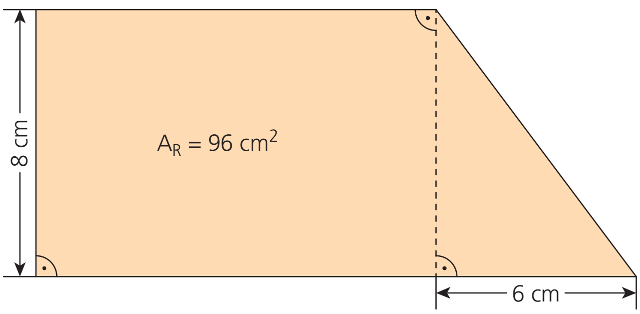
$= \_\_\_$

① Überprüfe den Lösungsweg. Übertrage und vervollständige ihn im Heft.

② Berechne den Flächeninhalt der grün gefärbten Fläche. Rechne mit $\pi = 3$.

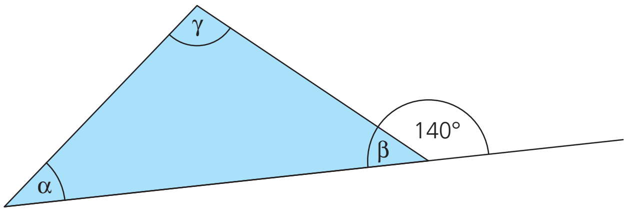


③ Der Flächeninhalt des Rechtecks beträgt $96\ cm^2$. Berechne den Umfang der gesamten Figur.

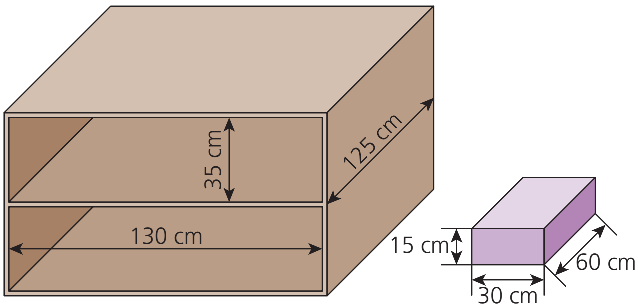


④ Max behauptet: „Werden bei einem Rechteck alle Seitenlängen verdoppelt, dann verdoppelt sich auch sein Flächeninhalt." Hat Max recht? Begründe deine Entscheidung mit einem Beispiel.

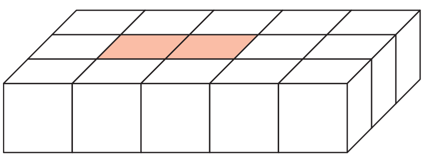
⑤ In einem Dreieck gilt $\alpha = \beta$. Berechne die Größe des Winkels γ (Skizze nicht maßstabsgetreu).



⑥ Ein Regal mit zwei gleich hohen Fächern soll mit Schachteln befüllt werden (siehe Skizze). Wie viele Schachteln mit den angegebenen Maßen passen maximal in das Regal?



⑦ Die Platte ist aus Würfeln mit der Kantenlänge 1 cm gebaut. Wie ändern sich der Oberflächeninhalt und das Volumen der Platte, wenn die roten Würfel entfernt werden? Begründe.

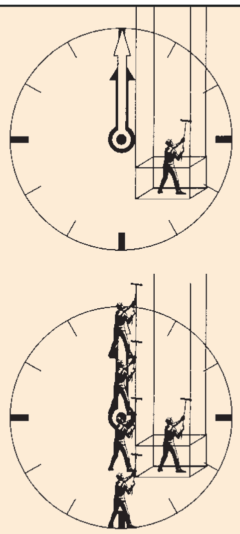


A Schätzen

Ein Mann reinigt eine Turmuhr. Wie groß ist in etwa der Umfang des Ziffernblatts? Rechne mit $\pi = 3$.

Lösungsweg:
Schritt 1:
Bezugsgröße (bekannte Größe) suchen:
Ein Mann ist im Durchschnitt etwa 1,80 m groß.
Schritt 2:
Gesuchte Größe mithilfe der Bezugsgröße berechnen:
Die Bezugsgröße passt 4-mal in den Durchmesser des Ziffernblatts.

$d = 4 \cdot 1{,}80\ m = \_\_\_\_$
$u = \_\_\_\_ \cdot 3 = \blacklozenge$



TIPP!
Schätzen ist nicht Raten. Es geht vielmehr darum, eine Bezugsgröße zu suchen oder wie bei Aufgabe 5 ein Raster zu verwenden.

① Überprüfe den Lösungsweg. Übertrage ihn vollständig ins Heft.

② Ein Mann steht neben einer Werbetafel (siehe Abbildung). Schätze den Flächeninhalt der Werbetafel in m^2 ab und begründe dein Vorgehen.

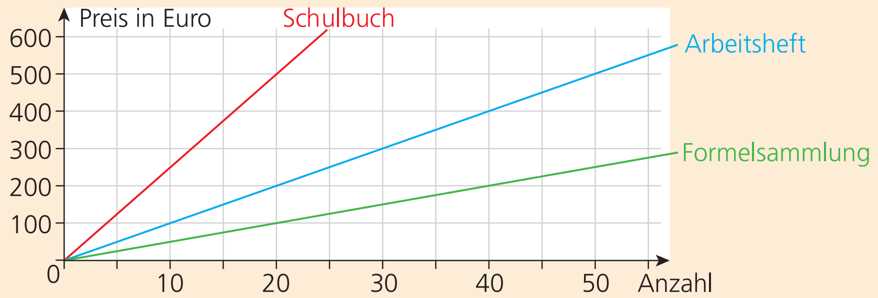
③ Eine Schaufensterscheibe (siehe Skizze) wird außen geputzt. Die Reinigungsfirma berechnet für einen Quadratmeter 3 €. Gib an, wie teuer die Reinigung der Scheibe ungefähr ist. Löse nachvollziehbar. Rechne gegebenenfalls mit $\pi = 3$.

④ Auf Usedom steht der größte Strandkorb der Welt, in dem mehrere Personen nebeneinander sitzen können. Schätze die Breite des Strandkorbs ab. Beschreibe dein Vorgehen und begründe rechnerisch.

⑤ Wie viele Kaffeebohnen sind hier ungefähr abgebildet? Gib eine Anzahl an und begründe.

Entscheide mithilfe des Diagramms, ob die Aussagen richtig oder falsch sind.

a) 40 Formelsammlungen kosten so viel wie 20 Arbeitshefte.
b) 20 Schulbücher kosten viermal so viel wie 20 Formelsammlungen.
c) 2 Schulbücher kosten 50 €.



TIPP!

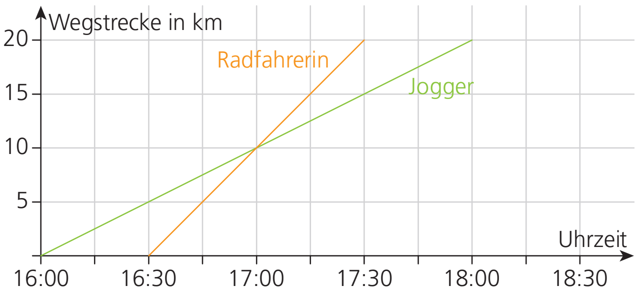
Mache dir klar, was genau abzulesen ist. Lies exakt ab. Beim Quali darfst du auch Markierungen im vorgegebenen Diagramm vornehmen.

Lösungsweg:

a) Kosten 40 Formelsammlungen: ____
Kosten 20 Arbeitshefte: ____ ⇒ Die Aussage ist ____.
b) Kosten 20 Schulbücher: ____
Kosten 20 Formelsammlungen: ____ ⇒ Die Aussage ist ____.
c) Kosten 20 Schulbücher: ____
Kosten 2 Schulbücher: ____ ⇒ Die Aussage ist ____.

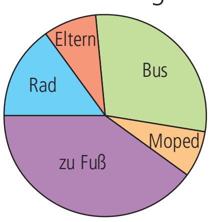
① Ergänze den Lösungsweg im Heft.

② Ein Jogger und eine Radfahrerin legen den gleichen Weg zurück.



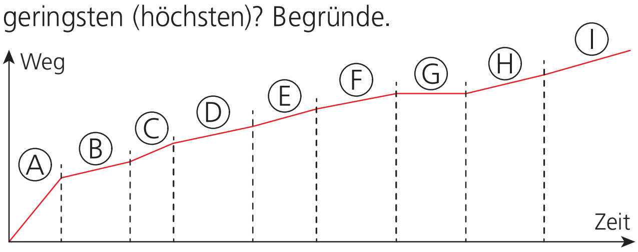
a) Wie viele Minuten startet der Jogger vor der Radfahrerin?
b) Wie viele Kilometer schafft die Radfahrerin in einer Stunde?
c) Nach wie vielen Kilometern treffen sie sich?

③ Das Kreisdiagramm zeigt, wie Jugendliche zu ihrer Mittelschule kommen. Welche Aussage kann nicht stimmen? Begründe mithilfe des Diagramms.

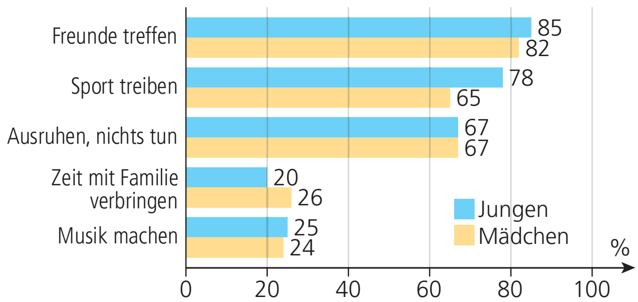


a) 15 % kommen mit dem Rad.
b) 11 % kommen mit den Eltern.
c) 25 % kommen mit dem Bus.
d) 9 % kommen mit dem Moped.
e) 40 % kommen zu Fuß.

④ In welchem Abschnitt war die Geschwindigkeit am geringsten (höchsten)? Begründe.



⑤ Entscheide mithilfe des Diagramms, ob die Aussagen zu den Freizeitaktivitäten richtig oder falsch sind.



a) Ein Viertel der befragten Jungen macht gerne Musik.
b) Jungen verbringen lieber Zeit mit der Familie als Mädchen.
c) Am liebsten treffen sich die Befragten mit Freunden.
d) Durchschnittlich ruhen sich die befragten Jugendlichen mehr aus als Sport zu treiben.

B Mit Prozenten rechnen

Herr Werner will sich einen Tablet-PC kaufen. Ein Online-Shop bietet diesen für 684 € an. Im Rahmen einer Werbeaktion erhält Herr Werner 2 % Rabatt. Für den sicheren Versand werden zusätzlich 10 € in Rechnung gestellt. Wie teuer kommt der Tablet-PC?

Angaben ordnen

Herausfinden, welche Größe dem Grundwert, Prozentsatz bzw. Prozentwert entspricht

Lösungsweg:

Gegeben:	Gesucht:
Preis Tablet-PC: 684 € (G)	Rabatt in € (P)
Rabatt: 2 % (p)	Ermäßigter Preis
Verpackung/Transportversicherung: 10 €	Gesamtpreis

Gesuchte Größe mithilfe von Dreisatz, Operator oder Formel berechnen

Rabatt in €:

Dreisatz:	Operator:	Formel:
100 % ≙ 684 €	684 € $\xrightarrow{\cdot 0{,}02}$ ___	$P = G \cdot p$
1 % ≙ 6,84 €		$P = 684\,€ \cdot 0{,}02$
2 % ≙ ___		$P =$ ___

Ermäßigter Preis: 684 € – ___ = ___

Gesamtpreis: ___ + 10 € = ___

Lösungen zu 1:		
1,05	680,32	673,18
2,5		

① a) Übertrage den Lösungsweg ins Heft und vervollständige ihn.

b) Ibrahim sagt: „Den ermäßigten Preis kann ich doch auch direkt berechnen.“ Erkläre sein Vorgehen und vervollständige die Rechnungen.

Gesuchte Größe mithilfe von Dreisatz, Operator oder Formel berechnen

Ermäßigter Preis: 100 % – 2 % = 98 %

Dreisatz:	Operator:	Formel:
100 % ≙ 684 €	684 € $\xrightarrow{\cdot 0{,}98}$ ___	$P = G \cdot p$
1 % ≙ 6,84 €		$P = 684\,€ \cdot 0{,}98$
98 % ≙ ___		$P =$ ___

c) Berechne ebenso, wie viel Herr Werner beim örtlichen Fachhändler für den gleichen Tablet-PC bezahlen müsste.

d) Um wie viel Prozent bietet der örtliche Fachhändler den Tablet-PC günstiger an als der Online-Shop? Vervollständige und runde die Prozentangabe auf zwei Dezimalstellen.

Preis: 694 € Nachlass: 3 %

Angaben ordnen

Herausfinden, welche Größe dem Grundwert, Prozentsatz bzw. Prozentwert entspricht

Lösungsweg:

Gegeben:	Gesucht:
Gesamtpreis (Online-Shop): ___ (■)	Preisunterschied in € (●)
Preis im Fachhandel: ___	Preisunterschied in % (▲)

e) Der örtliche Fachhändler bietet auch die Möglichkeit zum Ratenkauf. Um wie viel Prozent ist der Tablet-PC dabei teurer als beim Kauf mit Barzahlung?

Anzahlung: 180 €
6 Raten je 85 €

② In zwei Geschäften wird das neue Modell eines Fernsehgerätes angeboten. In den Angebotspreisen sind jeweils 19 % Mehrwertsteuer (MwSt.) enthalten.

a) Berechne den zu zahlenden Preis bei Angebot A.

b) Um wie viel Prozent erhöht sich bei Ratenzahlung der ursprüngliche Preis bei Angebot B?

c) Wie hoch ist der Preis eines weiteren Fernsehgerätes ohne 19 % MwSt., wenn der zu zahlende Preis mit MwSt. 979,00 € beträgt?

Angebot A: 999,- €
15 % Rabatt auf den ausgezeichneten Preis

Angebot B: 949,- €
10 Raten zu je 110 €

③ Die Handballjugend eines Vereins fährt mit 40 Personen in ihr jährliches Trainingslager. In diesem Jahr kostet der Bus 714 € einschließlich der Mehrwertsteuer (19 %).

a) Berechne die in den diesjährigen Buskosten enthaltene Mehrwertsteuer in Euro.

b) Im Vorjahr betrugen die Buskosten einschließlich Mehrwertsteuer 16,30 € pro Person. Ermittle die Preissteigerung gegenüber dem Vorjahr in Prozent.

c) Das Busunternehmen gewährt in diesem Jahr 2,5 % Rabatt, wenn der Verein innerhalb einer Woche bezahlt. Berechne, wie viel der Verein dann überweisen muss.

Lösungen zu 2 bis 4:

114	696,15	849,15
51,68	20	16
9,51	822,69	

④ a) In einem Bekleidungsgeschäft findet Frau Ohlmüller das Angebot nebenan. Beim Kauf von mindestens zwei Artikeln werden auf den verbilligten Preis nochmals 5 % Ermäßigung gewährt. Für ihren Sohn kauft sie eine Hose und einen Gürtel. Was kosten die Hose und der Gürtel zusammen?

b) In einem Online-Shop kauft sie für ihre Tochter ein Brettspiel, das von 44,50 € auf 35,60 € reduziert wurde. Berechne den Preisnachlass in Prozent.

Auf diese Preise
15 % Rabatt
Hose: 48,00 €
Gürtel: 16,00 €
Jacke: 69,90 €
Hemd: 35,20 €

⑤ Die Tabelle zeigt, wie viel Gemüse jede Person in Deutschland durchschnittlich in einem Jahr isst.

a) Berechne, wie viele Kilogramm Gurken eine Person durchschnittlich in einem Jahr isst.

b) Ermittle den prozentualen Anteil der Tomaten am verzehrten Gemüse.

c) Wie viele Kilogramm Gemüse isst eine vierköpfige Familie im Monat durchschnittlich?

d) Der durchschnittliche Gemüseverzehr pro Person ist in Deutschland um 2,6 % höher als in Bayern. Wie viel Gemüse isst jede Person in Bayern durchschnittlich pro Jahr?

Gemüse	Menge	Anteil
Tomaten	24,9 kg	■
Karotten	8,7 kg	9,4 %
Gurken	■	6,8 %
Sonstiges	■	■
Summe	93 kg	100 %

Lösungen zu 5 und 6:

26,8	13	83
6,3	90,6	31
161		

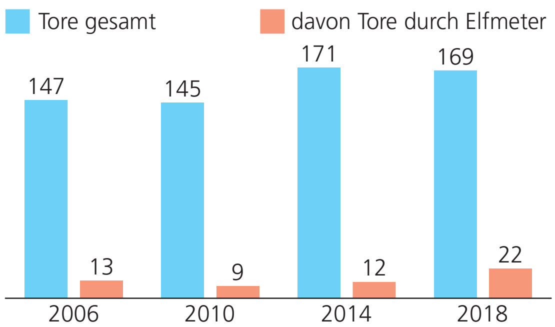
⑥ a) Ermittle, wie viel Prozent aller Tore bei der Fußballweltmeisterschaft 2018 durch Elfmeter erzielt wurden.

b) Um wie viel Prozent gab es 2018 mehr Elfmeter als 2014?

c) Wie viele Tore wurden bei der Weltmeisterschaft 2002 erzielt, wenn im Jahr 2006 rund 8,7 % weniger Treffer als 2002 gezählt wurden?

d) Insgesamt gab es bei den Weltmeisterschaften 74 Elfmeter, von denen aber 18 nicht zu einem Tor führten. Stelle den Sachverhalt in einem Kreisdiagramm (r = 4 cm) dar.

Tore bei den Fußballweltmeisterschaften 2006-2018



B Mit Zinsen rechnen

Arthur, Bernd und Carmen erben ihr Elternhaus und verkaufen es für 268 500 €. Jeder erhält den gleichen Anteil. Arthur leiht einem Freund seinen Anteil für 10 Monate zu einem Zinssatz von 0,3 %. Wie viele Zinsen bekommt Arthur von ihm?

Lösungsweg:

Angaben ordnen	*Gegeben:*	*Gesucht:*
	Verkaufssumme: ▬	*Anteil Arthur* (■)
Herausfinden, welche Größe dem Kapital, dem Zinssatz, der Zeit bzw. den Zinsen entspricht	*Zinssatz: 0,3 % (▲)*	
	Zeit: 10 Monate (▰)	*Zinsen (Z)*

Gesuchte Größe mithilfe der Formel berechnen

Anteil Arthur:

268 500 € : ● = ▬

Zinsen:

$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{12} = \text{▬} = \text{▰}$

① a) Übertrage den Lösungsweg ins Heft und vervollständige ihn.
b) Carmen legt 60 000 € neun Monate lang zu einem Zinssatz von 0,75 % bei einer Bank an. Welchen Zinsbetrag erzielt sie?
c) Bernd verwendet das Doppelte seines Anteils für den Erwerb eines kleinen Einfamilienhauses und vermietet dieses. Er will eine jährliche Verzinsung von 4,5 % erreichen. Wie hoch muss er die Monatsmiete festlegen?

② Raphael möchte am Ende seiner Lehrzeit nach Südamerika reisen.
a) Neun Monate lang spart er für diese Reise monatlich 120 €. Seine Oma schenkt ihm zusätzlich noch ein Drittel des von ihm gesparten Gesamtbetrages. Berechne, welchen Betrag er dann insgesamt zur Verfügung hat.
b) Seine Eltern legen für ihn einmalig neun Monate lang 1 500 € zum Zinssatz von 1,2 % bei der Bank an. Wie viel Geld einschließlich der Zinsen erhält er von seinen Eltern?
c) Raphael nimmt an, dass die Reise insgesamt 3 500 € kostet. Darin ist ein Betrag von 500 € als „Taschengeld" eingeplant. Berechne den Prozentsatz des Taschengeldes an den gesamten Reisekosten. Runde dabei auf eine Kommastelle.

Lösungen zu 1 bis 4:

1,25	223,75	3 690,75
21 000	337,50	1 513,50
14,3	13	23 103,50
1 440	671,25	

③ Herr Müller hat 56 000 Euro zur Verfügung. Für den Kauf einer neuen Wohnungseinrichtung verwendet er $\frac{3}{8}$ des Geldes. Seinem Freund leiht er 12 000 €. Den Rest legt er im Januar auf einem Sparkonto an, das mit 0,6 % jährlich verzinst wird.
a) Wie viel gibt er für die Wohnungseinrichtung aus?
b) Welchen Stand hat das Sparkonto, wenn es nach 9 Monaten aufgelöst wird?
c) Sein Freund zahlt ihm nach einem Jahr 12 150 € zurück. Welchen Zinssatz hatten die beiden vereinbart?

④ Kati kauft sich einen Roller, der von 4 100 € auf 3 567 € reduziert wurde.
a) Berechne den Rabatt in Prozent.
b) Für den Kauf muss Kati 10 Monate lang einen Kredit in Höhe von 3 300 € zu einem Zinssatz von 4,5 % aufnehmen. Berechne die tatsächlichen Anschaffungskosten.

B Mit Zehnerpotenzen rechnen

Für das Vergolden von Oberflächen verwendet man im Kunsthandwerk häufig Blattgold. Die hauchdünnen quadratischen Goldfolien ($a = 8$ cm) sind $2{,}2 \cdot 10^{-7}$ m dick. Im Vergleich dazu hat ein gewöhnliches DIN-A4-Blatt eine Stärke von 80 µm.

a) Gib diese Stärke als Zehnerpotenz in Standardschreibweise in m an.
b) Wie viele Goldfolien übereinander gelegt haben die Stärke eines DIN-A4-Blattes?
c) Ein Restaurator benötigt für einen Auftrag 24 m² Blattgold. Wie hoch wäre der dafür benötigte Stapel an Goldfolien in mm?

Lösungsweg:

a) 80 µm = ___ m
b) Anzahl der Goldfolien: ___ m : $2{,}2 \cdot 10^{-7}$ m = ___
c) Anzahl der benötigten Goldfolien: 24 m² : 64 cm² =
240 000 cm² : 64 cm² = ___
Höhe des Folien-Stapels: ___ $\cdot$ $2{,}2 \cdot 10^{-7}$ m = ___ m = ___ mm

Vorsilben beachten

In gleiche Einheiten umrechnen

Schrittweise mithilfe der Grundrechenarten berechnen, dabei Ergebnisse sinnvoll runden

① Übertrage den Lösungsweg in dein Heft und vervollständige ihn.

② Das Fotostudio Klick hat alle verwendeten Spiegelreflexkameras so eingestellt, dass ein Bild mit einer Dateigröße von 6,2 MB aufgenommen wird.
a) Fotografin Meike hat für eine Hochzeitsfeier eine SD-Karte mit 32 GB Speichervolumen in ihrer Spiegelreflexkamera. Wie viele Bilder kann sie demnach aufnehmen?
b) Das gesamte Bildarchiv des Fotostudios umfasst 245 100 Fotos. Diese werden auf einer Festplatte mit 4 TB Speichervolumen archiviert. Wie viele TB Speicherplatz stehen noch zur Verfügung?

TIPP!
Speichervolumen:
1 kB = 1 000 Byte
1 MB = 1 000 kB
1 GB = 1 000 MB
1 TB = 1 000 GB

③ Eine DIN-A4-Seite mit ausschließlich Text benötigt einen Speicherplatz von 5 kB.
a) Welchen Speicherplatz in MB benötigt demzufolge ein Roman mit 320 Seiten?
b) Wie viele reine Textseiten kann man auf einer Festplatte mit 2 TB Speicher sichern?

Lösungen zu 1 bis 3:	
5 161	$8 \cdot 10^{-5}$
1,6	364
0,825	$4 \cdot 10^{8}$
2,5	

④ Im Jahr 2019 betrug das Paketaufkommen weltweit 103 Milliarden Sendungen. In Deutschland wurden im gleichen Jahreszeitraum 3,7 Milliarden Pakete verschickt.

a) Notiere die Zahlen als Zehnerpotenzen in Standardschreibweise.
b) Wie viele Pakete wurden in Deutschland durchschnittlich pro Woche versendet?

TIPP!
Runde bei den Aufgaben 2 bis 4 sinnvoll.

⑤ Ein Wassermolekül H_2O setzt sich aus einem Sauerstoff-Atom (O) und zwei Wasserstoff-Atomen (H) zusammen. Berechne die Masse einer Million Wassermoleküle in Gramm.

Element	Masse des Atoms
Wasserstoff	$1{,}674 \cdot 10^{-24}$ g
Sauerstoff	$2{,}657 \cdot 10^{-23}$ g

⑥ Ein Blei-Atom wiegt $3{,}44 \cdot 10^{-22}$ g. Aus wie vielen Atomen bestehen 500 g Blei?

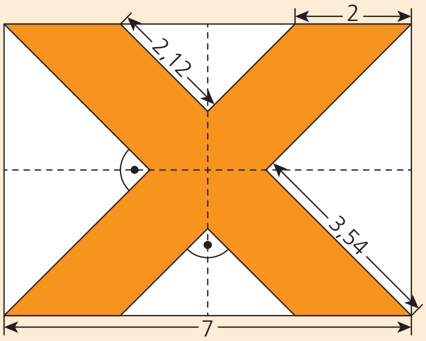
⑦ Ein Chromosom hat eine Masse von etwa $1{,}43 \cdot 10^{-13}$ g. Wie viel wiegt ein gesamter Chromosomensatz eines Menschen, der aus 23 Chromosomenpaaren besteht?

Lösungen zu 4 bis 7:	
$1{,}03 \cdot 10^{11}$	$1{,}453 \cdot 10^{24}$
$7{,}1 \cdot 10^{7}$	$3{,}7 \cdot 10^{9}$
$2{,}992 \cdot 10^{-17}$	$6{,}578 \cdot 10^{-12}$

B Flächen berechnen

Berechne den Flächeninhalt des Buchstabens.

Hinweise:
- Die Figur ist achsensymmetrisch.
- Maße in cm
- Runde alle Ergebnisse auf zwei Dezimalstellen.

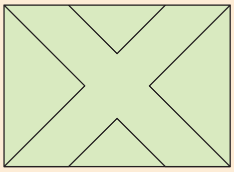
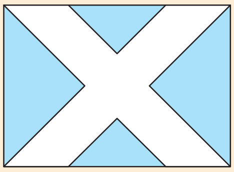
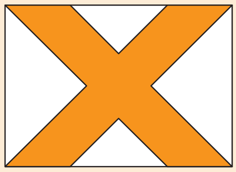


Lösungsweg überlegen

In einer Skizze Gesamtfläche und Teilflächen kennzeichnen

Lösungsplan:

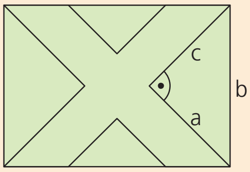
Gesamtfläche – *Teilflächen* = *Fläche von X*

 –  = 

Fehlende Längen berechnen, z. B. mit dem Satz des Pythagoras

Lösungsweg:

Gesamtfläche Rechteck:



Breite b des Rechtecks:

$a^2 + c^2 = b^2$

$3{,}54^2 + 3{,}54^2 = b^2$

$25{,}0632 = b^2$

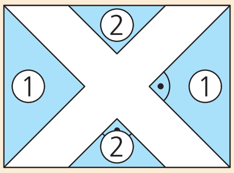
$= b$

Flächeninhalt des Rechtecks:

$A_R = 7 \cdot \quad =$

Berechnungen übersichtlich darstellen

Teilflächen:



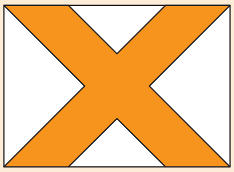
Flächeninhalt der Dreiecke:

$A_{D1} = \frac{3{,}54 \cdot 3{,}54}{2} \cdot 2 =$

$A_{D2} = \frac{2{,}12 \cdot 2{,}12}{2} \cdot 2 =$

Ergebnis überschlägig überprüfen

Fläche von X:



Flächeninhalt Buchstabe X:

$A = \quad - \quad - \quad$

$=$

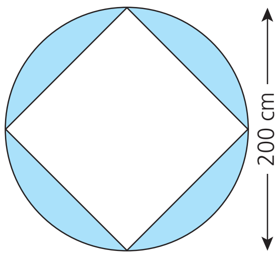
1 Überprüfe den Lösungsweg. Rechne dann die Aufgabe vollständig im Heft.

2 Ein Quadrat wird aus einer Kreisfläche ausgeschnitten (siehe Skizze).

a) Wie groß ist der blau gefärbte Abfall?

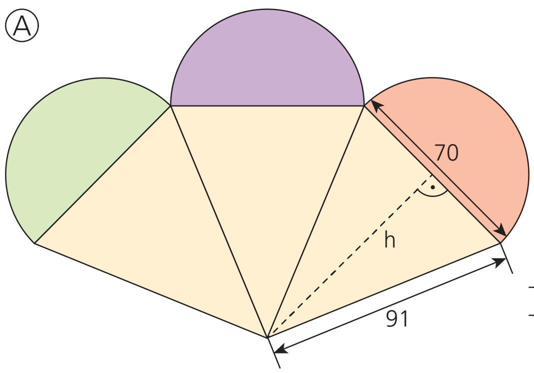
b) Um wie viele Zentimeter ist der Umfang der Kreisfläche größer als der Umfang des Quadrats?

Hinweise:
- Rechne mit $\pi = 3{,}14$.
- Runde alle Ergebnisse auf eine Dezimalstelle.

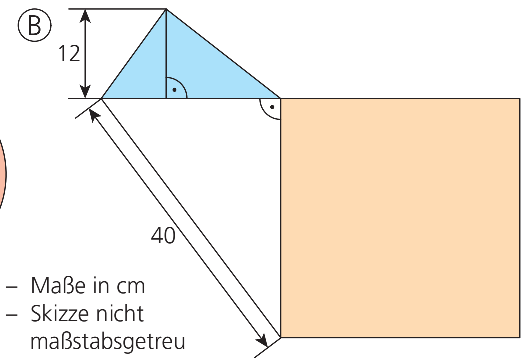


Lösungen zu 1 und 2:		
62,4	11 400	18,05

③ Ⓐ



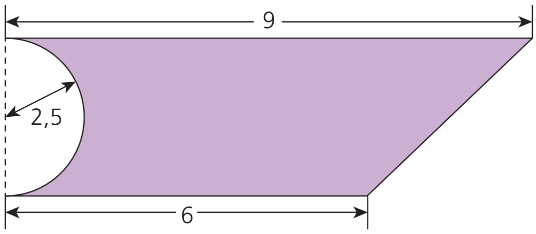
Ⓑ



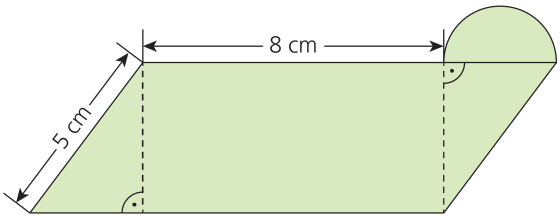
a) Berechne den Flächeninhalt der Figur Ⓐ.
Hinweis: Die Figur besteht aus drei deckungsgleichen Teilen.

b) Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des orangefarbenen Quadrats der Figur Ⓑ. Der Flächeninhalt des blauen Dreiecks beträgt 144 cm².

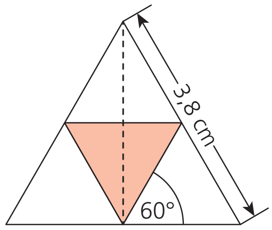
④ Berechne den Inhalt der farbigen Fläche.
Hinweise: – Maße in cm
– Skizze nicht maßstabsgetreu
– Rechne mit $\pi = 3{,}14$.



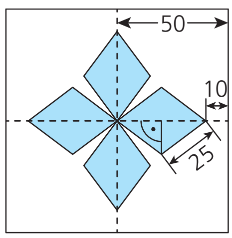
⑤ Der Flächeninhalt des Halbkreises beträgt 3,5325 cm². Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms.
Hinweise: – Skizze nicht maßstabsgetreu
– Rechne mit $\pi = 3{,}14$.



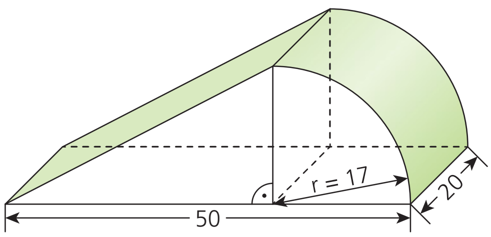
⑥ In ein größeres gleichseitiges Dreieck ist ein kleineres Dreieck rot eingezeichnet. Wie groß ist der Flächeninhalt des roten Dreiecks?
Hinweis: Runde alle Ergebnisse auf zwei Dezimalstellen.



⑦ In einer Fensterscheibe sind vier gleiche, blaue Glasscheiben eingesetzt. Sie haben jeweils die Form einer Raute (siehe Abbildung). Berechne die Gesamtfläche des blauen Glases.
Hinweise: – Maße in cm
– Skizze nicht maßstabsgetreu



⑧ Berechne den Flächeninhalt der gesamten grünen Fläche.
Hinweise: – Maße in cm
– Skizze nicht maßstabsgetreu



Lösungen zu 3 bis 8:		
128	1 276,2	1,56
2 400	27,69	44
14 589,75	1 024	

B Gleichungen aufstellen und lösen

Schrittweise lösen: Für jeden Rechenschritt eine neue Zeile

Klammer- und Punkt-vor-Strich-Regel beachten

Lösung durch Einsetzen überprüfen

Löse die Gleichung: $\frac{7\cdot(5x-8)}{3} - \frac{x+3}{2} = 1\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x$

Lösungsweg:

$\frac{7\cdot(5x-8)}{3} - \frac{x+3}{2} = 1\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x$	$\mid\cdot 6$	*Mit Hauptnenner multiplizieren (Klammern setzen bei Summe/Differenz im Zähler!) und kürzen*
$\frac{{}^{2}\cancel{6}\cdot 7\cdot(5x-8)}{{}_{1}\cancel{3}} - \frac{{}^{3}\cancel{6}\cdot(x+3)}{{}_{1}\cancel{2}} = \frac{{}^{3}\cancel{6}\cdot 3}{{}_{1}\cancel{2}} + \frac{{}^{2}\cancel{6}x}{{}_{1}\cancel{3}}$		
$14\cdot(5x-8) - 3\cdot(x+3) = 9 + 2x$		*Klammern ausmultiplizieren*
$(70x-112) - (3x+9) = 9 + 2x$		*Klammern auflösen*
$70x - 112 - 3x - 9 = 9 + 2x$		*Zusammenfassen*
$67x - 121 = 9 + 2x$	$\mid -2x$	*Variable schrittweise isolieren*

① Vervollständige den Lösungsweg im Heft. Überprüfe die Lösung durch Einsetzen.

Lösungen zu 1 und 2:		
2	−4	12
3	10	3
2		

② a) $34{,}25x - 48 - 3{,}5\cdot(23 + x) = (166{,}25 + 20x) : 2{,}5 + 6{,}5x$

b) $82 - (44{,}5 + 0{,}625x) : 0{,}25 = (-2)\cdot(-6{,}5x + 17)$

c) $\frac{6x+5}{10} - \frac{2x}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{2} - \frac{x-5}{4}$

d) $\frac{x}{2} - 4\cdot(7 - x) = \frac{1}{5}\cdot(75 - 3x) + 8$

e) $\frac{3}{4}\cdot(12x - 32) + \frac{20-4x}{8} = 9 - (4x - 7)$

f) $\frac{6\cdot(2x+3)}{3} - 2{,}5\cdot(3x + 4) = \frac{5x}{2} - x - 14$

③ Vervollständige die Lösungsschritte und bestimme x in deinem Heft.

Text in Sinnschritte zerlegen und daraus Gleichung aufstellen

Gleichung unter Beachtung bekannter Regeln schrittweise lösen

Löse mithilfe einer Gleichung.
Subtrahiert man vom Dreifachen einer Zahl die Differenz aus dem Vierfachen der Zahl und 5,5, so erhält man die Hälfte der Summe aus der gesuchten Zahl und 2.

Lösungsweg:

Subtrahiert man vom Dreifachen einer Zahl	$3x -$
die Differenz aus dem Vierfachen der Zahl und 5,5,	$3x - (4x - 5{,}5)$
so erhält man	$3x - (4x - 5{,}5) =$
die Hälfte der Summe aus der gesuchten Zahl und 2	$3x - (4x - 5{,}5) = 0{,}5\cdot \square$

Gleichung: $3x - (4x - 5{,}5) = \square$

Lösungen zu 3 und 4:		
3	−5	42
14		

④ a) Dividiert man die Differenz aus dem Achtfachen einer Zahl und 12 durch 4, so erhält man dasselbe, wie wenn man 16 vom Doppelten der Zahl subtrahiert und die Differenz durch 2 teilt.

b) Wenn man die Summe aus dem sechsten Teil einer Zahl und 4 verdreifacht, erhält man den fünften Teil der Differenz aus dem Vierfachen der Zahl und 3.

c) Subtrahiert man vom Fünffachen einer Zahl die Differenz aus der Zahl und 4, so erhält man die doppelte Summe aus der Zahl und 16.

B Gleichungen aufstellen und lösen

Ein neues Schwimmbad wurde am Eröffnungstag von insgesamt 506 Personen besucht. Dabei war die Anzahl der Jugendlichen um 20 geringer als die doppelte Anzahl der Kinder. Die Zahl der Erwachsenen betrug ein Zehntel der Zahl der Jugendlichen.
Wie viele Kinder, Jugendliche und Erwachsene besuchten jeweils das Schwimmbad? Löse mithilfe einer Gleichung.

Lösungsweg:
Anzahl der Kinder: x

	Kinder	Jugendliche	Erwachsene
Anzahl	x	$2x - 20$	$\frac{1}{10} \cdot ($
Gesamt	506		
Gleichung	$x + 2x$		

Variable festlegen

Tabelle oder Skizze erstellen

Gleichung aufstellen und lösen

⑤ a) Vervollständige die Tabelle und die Gleichung in deinem Heft.
b) Löse die Gleichung und beantworte die Rechenfrage.

⑥ Die Eisdiele Abruzzo verkaufte an einem Samstag insgesamt 540 Kugeln Eis. Sie bietet die Sorten Schokolade, Vanille, Zitrone und Erdbeere an. Vom Vanilleeis wurden 40 Kugeln weniger verkauft als vom Zitroneneis. Von der Sorte Erdbeere wurden viermal so viele Kugeln verkauft wie von der Sorte Vanille. Vom Schokoladeneis wurden 80 Kugeln verkauft.
Wie viele Kugeln Eis wurden von jeder Sorte verkauft? Löse mithilfe einer Gleichung.

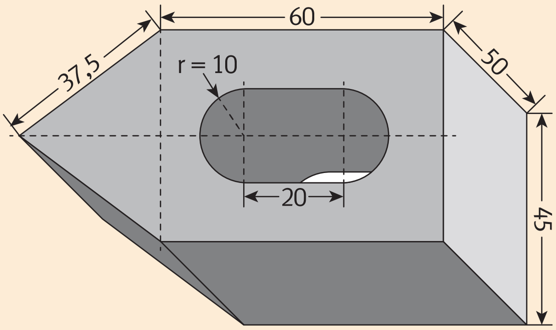
⑦ Die Händler Mayer, Bauer, Kögler und Dorfner beliefern eine Nudelfabrik mit insgesamt 48 700 Eiern. Händler Bauer liefert 4 600 Eier mehr als Händler Mayer. Händler Kögler liefert doppelt so viele Eier wie Händler Bauer. Händler Dorfner bringt 4 100 Eier.
Wie viele Eier liefert jeder Händler an? Löse mithilfe einer Gleichung.

Lösungen zu 5 bis 8:		
165	110	280
7 700	12 300	310
31	12	24 600
70		

⑧ Sabine und Klaus machten mit ihren beiden Kindern Campingurlaub und bezahlten bei Abreise 844 € für folgende Leistungen:
- Der Stellplatz für ihr Wohnmobil kostete 30,50 € pro Tag.
- Außerdem wurden täglich pro Person 9,50 € verlangt.
- Während ihres Urlaubs nutzte die Familie viermal die Waschmaschine für 5,50 € pro Waschgang.

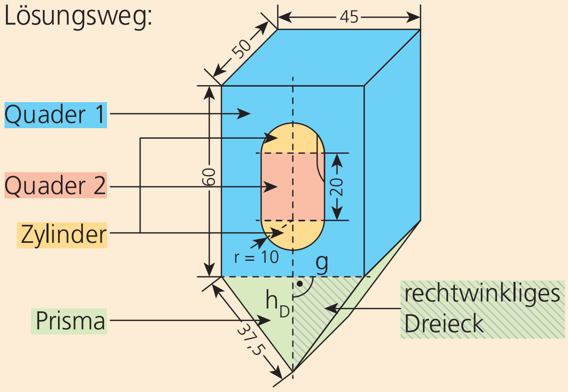
Ermittle mithilfe einer Gleichung, wie viele Tage die Familie auf dem Campingplatz verbrachte.

Der Kopf eines Trennmeißels ist aus Stahl gefertigt.
Bestimme seine Masse in kg.
Hinweise:
- Dichte von Stahl: $7{,}8\ \frac{g}{cm^3}$
- Rechne mit $\pi = 3{,}14$.
- Maße in mm



In die Skizze Teilkörper einzeichnen

Lösungsweg:



Fehlende Größen berechnen, z. B. mit dem Satz des Pythagoras

Höhe des rechtwinkligen Dreiecks h_D:

$s^2 = h_D^2 + g^2$

$h_D^2 = s^2 - g^2$

$h_D^2 = 37{,}5^2 - 22{,}5^2$

$h_D^2 = 900$

$h_D = \sqrt{900} =$

Volumen der Teilkörper mittels entsprechender Formeln berechnen

Volumen Quader 1:

$V_{Qu1} = a \cdot b \cdot c$

$= 45 \cdot 50 \cdot 60$

$=$

Volumen Quader 2:

$V_{Qu2} = a \cdot b \cdot c$

$= 20 \cdot 50 \cdot 20$

$=$

Volumen Zylinder:

$V_Z = G \cdot h_K$

$= 10 \cdot 10 \cdot 3{,}14 \cdot 50$

$=$

Volumen Prisma:

$V_P = G \cdot h_K$

$= \frac{1}{2} \cdot 45 \cdot \quad \cdot 50$

$=$

Gesamtvolumen und Masse berechnen; Einheiten beachten

Volumen des Trennmeißels:

$V = \quad - \quad - \quad + \quad =$

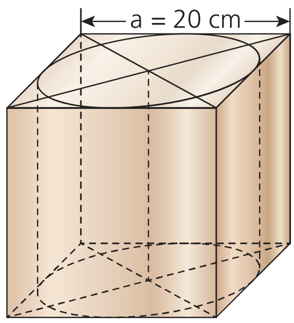
Ergebnisse überschlägig überprüfen

Masse des Trennmeißels:

$m = V \cdot \varrho = \quad =$

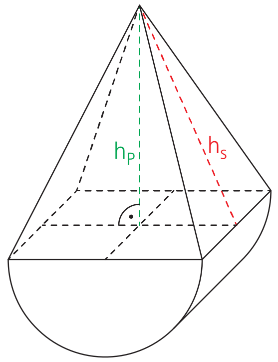
① Überprüfe den Lösungsweg. Rechne dann die Aufgabe vollständig im Heft.

② Aus einem Holzwürfel soll ein möglichst großer Zylinder hergestellt werden (siehe Skizze).
a) Berechne das Volumen des Holzes, das dafür entfernt werden muss.
b) Ermittle den Oberflächeninhalt des entstehenden Zylinders.
Hinweise: – Skizze nicht maßstabsgetreu
– Rechne mit $\pi = 3{,}14$.



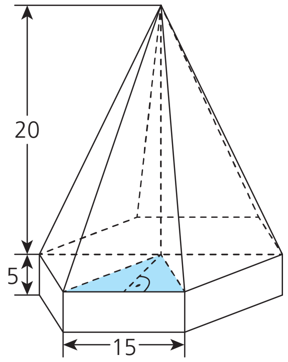
Lösungen zu 1 und 2:		
1,03779	1 720	1 884

3 A



Hinweise:
– Maße in cm
– Skizzen zu Körper A und Körper B nicht maßstabsgetreu

B



a) Ein Werkstück (Körper A) besteht aus einem Halbzylinder und einer quadratischen Pyramide mit den Maßen h_P = 16 cm und h_S = 20 cm. Berechne das Volumen des Werkstücks.

b) Ein Werkstück (Körper B) besteht aus einem regelmäßigen sechseckigen Prisma und einer aufgesetzten Pyramide. Berechne das Volumen des Werkstücks.

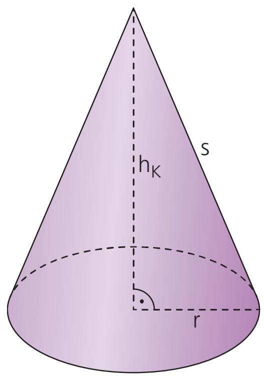
4 Ein Kegel hat die Körperhöhe h_K = 24 cm. Der Radius r der Grundfläche beträgt 10 cm.

a) Berechne das Volumen des Kegels.

b) Ermittle rechnerisch die Länge der Mantellinie s des Kegels.

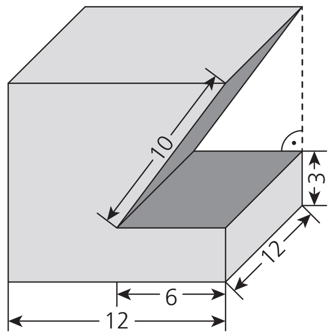
c) Ein anderer Kegel hat eine Grundfläche mit einem Flächeninhalt von G = 706,5 cm^2. Berechne den Umfang der Grundfläche des zweiten Kegels.

Hinweise: – Skizze nicht maßstabsgetreu
– Rechne mit π = 3,14.



5 Aus einem Quader wird ein dreiseitiges Prisma ausgeschnitten. Berechne die Masse des Restkörpers (in kg), wenn dieser aus Aluminium gefertigt wird.

Hinweise: – Maße in cm
– Dichte von Aluminium: 2,7 g/cm^3
– Skizze nicht maßstabsgetreu
– Runde das Endergebnis auf eine Dezimalstelle.

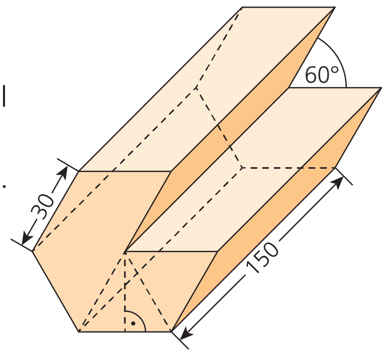


Lösungen zu 3 bis 7:		
8497,92	4,0	26
2512	94,2	3,5
35400	6825	

6 Die Grundflächen eines Würfels und eines Zylinders haben den gleichen Flächeninhalt. Die Mantelfläche des Zylinders beträgt 64 cm^2, seine Höhe 4,5 cm. Wie lang ist die Kante des Würfels? Runde auf eine Dezimalstelle.

7 Aus einem regelmäßigen sechseckigen Prisma wird ein Keil herausgeschnitten.
Berechne den Oberflächeninhalt des dargestellten Körpers.

Hinweise: – Maße in cm
– Skizze nicht maßstabsgetreu



B Zuordnungen berechnen

Ein Industriebetrieb stellt Zubehörteile für Wildwasserkajaks her. Jeden Arbeitstag werden dabei von 20 Maschinen mit jeweils gleicher Fertigungsgeschwindigkeit insgesamt 9 000 Teile produziert.
An einem Tag fallen drei Maschinen ganztägig wegen Wartungs- und Reparaturarbeiten aus.
Wie hoch ist die Produktionsmenge an diesem Tag?

Lösungsweg:

Art der Zuordnung überlegen

Art	Proportionale Zuordnung
Eigenschaft	Je weniger Maschinen, desto weniger Teile

Sachsituation tabellarisch erfassen

	Maschinen	Teile
Ausgangssituation	20	9 000
veränderte Situation	17	

Fehlenden Tabellenwert mit Dreisatz berechnen

Produktionsmenge an diesem Tag:
20 Maschinen → 9 000 Teile
1 Maschine → Teile
17 Maschinen → Teile

① Übertrage den Lösungsweg ins Heft und vervollständige ihn.

Lösungen zu 1 und 2:	
16	7 650

Für den Abtransport des Erdaushubs bei einer Großbaustelle benötigen sieben Lastkraftwagen 40 Tage, wenn jeder täglich neun Fahrten schafft.
Um wie viel Tage verlängert sich der Abtransport, wenn von Anfang an nur fünf Lkw mit gleicher Ladefähigkeit eingesetzt werden können und jeder dabei 9-mal am Tag fährt?

Lösungsweg:

Art der Zuordnung überlegen

Art	Umgekehrt proportionale Zuordnung
Eigenschaft	Je weniger Lkw, desto mehr Tage

Sachsituation tabellarisch erfassen

	Lkw	tägl. Fahrten je Lkw	Dauer (d)
Ausgangssituation	7	9	40
veränderte Situation	5	9	

Fehlenden Tabellenwert mit Dreisatz berechnen

Dauer bei 5 Lkw mit 9 Fahrten täglich:
7 Lkw → 40 d
1 Lkw → d
5 Lkw → d

Verlängerung berechnen

Verlängerung: d – 40 d = d

② Übertrage den Lösungsweg ins Heft und vervollständige ihn.

B Zuordnungen berechnen

③ Für Bungalows gibt es unterschiedliche Angebote.

a) Berechne die fehlenden Werte für Angebot A.

Anzahl Übernachtungen	3	5	■
Gesamtpreis in €	■	350	650

b) Stelle das Angebot A grafisch dar (x-Achse: 1 cm ≙ 1 Übernachtung; y-Achse: 1 cm ≙ 100 €).

c) Max möchte mit zwei Freunden fünf Nächte in einem gemeinsamen Bungalow buchen. Berechne, wie viel jeder beim insgesamt günstigeren Angebot sparen kann.

Angebot A
Pro Übernachtung: 60 €
+ Einmalige Gebühr: 50 €

Angebot B
Pro Übernachtung: 67 €

TIPP!
Platzbedarf:
x-Achse: 12 cm
y-Achse: 8 cm

④ Herr Huber macht mit seiner kleinen Tochter Sofia eine Radtour. Mit seinem Rad legt er pro Pedalumdrehung 4,50 m zurück, Sofia hingegen mit ihrem nur 2,50 m.

a) Bestimme die fehlenden Werte.

	Herr Huber			Sofia		
Pedalumdrehungen	80	150	■	40	150	350
zurückgelegte Strecke in m	360	675	900	■	375	875

b) Stelle jeweils den Graphen für Sofia und ihren Vater in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar (x-Achse: 1 cm ≙ 50 Pedalumdrehungen; y-Achse: 1 cm ≙ 100 m).

c) Die Radtour endet nach 3,6 km. Berechne, wie viele Pedalumdrehungen Sofia mehr machen musste als ihr Vater.

⑤ Aus 1 350 kg Äpfeln werden 500 l Saft hergestellt.

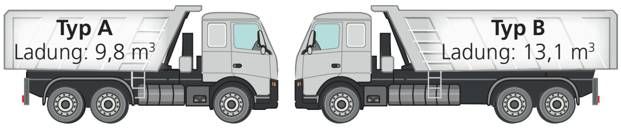
a) Berechne, wie viele Kilogramm Äpfel man für 35 l Saft benötigt.

b) Ermittle, wie viele Liter Saft man aus 540 kg Äpfeln herstellen kann.

c) 35 l Saft werden in 0,7-l-Flaschen abgefüllt. In eine Kiste passen zwölf Flaschen. Gib an, wie viele volle Kisten diese 35 l Saft ergeben.

Lösungen zu 3 bis 5:		
94,5	230	200
10	4	5
200	640	100

⑥ Auf einer Baustelle wird ein Aushub von 73 m^3 abtransportiert. Eine Fahrt umfasst den Weg von der Baustelle zur Entladestelle und zurück und dauert für beide Lkw-Typen gleich lang.
Hinweis: Die Zeiten für das Be- und Entladen werden nicht berücksichtigt.



a) Wie oft muss ein Lkw vom Typ A für den Abtransport des Aushubs fahren?

b) Der Lkw-Fahrer des Wagens A benötigt für diese Fahrten insgesamt 4 Stunden und 48 Minuten. Wie viele Minuten dauert eine Fahrt?

c) Wie viel Zeit könnte der Bauunternehmer für den Abtransport des Aushubs einsparen, wenn er einen Lkw vom Typ B einsetzt?

⑦ Ein Bauunternehmen soll einen Auftrag termingerecht erledigen. 18 Arbeiter haben dafür bei täglich acht Stunden Arbeitszeit 24 Tage Zeit. Kurzfristig fallen zwei Arbeiter aus.

a) Um wie viele Tage verzögert sich die Arbeit, wenn keine Arbeiter als Ersatz kommen und die tägliche Arbeitszeit gleich bleibt?

b) Wie lange müsste jeder der verbliebenen Arbeiter täglich arbeiten, um das gesamte Bauvorhaben termingerecht fertigzustellen?

Lösungen zu 6 und 7:		
9	72	3
8	36	

B Wahrscheinlichkeiten berechnen

Auf diesem Würfel befinden sich die Zahlen 1 bis 10. Es wird einmal gewürfelt.

a) Gib die folgenden Ereignisse in Mengenschreibweise an.
E_1: ungerade Zahl E_2: kleiner als 5 E_3: Vielfaches von 4

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für jedes der Ereignisse.

c) Gib die Wahrscheinlichkeit des jeweiligen Gegenereignisses in Prozent an.

Lösungsweg:

a) *E_1: ungerade Zahl* *E_2: kleiner als 5* *E_3: Vielfaches von 4*
$E_1 = \{1; 3; ■; ■; ■\}$ $E_2 = \{1; ■; ■; ■\}$ $E_3 = \{■; ■\}$

b) *E_1: Anzahl möglicher Ergebnisse: 10; Anzahl der günstigen Ergebnisse: 5*
$P(E_1) = \frac{5}{10} = 0{,}5 = 50\,\%$
E_2: Anzahl möglicher Ergebnisse: ■; Anzahl der günstigen Ergebnisse: ■
$P(E_2) = \frac{■}{■} = ■■■$
E_3: Anzahl möglicher Ergebnisse: ■; Anzahl der günstigen Ergebnisse: ■
$P(E_3) = \frac{■}{■} = ■■■$

c) $P(\overline{E}_1) = 1 - P(E_1) = 1 - 0{,}5 = ■ = ■\,\%$ $P(\overline{E}_2) = ■$

Anzahl möglicher und günstiger Ergebnisse ermitteln

Wahrscheinlichkeiten berechnen

Zusammenhang zwischen den Wahrscheinlichkeiten von Ereignis und Gegenereignis beachten

TIPP!
Beispiele für Quadratzahlen:
$1 = 1 \cdot 1 = 1^2$
$4 = 2 \cdot 2 = 2^2$
$9 = 3 \cdot 3 = 3^2$

① Übertrage den Lösungsweg ins Heft und vervollständige ihn.

② Aus einer Box mit 100 Kugeln mit den Zahlen von 1 bis 100 wird einmal gezogen.

a) Notiere das Ereignis E: „Quadratzahl" in Mengenschreibweise und berechne seine Wahrscheinlichkeit.

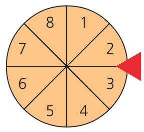
b) Gib die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses zum Ereignis „Quadratzahl" an.

c) Nenne zwei Ereignisse, deren Wahrscheinlichkeit jeweils größer als 0,7 ist.

d) Formuliere für die Ergebnismenge {23; 46; 69; 92} ein passendes Ereignis.

③ Das Glücksrad wurde mehrmals gedreht. In einer Strichliste wurden die Ergebnisse notiert.

1	2	3	4	5	6	7	8
IIII	𝍸 III	𝍸 I	𝍸 IIII	𝍸 I	𝍸 II	IIII	𝍸 I



a) Gib das Ereignis E: „gerade Zahl" in Mengenschreibweise an.

b) Ermittle die relative Häufigkeit in Prozent, mit der das Glücksrad bei einer geraden Zahl stehen blieb.

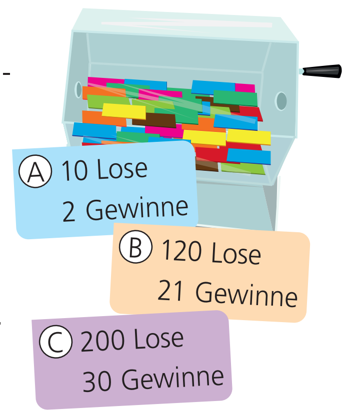
c) Bei einer Tombola gewinnt man, wenn das Ergebnis eine Sechs ist. Man kann wählen, ob man mit dem dargestellten Glücksrad oder einem sechsseitigen Würfel die Sechs erzielen möchte. Wofür würdest du dich entscheiden? Begründe durch Rechnung.

④ Drei unterschiedliche Lostrommeln stehen zur Auswahl.

a) Bei welcher der drei Lostrommeln ist die Gewinnwahrscheinlichkeit am größten? Begründe durch Rechnung.

b) Wie viele Lose müssten sich in einer weiteren Lostrommel befinden, wenn die Gewinnwahrscheinlichkeit 24 % betragen soll und sich 60 Gewinne darin befinden?

c) Zeichne ein Glücksrad (Radius 4 cm), bei dem die Gewinnwahrscheinlichkeit genauso groß ist wie bei Lostrommel Ⓐ. Vergleicht eure Ergebnisse.



Lösungen zu 1 b) bis 2 b):		
60	1	40
36	50	16
80	4	20
49	25	50
10	81	9
90	64	100
4	2	

Lösungen zu 3 und 4:		
250	20	60
15	17,5	

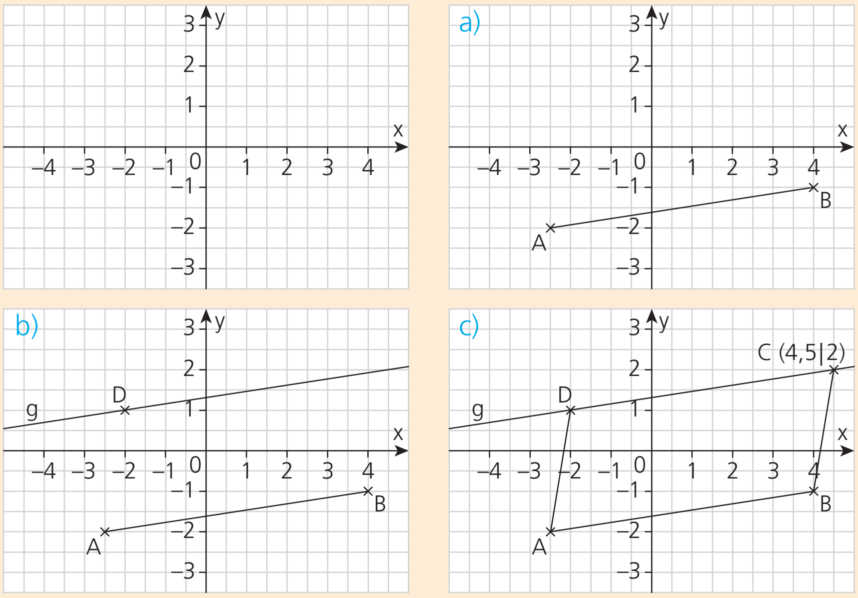
Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm.

a) Trage die Punkte A (–2,5|–2) und B (4|–1) ein. Verbinde diese zur Strecke $\overline{AB}$.

b) Zeichne eine zu $\overline{AB}$ parallele Gerade g, die durch den Punkt D (–2|1) verläuft.

c) Punkt C liegt auf der Geraden g und ist ein Eckpunkt des Parallelogramms ABCD. Bestimme Punkt C und verbinde die Punkte zu einem Parallelogramm.

Lösungsweg:



Koordinatensystem zeichnen

Achtung: Negative Koordinaten, also Koordinatensystem mit 4 Quadranten!

a) Punkte eintragen und verbinden

b) Punkt D eintragen; Parallele durch D mit dem Geodreieck zeichnen

c) Punkt C bestimmen; Punkte zum Parallelogramm verbinden

① Bearbeite die Aufgabe entsprechend im Heft.

② a) Zeichne in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) die Punkte A (1|2) und C (6|7) ein und verbinde sie zur Strecke $\overline{AC}$. (Hinweis: x-Achse und y-Achse jeweils von –1 bis 9)

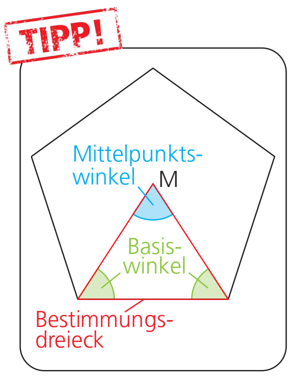
b) Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck AFC mit der Basis $\overline{AC}$. Der Punkt F soll auf der x-Achse des Koordinatensystems liegen.

c) $\overline{AC}$ ist eine Diagonale des Quadrats ABCD. Zeichne und beschrifte das Quadrat.

③ Zeichne die Punkte A (–2|1) und B (3|–1) in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) und verbinde sie zur Strecke $\overline{AB}$. (Hinweis: x-Achse von –5 bis 7; y-Achse von –2 bis 9)

a) Die Strecke $\overline{AB}$ ist eine Seite des regelmäßigen Fünfecks ABCDE. Zeichne dieses Fünfeck.

b) Ergänze das Bestimmungsdreieck ABM zum Parallelogramm ABMF.



④ Zeichne die Punkte A (–1|–3) und B (4|–2) in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) und verbinde sie zur Strecke $\overline{AB}$. (Hinweis: x-Achse von –6 bis 7; y-Achse von –4 bis 8)

a) Die Strecke $\overline{AB}$ ist eine Seite des regelmäßigen Sechsecks ABCDEF. Zeichne dieses Sechseck mithilfe des Bestimmungsdreiecks ABM.

b) Die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$ schneidet die x-Achse im Punkt S. Zeichne diese und gib die Koordinaten des Schnittpunktes S an.

c) Um welche Figur handelt es sich bei dem Viereck ABCM? Begründe.

Bürgerinitiative für den Bau einer Umgehungsstraße

Liebe Mitbürgerinnen und Mitbürger!

Der Verkehrslärm und die Abgase sind unerträglich geworden. Das Ergebnis der Verkehrszählung macht die Überlastung der Innenstadt deutlich:

Verkehrsaufkommen am 15. Juli 2020 von 6.00 bis 20.00 Uhr					
	Pkw	Lkw	Motorräder	Fahrräder	Busse
Hauptstraße	4786	820	412	1510	162
Bahnhofstraße	2963	544	166	1684	218
Altstadtring	3055	282	247	1142	92
Lindenallee	4227	718	336	1468	146

a) Runde die Angaben zum Verkehrsaufkommen für Pkw auf Tausend und erstelle damit ein Säulendiagramm.

b) Berechne das durchschnittliche Verkehrsaufkommen in den einzelnen Straßen pro Stunde.

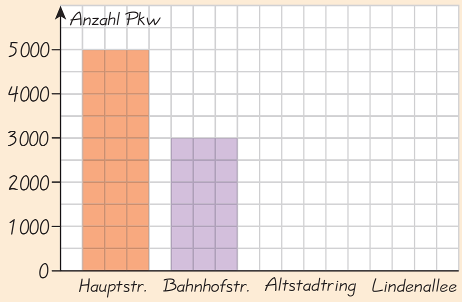
c) Berechne am Beispiel der Hauptstraße die relative Häufigkeit der unterschiedlichen Fahrzeuge und erstelle dazu ein Kreisdiagramm.

Säulendiagramm mit geeignetem Maßstab zeichnen

Lösungsweg:

a)

	Pkw
Hauptstraße	5000
Bahnhohstraße	3000
Altstadtring	
Lindenallee	



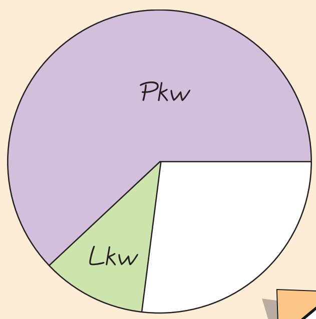
b) *Durchschnittliches Verkehrsaufkommen pro Stunde*
Hauptstraße: 7690 : 14 ≈ 549
Bahnhofstraße: 5575 : 14 ≈ 398

Absolute und relative Häufigkeit unterscheiden und berechnen

Kreisdiagramm zeichnen (1 % ≙ 3,6°)

c)

Hauptstraße	Anzahl	rel. Häufigkeit	Winkelmaße
Gesamt	7690	100 %	360°
Pkw	4786	62 %	223°
Lkw	820	11 %	

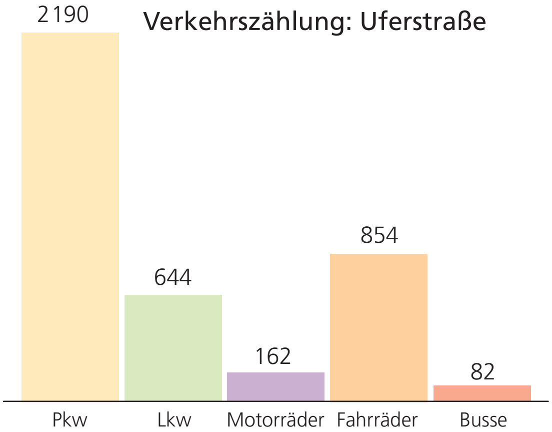


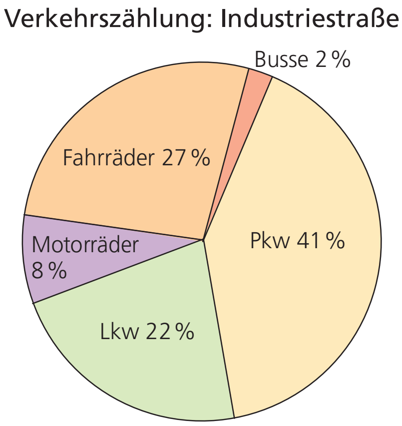
① Übertrage die Lösungen jeweils ins Heft und vervollständige sie.

② a) Runde die Angaben für Lkw und Motorräder auf Zehner und erstelle für jede Fahrzeugart ein Säulendiagramm.

b) Berechne die relativen Häufigkeiten der unterschiedlichen Fahrzeuge für die Bahnhofstraße und die Lindenallee. Erstelle dann jeweils ein Kreisdiagramm.

③





Das Ergebnis von Verkehrszählungen wird in Zeitschriften oftmals auch durch Diagramme veranschaulicht.

a) Wie viele Fahrzeuge wurden in der Uferstraße insgesamt erfasst?
b) Berechne die relative Häufigkeit der einzelnen Fahrzeugarten in der Uferstraße und erstelle dazu ein Kreisdiagramm (r = 4 cm).
c) Das Kreisdiagramm zeigt das Ergebnis der Verkehrszählung in der Industriestraße. Berechne die Mittelpunktswinkel für die Prozentangaben und überprüfe die Richtigkeit der Darstellung.
d) Insgesamt wurden in der Industriestraße 4 400 Fahrzeuge gezählt. Wie viele entfallen davon auf die einzelnen Fahrzeugarten?

④ Die folgende Tabelle zeigt die Klimadaten von Oberstdorf.

	Jan.	Feb.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sep.	Okt.	Nov.	Dez.
Durchschnitts-temperatur (°C)	–2,9	–1,5	2,5	6,3	10,7	13,9	15,9	15,4	12,5	7,7	2,7	–1,7
Niederschlag (mm)	61	56	61	76	102	115	122	125	93	69	70	73
Regentage	17	15	13	14	15	■	16	15	12	13	14	14

a) Bestimme Minimum und Maximum der Durchschnittstemperaturen und ermittle die Spannweite.
b) Ermittle sowohl den Durchschnittswert $\bar{x}$ als auch den Zentralwert z der monatlichen Niederschlagsmengen.
c) Betrachtet man das ganze Jahr, regnet es durchschnittlich 14,5 Tage pro Monat. Berechne die Anzahl der Regentage im Juni.
d) Bestimme für den Monat April den prozentualen Anteil der Tage, an denen es nicht regnet.

Lösungen zu 3 und 4:

56	7	352
74,5	53,3	29
22	79	97
4	968	18,8
–2,9	16	88
1 804	2	148
85,25	15,9	16
1 188	3 932	

Zur Leistungsorientierung 1

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Grundaufgaben zur Prozent- und Zinsrechnung lösen

a) Berechne fehlende Werte.

	A	B	C
Grundwert	800 m	■	960 g
Prozentsatz	75 %	42 %	■
Prozentwert	■	294 €	336 g

b) Berechne die fehlenden Werte.

	A	B	C
K	900 €	4 500 €	■
p	0,85 %	■	1,05 %
t	■	8 Monate	100 Tage
Z	25,50 €	27,60 €	15,75 €

2 Sachaufgaben zur Prozent- und Zinsrechnung lösen

a) Eine Eigentumswohnung kostet 360 000 €. Dazu kommen die Grunderwerbssteuer in Höhe von 3,5 % des Kaufpreises und 1 400 € Notariatsgebühren. Berechne den Gesamtpreis.

b) Bernd legt 1 000 € zu einem Zinssatz von 1,5 % fest an. Auf welchen Betrag wächst sein Guthaben in drei Jahren an, wenn die jährlichen Zinsen mitverzinst werden?

3 Große und kleine Zahlen als Zehnerpotenzen darstellen

a) Schreibe als Zehnerpotenz in der Standardschreibweise.
(A) 5 300 000 (B) 9 887 000 000
(C) 0,000501 (D) 0,0000342

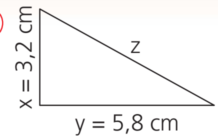
b) In 55,8 g sind $6{,}022 \cdot 10^{23}$ Eisenatome enthalten. Wie viele Eisenatome befinden sich in einem Kilogramm Eisen.

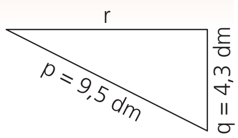
4 Mit dem Satz des Pythagoras rechnen

a) Berechne jeweils die fehlende Seitenlänge. Runde auf zwei Kommastellen.

	A	B	C
Kathete a	8 dm	8 cm	■
Kathete b	6 dm	■	6 m
Hypotenuse c	■	17 cm	6,5 m

b) Notiere jeweils die zugehörige Gleichung nach dem Satz des Pythagoras und berechne die fehlende Seitenlänge.

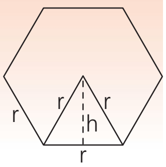
(A)


(B)


5 Regelmäßige Vielecke zeichnen und berechnen

a) (A) Zeichne ein regelmäßiges Fünfeck (a = 4 cm) und berechne seinen Umfang.
(B) Berechne den Flächeninhalt. Entnimm dazu die Höhe des Bestimmungsdreiecks der Zeichnung.

b) (A) Berechne die Höhe h des Bestimmungsdreiecks. Runde auf ganze Zentimeter.
(B) Welchen Flächeninhalt hat das Sechseck?



6 Gleichungen wertgleich umformen

a) Löse die Gleichungen.
(A) $4x - 16 + 22x = 16x + 2 - 8x$
(B) $3(2 - 1{,}5x) - 5(4 - 1{,}8x) - 8 \cdot 0{,}5 = 0$
(C) $\frac{4x + 6}{3} + \frac{9x - 1}{4} = \frac{17 - 2x}{3} + \frac{10 - 8x}{6}$

b) Bestimme gegebenenfalls den Definitionsbereich D und löse die Gleichung.
(A) $4x^2 - 72 = 2x^2$ (B) $4x^2 - 20 = 16$
(C) $\frac{100}{x + 2} - 1 = 9$ (D) $\frac{3}{x - 4} = \frac{21}{x + 2}$

Zur Leistungsorientierung 2

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Gleichungssysteme aufstellen und lösen

a) Bestimme die Lösung des Gleichungssystems zeichnerisch (Einheit cm).

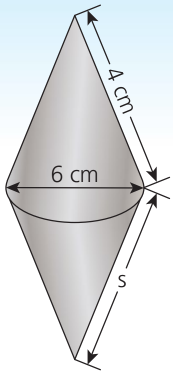
I $1{,}5x + 0{,}5y - 0{,}75 = 0$

II $3y - 4{,}5x = -9$

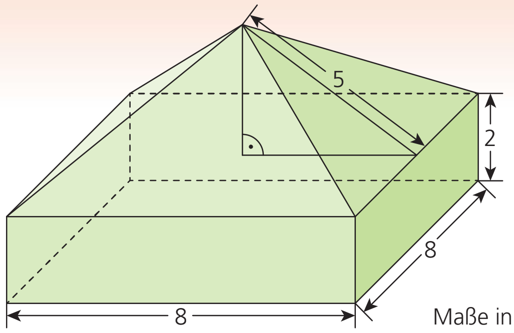
b) Löse mithilfe eines Gleichungssystems.
Ein Rechteck hat einen Umfang von 84 cm. Die eine Seite ist um 6 cm länger als die andere. Wie lang sind die beiden Seiten?

2 Volumen von Pyramiden und Kegeln berechnen

a) Eine Firma stellt Werkstücke aus Stahl her, die die Form eines Doppelkegels haben. Die Seitenlinie s eines Kegels beträgt 4 cm. Wie schwer ist das Werkstück, wenn Stahl die Dichte $8{,}3\ \frac{g}{cm^3}$ hat?



b) Bestimme das Volumen.



3 Proportionale und umgekehrt proportionale Zuordnungen berechnen und darstellen

a) Ein Rollgerüst kostet 20 € Mietgebühr pro Tag (d). Hinzu kommen einmalig 25 €, die bei Abschluss des Mietvertrags zu zahlen sind.

(A) Vervollständige die Tabelle.

Mietdauer (d)	1	5	■
Gesamtpreis (€)	■	■	205

(B) Stelle die Zuordnung grafisch dar (x-Achse: 1 cm ≙ 1 d; y-Achse: 1 cm ≙ 20 €).

b) Eine Firma soll die vollen Altpapiercontainer abtransportieren. Zunächst werden drei Lkw eingesetzt, die die Arbeit in fünf Tagen erledigen. Jeder Lkw tauscht acht Container pro Tag aus.

(A) Wie viele Lkw muss der Spediteur einsetzen, wenn er den Auftrag schon innerhalb von drei Tagen erledigen will?

(B) Nach wie vielen Tagen wäre der Auftrag mit drei Lkw abgewickelt, wenn ein Lkw pro Tag 10 Container entsorgen würde?

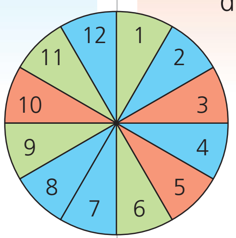
4 Wahrscheinlichkeiten bestimmen

a) (A) Bestimme für jedes Ereignis die Wahrscheinlichkeit als Bruch.

E_1: Vielfaches von 2

E_2: Teiler von 12

E_3: Grün



(B) Gib die Wahrscheinlichkeiten für die Gegenereignisse zu E_1, E_2, E_3 in Prozent an.

b) (A) Wie wahrscheinlich sind beim Glücksrad die folgenden Ereignisse?

E_1: Vielfaches von 2 oder Grün

E_2: Vielfaches von 2 und zugleich Blau

E_3: ungerade Zahl oder Blau

(B) Formuliere je ein passendes Ereignis.

$P(E_4) = \frac{5}{12}$ $P(E_5) = \frac{1}{3}$ $P(E_6) = \frac{5}{6}$

Prozentwert (P) berechnen

100 % ≙ 129 €	oder:	P = G · p
1 % ≙ 1,29 €		P = 129 € · 0,25
25 % ≙ 32,25 €		P = 32,25 €

Grundwert (G) berechnen

9 % ≙ 99 €	oder:	G = P : p
1 % ≙ 11 €		G = 99 € : 0,09
100 % ≙ 1 100 €		G = 1 100 €

Prozentsatz (p) berechnen

80 € ≙ 100 %	oder:	p = P : G
1 € ≙ 1,25 %		p = 50 € : 80 €
50 € ≙ 62,5 %		p = 0,625 = 62,5 %

Zinsrechnung

Grundwert (G) → Kapital (K)
Prozentsatz (p) → Zinssatz (p)
Prozentwert (P) → Zinsen (Z)

1 Monat = 30 Zinstage   1 Jahr = 360 Zinstage

Mit Jahreszinsen rechnen

Zinsen (Z) gesucht

100 % ≙ 50 000 €	oder:	Z = K · p
1 % ≙ 500 €		Z = 50 000 € · 0,02
2 % ≙ 1 000 €		Z = 1 000 €

Kapital (K) gesucht

2 % ≙ 200 €	oder:	K = Z : p
1 % ≙ 100 €		K = 200 € : 0,02
100 % ≙ 10 000 €		K = 10 000 €

Zinssatz (p) gesucht

8 000 € ≙ 100 %	oder:	p = Z : K
1 € ≙ 0,0125 %		p = 56 € : 8 000 €
56 € ≙ 0,7 %		p = 0,007 = 0,7 %

Mit Monats- und Tageszinsen rechnen

	Monatszinsen (t: Monate)	Tageszinsen (t: Tage)
Zinsen (Z)	$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{12}$	$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{360}$
Kapital (K)	$K = \frac{Z \cdot 12}{p \cdot t}$	$K = \frac{Z \cdot 360}{p \cdot t}$
Zinssatz (p)	$p = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot t}$	$p = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot t}$
Zeit (t)	$t = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot p}$	$t = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot p}$

Zehnerpotenzen bei großen Zahlen

Zehnerzahlen (Stufenzahlen) lassen sich als Zehnerpotenzen schreiben.
Der Exponent gibt die Anzahl der Nullen an.

$10^0 = 1$
$10^1 = 10$
$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$
$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$
…

10^3 — Exponent (Hochzahl): 3; Basis: 10

$4{,}5 \cdot 10^5 = 4{,}5 \cdot 100\,000 = 450\,000$
$126\,000\,000 = 1{,}26 \cdot 100\,000\,000 = 1{,}26 \cdot 10^8$

Standardschreibweise:
Vorfaktor zwischen 1 und 10

Zehnerpotenzen bei kleinen Zahlen

Der negative Exponent gibt an, aus wie vielen „Zehntel-Faktoren“ die Zahl besteht.

$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001$

$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$

…

$4{,}5 \cdot 10^{-5} = 4{,}5 \cdot \frac{1}{10^5} = 4{,}5 \cdot \frac{1}{100\,000} = 0{,}000045$

$0{,}00028 = 2{,}8 \cdot \frac{1}{10\,000} = 2{,}8 \cdot \frac{1}{10^4} = 2{,}8 \cdot 10^{-4}$

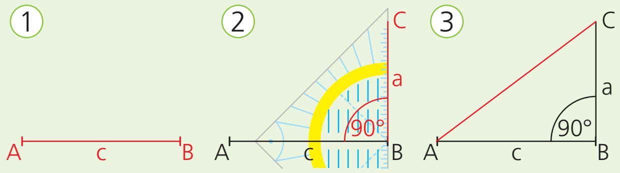
Standardschreibweise:
Vorfaktor zwischen 1 und 10

Vorsilben für Größen

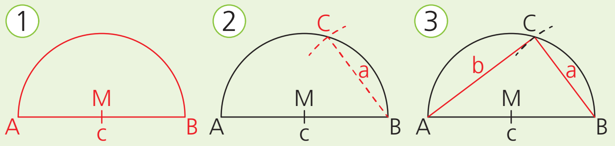
Peta-	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000
Tera-	T	10^{12}	1 000 000 000 000
Giga-	G	10^9	1 000 000 000
Mega-	M	10^6	1 000 000
Kilo-	k	10^3	1 000
Hekto-	h	10^2	100
Deka-	da	10^1	10
Dezi-	d	10^{-1}	0,1
Zenti-	c	10^{-2}	0,01
Milli-	m	10^{-3}	0,001
Mikro-	µ	10^{-6}	0,000 001
Nano-	n	10^{-9}	0,000 000 001

Rechtwinklige Dreiecke

Zeichnen mit dem Geodreieck

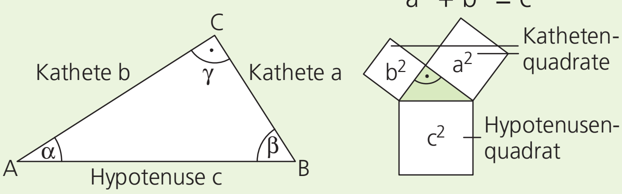


Zeichnen mithilfe des Thaleskreises



Bezeichnungen und Satz des Pythagoras

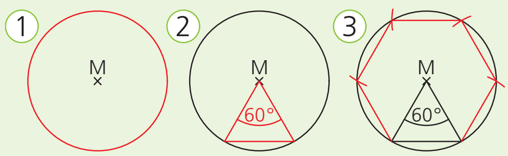
$$a^2 + b^2 = c^2$$



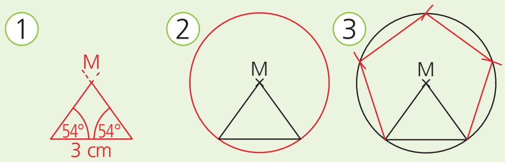
Regelmäßige Vielecke

Zeichnung

Radius gegeben



Seite gegeben



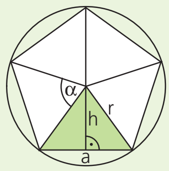
Berechnungen

Anzahl der Seiten bzw. Ecken: n

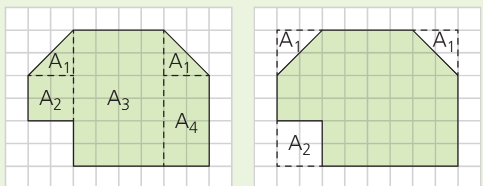
Mittelpunktswinkel: α

$u_{n\text{-Eck}} = a \cdot n$

$A_{\text{Best.-Dreieck}} = \frac{a \cdot h}{2}$ $\quad A_{n\text{-Eck}} = \frac{a \cdot h}{2} \cdot n$



Zusammengesetzte Figuren



A = Summe der Teilflächen

A = Rechtecksfläche – ergänzte Flächen

Produkte von Summen und Differenzen

$(a + b) \cdot (c + d)$

$= ac + ad + bc + bd$

$(a - b) \cdot (c - d)$

$= ac - ad - bc + bd$

Bruchterme

$\frac{5}{x} \quad \frac{1}{x+2} \quad \frac{3}{2(3x-1)}$

Keine Zahlen einsetzen, für die der Nenner null wird.

Lösen von Bruchgleichungen

$\frac{24}{x-2} = 6$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$	Definitionsbereich D bestimmen
$\frac{\cancel{(x-2)} \cdot 24}{\cancel{x-2}} = (x-2) \cdot 6$	Mit dem Hauptnenner multiplizieren und kürzen
$24 = 6x - 12$	Variable schrittweise isolieren
$\Rightarrow 6 = x$	

Lösen von Gleichungssystemen

Gleichsetzungsverfahren

I	$x - 2y = -1$	
II	$x + 3y = 9$	
I	$x = 2y - 1$	Beide Gleichungen nach derselben Variablen auflösen
II	$x = 9 - 3y$	
I = II	$2y - 1 = 9 - 3y$	Gleichsetzen und lösen

Einsetzungsverfahren

I	$3y + x = 6$	
II	$2y - 3x = 11$	
I	$x = 6 - 3y$	Eine Gleichung auflösen
II	$2y - 3x = 11$	
I in II	$2y - 3(6 - 3y) = 11$	Einsetzen und lösen

Additionsverfahren

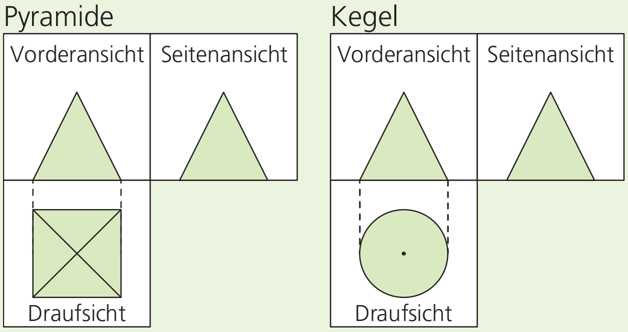
I	$2y - 3x = 1 \quad \mid \cdot (-2)$	Umformen, sodass bei einer Variablen Gegenzahlen auftreten
II	$4y - 5x = 3$	
I	$-4y + 6x = -2$	
II	$4y - 5x = 3$	
I + II	$x = 1$	Addieren und lösen

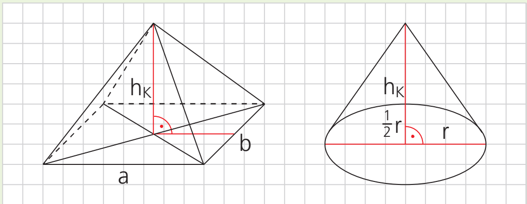
Lösen von reinquadratischen Gleichungen

$3x^2 + 5 = 17 \quad \mid -5$	Variable schrittweise isolieren
$3x^2 = 12 \quad \mid :3$	
$x^2 = 4 \quad \mid \sqrt{\ }$	Radizieren
$x_{1/2} = \pm\sqrt{4}$	Zwei Lösungen beachten
$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$	Zwei Lösungen berechnen
$L = \{2 \mid -2\}$	Lösungsmenge angeben

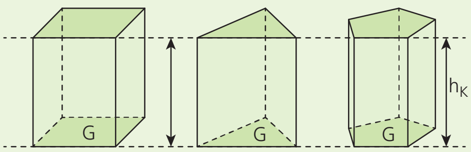
Kapitel 5 – Geometrie 2

Ansichten und Schrägbildskizzen von Körpern





Volumen von Prismen



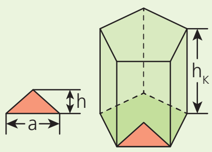
$$V_{Pr} = G \cdot h_K$$

Für regelmäßige Prismen gilt:

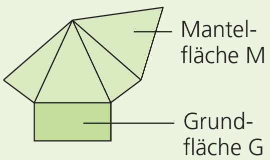
$A_{\text{Best.-Dreieck}} = \frac{a \cdot h}{2}$

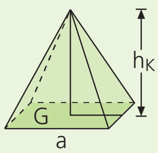
$A_{\text{n-Eck}} = \frac{a \cdot h}{2} \cdot n$

$V_{\text{n-Prisma}} = A_{\text{n-Eck}} \cdot h_K$



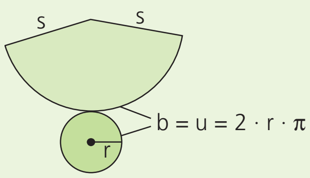
Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramiden

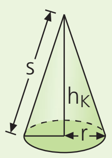




$O_{Py} = G \cdot M$ $\qquad$ $V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

Oberflächeninhalt und Volumen von Kegeln





$M = r \cdot \pi \cdot s$

$O_{Ke} = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$

$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_K$

Kapitel 6 – Funktionale Zusammenhänge

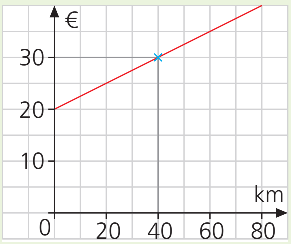
Lineare Zuordnungen / Funktionen

Ein Autoverleiher verlangt neben einer Grundgebühr von 20 € für jeden gefahrenen Kilometer 0,25 €.

Wertetabelle

Fahrstrecke (km)	0	20	40	60	80
Gesamtkosten (€)	20	25	30	35	40

Graph



Der Graph ist eine Gerade.

Funktionsgleichung

$y = 0{,}25 \cdot x + 20$ $\qquad$ allgemein: $y = m \cdot x + t$

Umgekehrt prop. Zuordnungen / Funktionen

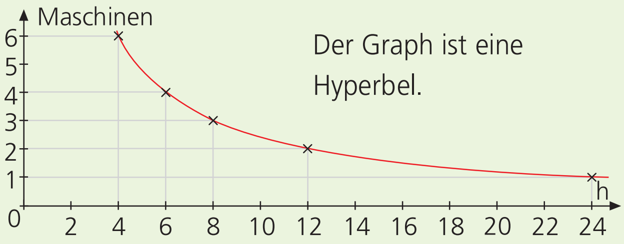
Zum n-Fachen/n-ten Teil der einen Größe gehört der n-te Teil/das n-Fache der anderen.

Zwei Druckmaschinen können einen Auftrag in 12 h erledigen. In welcher Zeit schaffen 3 (4; 6) leistungsgleiche Druckmaschinen den Auftrag?

Wertetabelle

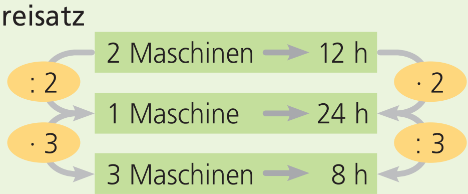
Maschinen	1	2	3	4	6
Zeit (h)	24	12	8	6	4

Graph



Der Graph ist eine Hyperbel.

Dreisatz

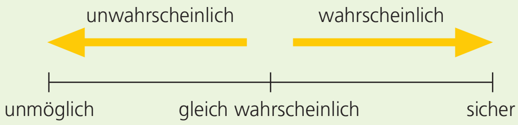


Funktionsgleichung

$y = 24 : x$ $\qquad$ allgemein: $y = k : x$

Produktwert aus x und y

Wahrscheinlichkeitsskala



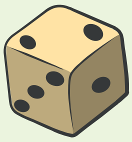
Zufallsexperiment und Laplace-Experiment

Experimente, deren Ausgang nicht vorhersagbar, also zufällig ist, nennt man Zufallsexperimente. Ist die Wahrscheinlichkeit für die einzelnen Ergebnisse dabei gleich hoch, nennt man sie Laplace-Experimente.

Beispiele: Würfeln, Münzwurf oder Ziehen von Losen.

Ergebnis und Ergebnismenge

Jeder mögliche Ausgang eines Zufallsexperiments ist ein Ergebnis.
Alle möglichen Ergebnisse bilden die Ergebnismenge Ω (Omega).



Ergebnismenge beim Würfeln: Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

Ereignis (E)

Erfüllen gewisse Ergebnisse eine bestimmte Eigenschaft, bilden diese ein Ereignis.

Beispiel: höchstens 2 → E = {1; 2}

Gegenereignis ($\bar{E}$)

Ergebnisse, die eine bestimmte Eigenschaft nicht erfüllen, bilden das zugehörige Gegenereignis.

Beispiel: mindestens 3 → $\bar{E}$ = {3; 4; 5; 6}

Wahrscheinlichkeit von Ereignissen

Für die Wahrscheinlichkeit P eines Ereignisses E gilt:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

Beispiel für E: höchstens 2 $P(E) = \frac{2}{6} \approx 33{,}3\,\%$

Wahrscheinlichkeit von Gegenereignissen

Für die Wahrscheinlichkeit P eines Gegenereignisses $\bar{E}$ gilt:

$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$ und $P(E) = 1 - P(\bar{E})$

Beispiel für $\bar{E}$: mindestens 3
$P(\bar{E}) = 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} \approx 66{,}7\,\%$

Größen

5 kg: 5 → Maßzahl, kg → Maßeinheit

3 cm: 3 → Maßzahl, cm → Maßeinheit

Zeitspannen

1 min = 60 s
1 h = 60 min
1 d = 24 h
1 Woche hat 7 Tage, 1 Jahr hat 12 Monate, 52 Wochen bzw. 365 Tage.

Gewichte (Massen)

1 g = 1 000 mg 1 kg = 1 000 g 1 t = 1 000 kg	Umrechnungszahl: 1 000

Längen

1 cm = 10 mm 1 dm = 10 cm 1 m = 10 dm	Umrechnungszahl: 10
1 km = 1 000 m	Umrechnungszahl: 1 000

Flächeninhalte

1 cm^2 = 100 mm^2 1 dm^2 = 100 cm^2 1 m^2 = 100 dm^2	Umrechnungszahl: 100

Rauminhalte (Raum-/Hohlmaße)

1 cm^3 = 1 000 mm^3 1 dm^3 = 1 000 cm^3 1 m^3 = 1 000 dm^3 1 l = 1 000 ml = 1 dm^3 1 ml = 1 cm^3	Umrechnungszahl: 1 000

Lösungen

Prozent- und Zinsrechnung

Seite 32/33

1 a) Ⓐ 15 % Ⓑ 20 % Ⓒ 4 % Ⓓ 25 %
b) Ⓐ 12,5 % Ⓑ 65,6 % Ⓒ 204,5 % Ⓓ 11,8 %

2 a) Ⓐ Wassermenge bei Frau mit 58 kg: ca. 40,6 Liter
Ⓑ Es sind individuelle Lösungen möglich.
b) Flächeninhalt Garten und Zufahrtsweg (88 % der Grundstücksfläche):
$800\ m^2 \cdot 0{,}88 = 704\ m^2$

3 a) Ursprünglicher Preis Mofa: 272 € : 0,17 = 1 600 €
b) Preis E-Bike ohne Mehrwertsteuer:
2 259,81 € : 1,19 = 1 899 €

4 a) Anteil Jana: $\frac{9}{24} = 0{,}375 = 37{,}5\,\%$
Anteil Max: $\frac{4}{24} = 0{,}1\overline{6} \approx 16{,}7\,\%$
Anteil Ella: $\frac{3}{24} = 0{,}125 = 12{,}5\,\%$
Anteil Fabian: $\frac{8}{24} = 0{,}\overline{3} \approx 33{,}3\,\%$
b) Preis bei Barzahlung (97 % des alten Preises):
21 999 € · 0,97 = 21 339,03 €
Prozentuale Ersparnis gegenüber ursprünglichem Preis:
21 339,03 € : 24 999 € ≈ 0,854 = 85,4 %
100 % – 85,4 % = 14,6 %

5 a) Jahreszinsen:
Ⓐ 74,70 € Ⓑ 204,40 €
b) Zinsen bzw. Guthaben nach einem Jahr:
Z = 15 000 € · 0,012 = 180 €
K = 15 000 € + 180 € = 15 180 €
Zinsen bzw. Guthaben nach zwei Jahren:
Z = 15 180 € · 0,012 = 182,16 €
K = 15 180 € + 182,16 € = 15 362,16 €
Zinsen bzw. Guthaben nach drei Jahren:
Z = 15 362,16 € · 0,012 ≈ 184,35 €
K = 15 362,16 € + 184,35 € = 15 546,51 €

6 a) Zinsen bzw. Guthaben nach acht Monaten:
$Z = \frac{1750\ € \cdot 0{,}007 \cdot 8}{12} \approx 8{,}17\ €$
K = 1 750 € + 8,17 € = 1758,17 €
b) Insgesamt zu zahlende Zinsen:
Z = 7 718,75 € – 7 500 € = 218,75 €
$p = \frac{218{,}75\ € \cdot 12}{7500\ € \cdot 7}$
p = 0,05 = 5 %

7 a) Zinsen des Kredits nach 297 Tagen:
$Z = \frac{2800\ € \cdot 0{,}016 \cdot 297}{360} = 36{,}96\ €$
b) $K = \frac{12{,}50\ € \cdot 360}{0{,}12 \cdot 15}$
K = 2 500 €

8 a) Beantwortbare Fragen: Ⓐ und Ⓑ
b) Ⓐ Durch Rechnung beantwortbare Frage: Ⓑ
Prozentualer Anstieg:
588 · p = 1116
p = 1116 : 588 ≈ 1,9 = 190 %
Die Anzahl der Smartphonebesitzer bei den 16- bis 17-Jährigen stieg von 2016 bis 2020 um rund 90 %.
Ⓑ Prozentualer Anstieg bei den 14- bis 15-Jährigen von 2016 bis 2020: rund 91,5 %.
Der Anstieg bei dieser Gruppe ist somit größer.
Ⓒ Es sind individuelle Lösungen möglich.

Seite 34/35

1 a) $4\,\% = 0{,}04 = \frac{4}{100}$
b) $0{,}28 = 28\,\% = \frac{28}{100}$
c) $7{,}8\,\% = 0{,}078 = \frac{78}{1000}$
d) $0{,}7 = 70\,\% = \frac{7}{10}$
e) $123{,}4\,\% = 1{,}234 = \frac{1234}{1000}$
f) $0{,}08 = 8\,\% = \frac{8}{100}$
g) $1\frac{2}{5} = 1{,}4 = 140\,\%$
h) $2\frac{3}{8} = 2{,}375 = \frac{2375}{1000}$

2

	a)	b)	c)
Grundwert	28,50 €	186 kg	$1{,}25\ m^2$
Prozentsatz	30 %	85 %	56 %
Prozentwert	8,55 €	158,1 kg	$0{,}7\ m^2$

3 a) Krankenkassenbeitrag: ≈ 277,20 €
b) Anteil der gültigen Stimmen: ≈ 73,7 %
c) Jahresverbrauch: ≈ 2 750 kg

4 Preis ohne Mehrwertsteuer:
119 % ≙ 142,80 €
1 % ≙ 1,20 €
100 % ≙ 120 €
oder:
142,80 € : 1,19 = 120 €
Höhe der Mehrwertsteuer: 22,80 €

5 Neue Preise (85 % der alten Preise):
Smartphone: ≈ 339,96 € Earbuds: ≈ 33,99 €
E-Bike: 764,15 €

6

	a)	b)	c)
Kapital	3600 €	7 400 €	11 000 €
Zinssatz	0,7 %	1,5 %	1,6 %
Jahreszinsen	25,20 €	111 €	176 €

7 Höhe der Überziehungszinsen:
$Z = \frac{2800\ € \cdot 0{,}12 \cdot 21}{360} = 19{,}60\ €$

8 a) $p = \frac{12\ € \cdot 12}{3600\ € \cdot 10} = 0{,}004 = 0{,}4\,\%$
b) $t = \frac{36\ € \cdot 360}{10800\ € \cdot 0{,}006}$
t = 200 (Tage)

9 Mögliche Rechenfragen:
Wie viel bezahlt Lisa insgesamt?
42,50 € + 55,25 € + 23,80 € = 121,55 €
Wie viel hätte Lisa ohne Rabatt bezahlt?
121,55 € : 0,85 = 143 €
Was kosten die einzelnen Einkäufe ohne Rabatt?
50 €; 65 €; 28 €

10 $p = \frac{270\,€ \cdot 12}{8100\,€ \cdot 5} = 0{,}08 = 8\,\%$

11
a) Monatliches Einkommen: 2 850 €
b) Anteil Wohnen: ≈ 31,6 %
Anteil Bekleidung: ≈ 7,0 %
Anteil Nahrung / Körperpflege: ≈ 21,1 %
c) Kosten Verkehrsmittel im Vorjahr:
106 % ≙ 400 €
1 % ≙ 400 € : 106 oder:
100 % ≙ ≈ 377,36 € 400 € : 1,06 ≈ 377,36 €
d) Jährliche Ersparnisse:
250 € · 12 = 3 000 €
Ausgaben für Urlaub:
3 000 € · 0,35 = 1 050 €
e) Es sind individuelle Lösungen möglich.
f) Gesamte Ersparnisse mit Erbschaft: 8000 €
Prozentuale Erhöhung:
3 000 € ≙ 100 %
1 000 € ≙ 100 % : 3
8 000 € ≙ ≈ 266,7 %
Die Ersparnisse erhöhen sich um rund 166,7 %.

12 Anzahl der Zaunelemente:
70 m : 2,50 m = 28
Kosten für die Zaunelemente:
28 · 42,50 € = 1 190 €
Preis nach Abzug von 8 % Rabatt:
1 190 € · 0,94 = 1 118,60 €
Preis nach Abzug von 2 % Skonto:
1 096,23 €

13 Wert der Aktien bei Kauf:
Biotechnologie:
105,8 % ≙ 47,61 € oder:
1 % ≙ 0,45 € 47,61 € : 1,058 = 45 €
100 % ≙ 45 €
IT und Computer: 85 €
Solarenergie: 25 €
Elektroauto: ≈ 36,15 €
Gesamtbetrag: 191,15 €

14
a) Zinsen für ein ganzes Jahr:
260 € : 10 · 12 = 312 €
Höhe des Darlehens:
312 € : 0,026 = 12 000 €
b) Gesamtpreis:
12 000 € : 0,32 = 37 500 €

15
a) Fehlender zu finanzierender Betrag:
1 897 € – 947 € = 950 €
Höhe der Zinsen bei Finanzierung:
$\frac{950\,€ \cdot 0{,}04 \cdot 90}{360} = 9{,}50\,€$
Gesamtbetrag:
1 897 € + 9,50 € = 1 906,50 €
b) Höhe der Raten:
155 € · 12 = 1 860 €
Gesamtkosten bei Ratenkauf (Raten + Versand):
1 860 € + 49 € = 1 909 €
Prozentule Ersparnis:
1 909 € : 1 906,50 € ≈ 1,0013
Die Ersparnis beträgt rund 0,13 %.

Seite 36

1
a) 25 % bzw. 75 % b) 75 % bzw. 25 % c) 70 %
d) 20 % e) 300,45 % f) 15,5 %

2
a) Anzahl Kinder nach Einschulung:
0,65 · 380 = 247
247 + 79 = 326
b) Ursprünglicher Preis:
24,50 € : 0,05 = 490 €
Zu zahlender Betrag: 465,50 €
c) Prozentuale Einsparung:
2185 kWh : 2300 kWh = 0,95 = 95 %
100 % – 95 % = 5 %
d) Kurswert der Aktie zuvor:
122,76 € : 1,023 = 120 €

3 Kapital nach dem ersten Jahr:
Z = 1 500 € · 0,001 = 1,50 €
K = 1 501,50 €
Kapital nach dem zweiten Jahr:
Z = 1 501,50 € · 0,001 = 1,50 €
K = 1 503 €
Kapital nach dem dritten Jahr:
Z = 1 503 € · 0,002 = 3 €
K = 1 506 €
Kapital nach dem vierten Jahr:
Z = 1 506 € · 0,002 = 3,01 €
K = 1 509,01 €
Kapital nach dem fünften Jahr:
Z = 1 509,01 € · 0,003 = 4,53 €
K = 1 513,63 €

4
a) K = 288 € · 0,012 = 24 000 €
b) p = (12 · 61,25 €) : (15 000 € · 7) = 0,7 %
c) t = (360 · 105 €) : (27 000 € · 0,014) = 100
d) t = (12 · 192,50 €) : (21 000 € · 0,011) = 10
e) K = (360 · 60 €) : (0,009 · 200) = 12 000 €

5
a) Sparvertrag 1:
Zinsen nach einem Jahr:
8 000 € · 0,019 = 152 €
Kapital nach einem Jahr: 8 152 €
Sparvertrag 2:
Kapital nach einem Jahr:
288 € : 0,024 = 12 000 €
Gesamtkapital:
8 152 € + 12 000 € = 20 152 €
b) Zinsen bei Sparbank in drei Jahren (ohne Zinseszins):
20 152 € · 0,026 ≈ 523,95 €
523,95 € · 3 = 1 571,85 €
20 152 € + 1 571,85 € = 21 723,85 €

Zinsen bei Bankhaus Kluge (mit Zinseszins):
1. Jahr:
Z = 20 152 € · 0,024 ≈ 483,65 €
K = 20 152 € + 483,65 € = 20 635,65 €
2. Jahr:
Z = 20 635,65 € · 0,024 ≈ 495,26 €
K = 20 635,65 € + 495,26 € = 21 130,91 €
3. Jahr:
Z = 21 130,91 € · 0,024 ≈ 507,14 €
K = 21 130,91 € + 507,14 € = 21 638,05 €

Familie Schwarz sollte sich für die Anlage bei der Sparbank entscheiden.

c) Zinsen gesamt bei Sparbank: 1 571,85 €
Zinsen gesamt bei Bankhaus Kluge: 1 486,05 €
Unterschied in Prozent:
1 571,85 € : 1 486,05 € ≈ 1,058
Die Zinsen sind beim besseren Angebot (Sparbank) rund 5,8 % höher.

Potenzen

Seite 47

1 a) A $8{,}4 \cdot 10^3$ B $5{,}1 \cdot 10^5$ C $4 \cdot 10^{-3}$ D $1{,}05 \cdot 10^{-5}$
b) A $8{,}75 \cdot 10^7$ B $7{,}85 \cdot 10^9$ C $8{,}06 \cdot 10^{-5}$ D $8{,}94 \cdot 10^{-7}$

2 a) A $8{,}6 \cdot 10^4 < 1{,}1 \cdot 10^5$
B $0{,}00058 > 5{,}8 \cdot 10^{-5}$
C $7{,}8 \cdot 10^6 < 78\,000\,000$
b) A $2{,}1 \cdot 10^3 < 2{,}01 \cdot 10^4 < 21\,000$
B $9{,}2 \cdot 10^{-4} = 0{,}92 \cdot 10^{-5} < 0{,}0092$
C $8{,}8 \cdot 10^{-6} < 0{,}000088 < 8 \cdot 10^{-5}$

3 a) A $4{,}95 \cdot 10^8$ B $1{,}47 \cdot 10^{-7}$ C $3{,}6 \cdot 10^{-5}$
b) A $9 \cdot 10^{-9}$ B $8{,}8 \cdot 10^4$ C $1{,}5 \cdot 10^{-6}$

4 a) A 3 MB B 7 ml C 6,1 GV D 1,9 nm
b) A $2{,}5 \cdot 10^6$ MB B $8 \cdot 10^{-9}$ MV C $7{,}6 \cdot 10^{-9}$ m D $2{,}1 \cdot 10^{-4}$ l

5 a) Herzschläge in 10 Jahren:
60-mal pro Minute:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 10 = 3{,}1536 \cdot 10^8$
90-mal pro Minute:
$90 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 10 = 4{,}7304 \cdot 10^8$
Herzschläge in 50 Jahren:
60-mal pro Minute:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 50 = 1{,}5768 \cdot 10^9$
90-mal pro Minute:
$90 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 50 = 2{,}3652 \cdot 10^9$
b) Jahresbedarf in Gramm:
$2{,}5 \cdot 10^{-6}$ g $\cdot 365 = 9{,}125 \cdot 10^{-4}$ g

Seite 48/49

1 a) $4 \cdot 10^4$ b) $5 \cdot 10^5$
c) $3{,}4 \cdot 10^{-6}$ d) $4{,}8 \cdot 10^{-7}$
e) $2 \cdot 10^{-8}$ f) $3{,}45 \cdot 10^{11}$

2 A und E, C und F sowie B und D sind gleich

3 a) 100 000 000 b) 0,001 c) 5 000 000 000
d) 42 000 000 e) 9000 f) 0,00007
g) 0,0000657 h) 0,000000108 i) 703 000 000

4 a) $2{,}4 \cdot 10^{-5} > 0{,}0000024 > 0{,}24 \cdot 10^{-6}$
oder:
$0{,}24 \cdot 10^{-6} < 0000024 < 2{,}4 \cdot 10^{-5}$
b) $87\,000\,000\,000 > 87 \cdot 10^8 > 8{,}7 \cdot 10^8$
oder:
$8{,}7 \cdot 10^8 < 87 \cdot 10^8 < 87\,000\,000\,000$
c) $550 \cdot 10^{-5} > 5{,}5 \cdot 10^{-4} > 0{,}000055$
oder:
$0{,}000055 < 5{,}5 \cdot 10^{-4} < 550 \cdot 10^{-5}$

5 a) $10\,000 = 10^4$ b) $100\,000\,000 = 10^8$
c) $0{,}001 = 10^{-3}$ d) $0{,}00000001 = 10^{-8}$
e) $0{,}032 = 3{,}2 \cdot 10^{-2}$ f) $0{,}000022 = 2{,}2 \cdot 10^{-5}$
g) $120\,000 = 1{,}2 \cdot 10^5$ h) $0{,}00092 = 9{,}2 \cdot 10^{-4}$
i) $850\,000\,000\,000 = 8{,}5 \cdot 10^{11}$

6 a) 250 Tsd. $= 250\,000 = 2{,}5 \cdot 10^5$
2,5 Mio. $= 2\,500\,000 = 2{,}5 \cdot 10^6$
2,5 Mrd. $= 2\,500\,000\,000 = 2{,}5 \cdot 10^9$
2,5 Bio. $= 2\,500\,000\,000\,000 = 2{,}5 \cdot 10^{12}$
b) $0{,}082 = 82 \cdot 10^{-3}$
$0{,}0082 = 8{,}2 \cdot 10^{-3}$
$0{,}00082 = 8{,}2 \cdot 10^{-4}$
$0{,}000082 = 8{,}2 \cdot 10^{-5}$
$0{,}0000082 = 0{,}82 \cdot 10^{-5}$

7

1 Nanosekunde	$1 \cdot 10^{-9}$	ns
1 Megawatt	$1 \cdot 10^6$	MW
1 Kilojoule	$1 \cdot 10^3$	kJ
1 Mikrogramm	$1 \cdot 10^{-6}$	µg
1 Gigabyte	$1 \cdot 10^6$	GB

8 a) $1{,}24 \cdot 10^{12}$ b) $9{,}64 \cdot 10^{16}$
c) $1{,}5 \cdot 10^{-7}$ d) $3{,}4 \cdot 10^{-7}$

9 a) Zelle: 0,01 mm $= 10^{-2}$ mm
Virus: 0,0001 mm $= 10^{-4}$ mm
DNA-Strang: 0,00001 mm $= 10^{-5}$ mm
Sandkorn: 0,000063 mm $= 6{,}3 \cdot 10^{-5}$ mm
b) 1 cm = 10 mm
Anzahl Zellen auf 1 cm: 10 mm : 10^{-2} mm $= 10^3$
Anzahl Viren auf 1 cm: 10^5
Anzahl DNA-Stränge auf 1 cm: 10^6
Anzahl Sandkörner auf 1 cm: $\approx 1{,}58 \cdot 10^5$

10 a) $1{,}32 \cdot 10^6$ b) $4{,}95 \cdot 10^{-12}$
c) $2 \cdot 10^{-6}$ d) $2{,}1 \cdot 10^{16}$

11 a) 6 Liter (dm^3) $= 6 \cdot 10^6$ mm³
Anzahl rote Blutkörperchen in 6 Liter Blut:
$3 \cdot 10^{13}$ Blutkörperchen
b) $3 \cdot 10^{13} \cdot 7 \cdot 10^{-3}$ mm $= 2{,}1 \cdot 10^{11}$ mm
$= 210\,000$ km
c) Anzahl der gebildeten Blutkörperchen in 50 Jahren:
$(50 \cdot 365 : 120) \cdot 3 \cdot 10^{13} = 4{,}5625 \cdot 10^{15}$

12 $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ mm $= 2{,}2 \cdot 10^{-4}$ cm
Volumen des Rotgolds:
$2{,}2 \cdot 10^{-4}$ cm $\cdot$ 21 cm² $= 4{,}62 \cdot 10^{-3}$ cm³
Gewicht des Rotgolds:
$4{,}62 \cdot 10^{-3}$ cm³ $\cdot 15 \frac{g}{cm^3} = 0{,}0693$ g
Preis des Rotgolds:
$0{,}0693 \cdot 37 = 2{,}56$ (€)

13 a) 500 GB = $500 \cdot 10^9$ B
$2{,}6$ MB = $2{,}6 \cdot 10^6$ B
Anzahl der Fotos:
$500 \cdot 10^9\ \text{B} : (2{,}6 \cdot 10^6\ \text{B}) \approx 192\,306$ (Fotos)
b) Freier Speicherplatz:
$3 \cdot 10^{12}\ \text{B} - 700 \cdot 10^9\ \text{B} = 2{,}3 \cdot 10^{12}\ \text{B} = 2{,}3$ TB
c) $8{,}5 \cdot 10^7$ B = 85 MB

14 a) $10\ \text{l} = 10\ \text{dm}^3 = 10^7\ \text{mm}^3$
Anzahl der Tropfen in 10 l Wasser:
$107\ \text{mm}^3 : 5\ \text{mm}^3 = 2 \cdot 10^6$
b) Volumen Wassertropfen im Schwimmerbecken:
$8{,}5 \cdot 10^{11} \cdot 5\ \text{mm}^3 = 4{,}25 \cdot 10^{12}\ \text{mm}^3$
$4{,}25 \cdot 10^{12}\ \text{mm}^3 : 10^6 = 4{,}25 \cdot 10^6$ l
c) 1 Pumpe fördert in 8 h:
$2{,}125 \cdot 10^6\ \text{l} : 6 \approx 3{,}5 \cdot 10^5$ l
1 Pumpe fördert in 1 Minute:
$(2{,}125 \cdot 10^6\ \text{l} : 6) : (8 \cdot 60) \approx 738$ l

15 a) benötigte Größe:
Erdradius (im Mittel) r = 6371 km
Der Satellit umkreist den Erdmittelpunkt auf einer Kreisbahn mit dem Radius $6371\ \text{km} + 2 \cdot 10^4\ \text{km} = 26\,371$ km.
Länge der Kreisbahn (entspricht Umfang):
$u = 2 \cdot 26\,371\ \text{km} \cdot 3{,}14$
$u = 165\,609{,}88$ km
Benötigte Zeit:
$t = 165\,609{,}88\ \text{km} : 1{,}4 \cdot 10^4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$
$t \approx 11{,}83\ \text{h} \approx 11\ \text{h}\ 50\ \text{min}$
b) Anzahl Stunden pro Jahr: 8760
Anzahl der Umdrehungen pro Jahr:
$8760\ \text{h} : 11{,}83\ \text{h} \approx 740{,}5$
Zurückgelegte Strecke pro Jahr:
$740{,}5 \cdot 165\,609{,}88$ km
$\approx 122\,634\,116{,}1$ km
$\approx 1{,}23 \cdot 10^8$ km

Seite 50

1 a) $3{,}9 \cdot 10^{-7}$ m und $7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m
b) $1 \cdot 10^{-7}$ m und $1 \cdot 10^{-12}$ m
c) $1 \cdot 10^{14}$ Zellen
d) $4{,}0075016686 \cdot 10^7$ m

2 a) $4 \cdot 10^7$
b) $6 \cdot 10^{-11}$
c) $2{,}6676 \cdot 10^{-5}$
d) $3{,}053 \cdot 10^{-2}$
e) $1{,}5 \cdot 10^{12}$
f) $2{,}022 \cdot 10^3$

3 a) Geburten pro Tag:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 4 = 3{,}456 \cdot 10^5$
Geburten pro Jahr:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 4 = 1{,}26144 \cdot 10^8$
b) Todesfälle pro Jahr:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 2 = 6{,}3072 \cdot 10^7$
Die Weltbevölkerung nimmt pro Jahr um $6{,}3072 \cdot 10^7$ Menschen zu.

4 a) Dicke Dünndruckpapier:
$3{,}0 \cdot 10^{-2}$ mm oder $3{,}0 \cdot 10^{-5}$ m
b) Anzahl benötigte Blätter Dünndruckpapier für Schulbuchseite:
$120 \cdot 10^{-6}\ \text{m} : (3{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{m}) = 4$

5 a) $3{,}96 \cdot 10^{10}$ Byte = 39,6 GB
b) Belegter Speicher in Prozent (1 TB = 1000 GB):
3,96 %
c) 39,6 GB = 39600 MB
Dauer des Speichervorgangs:
$39\,600\ \text{MB} : 550\ \frac{\text{MB}}{\text{s}} = 72\ \text{s}$

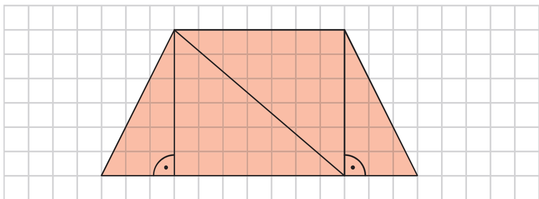
6 a) Durchmesser des Fadens auf der Abbildung:
$5 \cdot 10^{-3}\ \text{mm} \cdot 1500 = 7{,}5$ mm
b) Anzahl Spinnenfäden auf 1 cm:
$1 \cdot 10^{-2}\ \text{m} : (5 \cdot 10^{-6}\ \text{m}) = 2 \cdot 10^3$

7 a) Benötigte Zeit eines Gletschers für 100 m:
$100\ \text{m} : (6{,}4 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 1{,}5625 \cdot 107\ \text{s} \approx 181$ d
b) Rückzuggeschwindigkeit:
150 Jahre = $4{,}7304 \cdot 10^9$ s
$3000\ \text{m} : 4{,}7304 \cdot 10^9\ \text{s} = 6{,}3 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

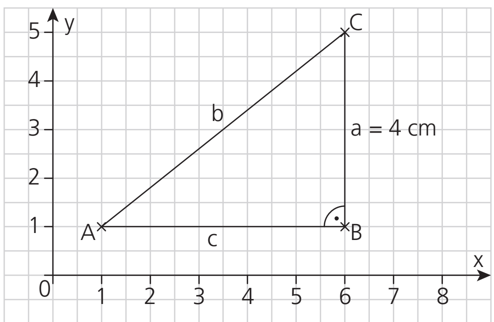
Geometrie 1

Seite 70/71

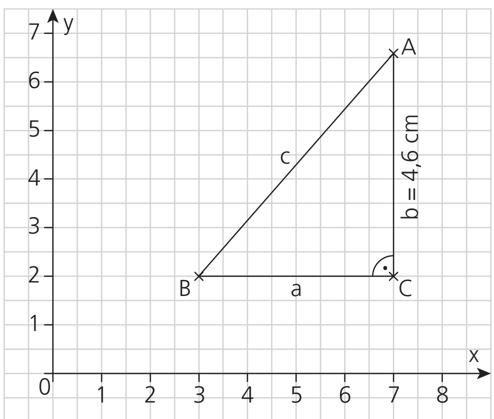
1 a) Rechtwinklig sind die Dreiecke A und C.
b)



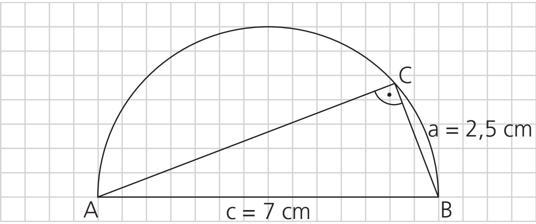
2 a) A



B



b)



3 a) Dreieck (A): $b^2 = c^2 + a^2$
Dreieck (B): $a^2 = b^2 + c^2$
Dreieck (C): $c^2 = a^2 + b^2$

b) Dreieck (A): $b^2 = a^2 + c^2$
Dreieck (B): $e^2 = d^2 + f^2$
Dreieck (C): $l^2 = n^2 + m^2$

4 a)

Seite	a	b	c
(A)	9 cm	12 cm	15 cm
(B)	3 cm	4 cm	5 cm
(C)	24 dm	18 dm	30 dm

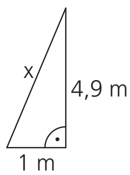
b) Überlegung:
Das Dreieck mit den ursprünglichen Seiten ist rechtwinklig. Werden alle Seitenlängen verdoppelt, so ist das Dreieck ebenfalls rechtwinklig, da alle Seitenlängen mit dem gleichen Faktor multipliziert wurden.
Rechnerische Überprüfung:
$a^2 + b^2 = c^2$
Ursprüngliches Dreieck:
$(6\text{ cm})^2 + (8\text{ cm})^2 = (10\text{ cm})^2$
$36\text{ cm}^2 + 64\text{ cm}^2 = 100\text{ cm}^2$
$100\text{ cm}^2 = 100\text{ cm}^2$

Dreieck mit verdoppelten Seitenlängen:
$(12\text{ cm})^2 + (16\text{ cm})^2 = (20\text{ cm})^2$
$144\text{ cm}^2 + 256\text{ cm}^2 = 400\text{ cm}^2$
$400\text{ cm}^2 = 400\text{ cm}^2$

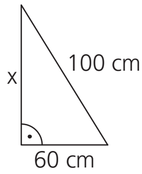
5 a) $e^2 = 8^2 + 5^2$
$e^2 = 64 + 25$
$e^2 = 89 \quad |\sqrt{}$
$e = \sqrt{89}$
$e \approx 9{,}4$ (cm)

b) Berechnung der Dreieckhöhe h:
$h^2 = 14{,}6^2 - 11^2$
$h^2 = 213{,}16 - 121$
$h^2 = 92{,}16 \quad |\sqrt{}$
$h = \sqrt{92{,}16}$
$h = 9{,}6$ (cm)
Berechnung der Länge x:
$x^2 = 10{,}4^2 - 9{,}6^2$
$x^2 = 108{,}16 - 92{,}16$
$x^2 = 16 \quad |\sqrt{}$
$x = \sqrt{16}$
$x = 4$ (cm)

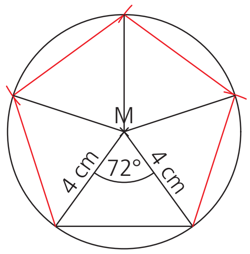
6 a) Länge der Leiter: x
$x^2 = 1^2 + 4{,}9^2$
$x^2 = 1 + 24{,}01$
$x^2 = 25{,}01 \quad |\sqrt{}$
$x = \sqrt{25{,}01}$
$x \approx 5$ (cm)



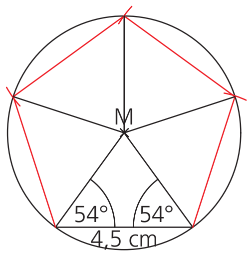
b) Fehlende Länge: x
$x^2 = 100^2 - 60^2$
$x^2 = 10\,000 - 3\,600$
$x^2 = 6\,400 \quad |\sqrt{}$
$x = \sqrt{6\,400}$
$x = 80$ (cm)



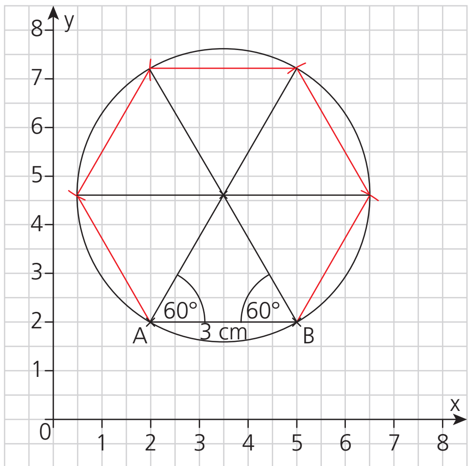
7 a) (A) regelmäßiges Fünfeck mit r = 4 cm:
Zeichenschritte:
(1) Umkreis mit r = 4 cm zeichnen
(2) Mittelpunktswinkel $\alpha = 72°$ antragen und Seitenlänge einzeichnen
(3) Seitenlänge mit Zirkel abtragen und Eckpunkte verbinden



(B) regelmäßiges Fünfeck mit a = 4,5 cm:
Zeichenschritte:
(1) Bestimmungdreieck konstruieren
(2) Umkreis zeichnen (r = Schenkellänge)
(3) Seitenlänge mit Zirkel abtragen und Eckpunkte verbinden



b) Zeichenschritte:
(1) Punkte A und B in das Koordinatensystem eintragen.
(2) Bestimmungsdreieck konstruieren.
(3) Seitenlänge mit Zirkel abtragen und Eckpunkte verbinden.



8 a) $u_{Fünfeck} = 5 \cdot 6{,}5 = 32{,}5$ (cm)

$A_{Fünfeck} = \frac{6{,}5 \cdot 5}{2} \cdot 5 = 81{,}25$ (cm²)

b) Höhe des Bestimmungsdreiecks h:

$h^2 = 6^2 - 2^2$

$h^2 = 36 - 4$

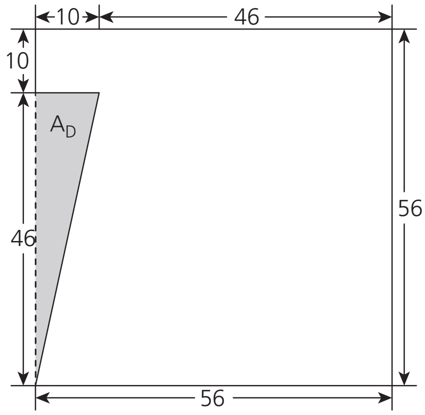
$h^2 = 32 \quad |\sqrt{\ }$

$h = \sqrt{32}$

$h \approx 5{,}7$ (cm)

$A_{Siebeneck} = \frac{4 \cdot 5{,}7}{2} \cdot 9 = 102{,}6$ (cm²)

9 a)



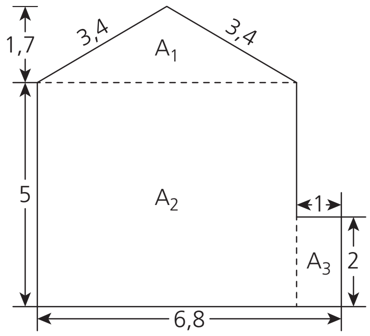
$A = A_Q - A_D$

$A = 56 \cdot 56 - \frac{46 \cdot 10}{2}$

$A = 3\,136 - 230$

$A = 2906$ (mm²)

b)



$A = A_1 + A_2 + A_3$

$A = \frac{5{,}8 \cdot 1{,}7}{2} + 5 \cdot 5{,}8 + 1 \cdot 2$

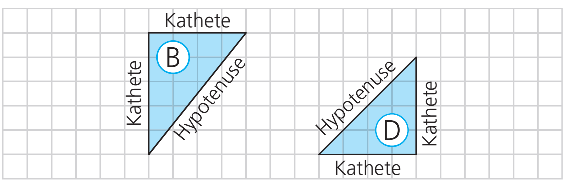
$A = 4{,}93 + 29 + 2$

$A = 35{,}93$ (m²)

Bei zwei Giebelseiten muss für 71,86 m², also rund 72 m² Farbe gekauft warden.

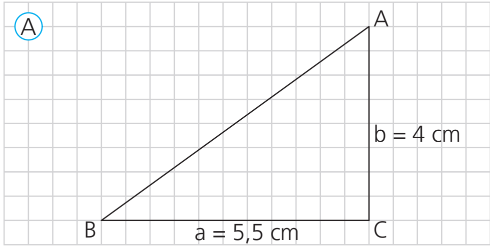
Seite 72/73

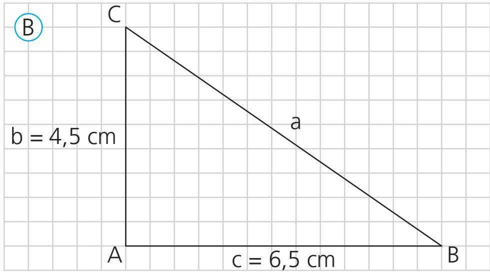
1

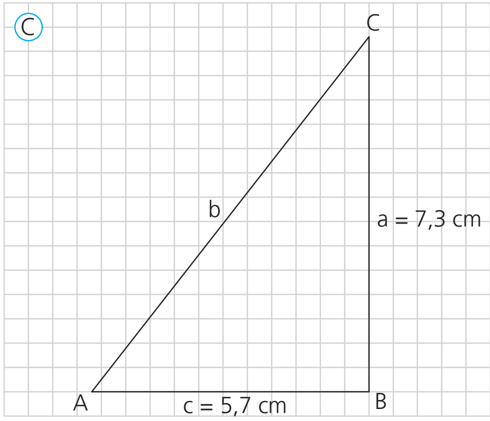


2 Planfiguren entsprechend den Vorgaben Zeichnungen:

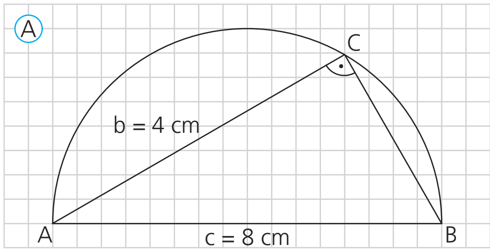
a)

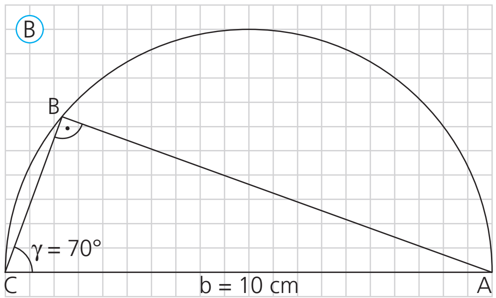






b)

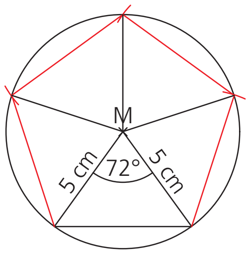




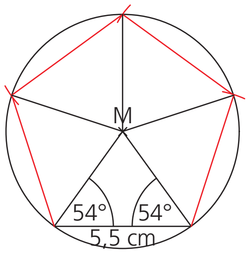
3 Längen der Hypotenusen:

a) ≈ 3,52 cm   b) ≈ 2,33 cm   c) ≈ 3,68 cm

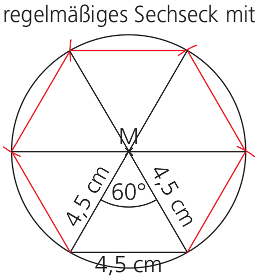
4 a) Ⓐ regelmäßiges Fünfeck mit r = 5 cm:



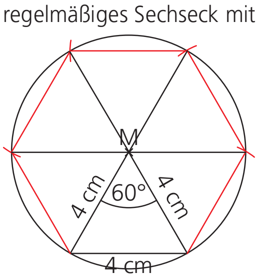
Ⓑ regelmäßiges Fünfeck mit a = 5,5 cm:



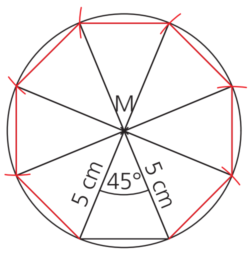
Ⓒ regelmäßiges Sechseck mit r = 4,5 cm:



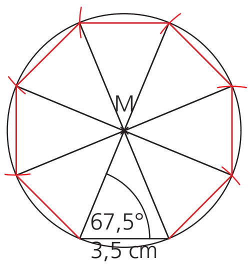
Ⓓ regelmäßiges Sechseck mit a = 4 cm:



Ⓔ regelmäßiges Achteck mit r = 5 cm:



Ⓕ regelmäßiges Fünfeck mit a = 3,5 cm:



b) Ⓐ $a \approx 5{,}9$ cm; $h_{\text{Best.-Dreieck}} \approx 4{,}1$ cm

$u_{\text{Fünfeck}} = 5 \cdot 5{,}9 = 29{,}5$ (cm)

$A_{\text{Fünfeck}} = \frac{5{,}9 \cdot 4{,}1}{2} \cdot 5 \approx 60{,}48$ (cm^2)

Ⓑ $a = 5{,}5$ cm; $h_{\text{Best.-Dreieck}} \approx 3{,}8$ cm

$u_{\text{Fünfeck}} = 5 \cdot 5{,}5 = 27{,}5$ (cm)

$A_{\text{Fünfeck}} = \frac{5{,}5 \cdot 3{,}8}{2} \cdot 5 = 52{,}25$ (cm^2)

Ⓒ $a = r = 4{,}5$ cm; $h_{\text{Best.-Dreieck}} \approx 3{,}9$ cm

$u_{\text{Sechseck}} = 6 \cdot 4{,}5 = 27$ (cm)

$A_{\text{Sechseck}} = \frac{4{,}5 \cdot 3{,}9}{2} \cdot 6 = 52{,}65$ (cm^2)

Ⓓ $a = 4$ cm; $h_{\text{Best.-Dreieck}} \approx 3{,}5$ cm

$u_{\text{Sechseck}} = 6 \cdot 4 = 24$ (cm)

$A_{\text{Sechseck}} = \frac{4 \cdot 3{,}5}{2} \cdot 6 = 42$ (cm^2)

Ⓔ $a \approx 3{,}8$ cm; $h_{\text{Best.-Dreieck}} \approx 4{,}6$ cm

$u_{\text{Achteck}} = 8 \cdot 3{,}8 = 30{,}4$ (cm)

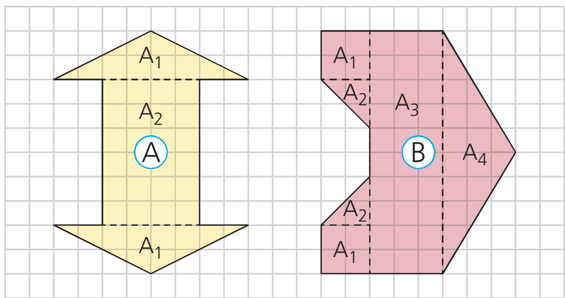
$A_{\text{Achteck}} = \frac{3{,}8 \cdot 4{,}6}{2} \cdot 8 = 69{,}92$ (cm^2)

Ⓕ $a = 3{,}5$ cm; $h_{\text{Best.-Dreieck}} \approx 4{,}2$ cm

$u_{\text{Achteck}} = 8 \cdot 3{,}5 = 28$ (cm)

$A_{\text{Achteck}} = \frac{3{,}5 \cdot 4{,}2}{2} \cdot 8 = 58{,}8$ (cm^2)

5 Zerlegung:



Figur Ⓐ:

$A = 2 \cdot A_1 + A_2$

$A = 2 \cdot \frac{4 \cdot 1}{2} + 3 \cdot 2$

$A = 4 + 6$

$A = 10$ (cm^2)

Figur Ⓑ:

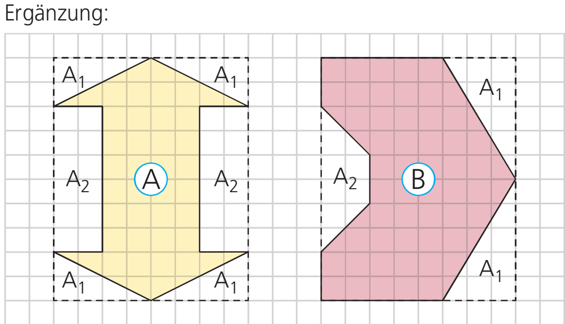
$A = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + A_3 + A_4$

$A = 2 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{1 \cdot 1}{2} + 1{,}5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 1{,}5}{2}$

$A = 2 + 1 + 7{,}5 + 3{,}75$

$A = 14{,}25$ (cm^2)

Ergänzung:

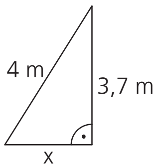


Figur (A):
$A = A_R - 4 \cdot A_1 - 2 \cdot A_2$
$A = 20 - 4 \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} - 2 \cdot 3 \cdot 1$
$A = 20 - 4 - 6$
$A = 10\ (cm^2)$
Figur (B):
$A = A_R - 2 \cdot A_1 - A_2$
$A = 20 - 2 \cdot \frac{1{,}5 \cdot 2{,}5}{2} - (1 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{1 \cdot 1}{2})$
$A = 20 - 3{,}75 - 2$
$A = 14{,}25\ (cm^2)$

6 a) Mittelpunktswinkel:
$180° - 2 \cdot 75° = 30°$
b) $360° : 30° = 12$
Es handelt sich um ein 12-Eck.

7 Gesuchte Seitenlängen:
a) 75 mm (Hypotenuse)
b) 64 mm (Kathete)
c) Gesucht ist die Kathete des rechtwinkligen Dreiecks mit der Hypotenuse 34 mm und (75 – 40) : 2 mm.
$x^2 = 34^2 - 17{,}5^2$
$x^2 = 1\,156 - 306{,}25$
$x^2 = 849{,}75 \quad | \sqrt{}$
$x = \sqrt{849{,}75}$
$x \approx 29{,}15\ (mm) \approx 29$ mm

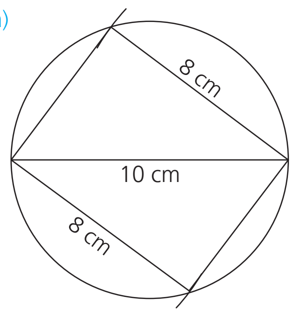
8 Abstand von der Mauer: x
$x^2 = 4^2 - 3{,}7^2$
$x^2 = 16 - 13{,}69$
$x^2 = 2{,}31 \quad | \sqrt{}$
$x = \sqrt{2{,}31}$
$x \approx 1{,}5\ (m)$



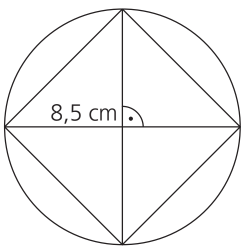
9 a) Länge eines Sprintstreckenabschnitts (3): x
$x^2 = 47{,}5^2 + 60^2$
$x^2 = 2\,256{,}25 + 3\,600$
$x^2 = 5\,856{,}25 \quad | \sqrt{}$
$x = \sqrt{5\,856{,}25}$
$x \approx 76{,}5\ (m)$
Länge der gesamten Sprintstrecke (bei fünfmaligem Durchlaufen):
76,5 m · 2 · 5 = 765 m
b) Länge der Gesamtstrecke:
765 m + 5 · (47,5 m · 2 + 60 m · 2) = 1 840 m

10 $|\overline{AC}| \approx 4{,}7$ cm $\quad |\overline{CD}| = 6{,}5$ cm
$|\overline{DE}| \approx 4{,}6$ cm $\quad |\overline{FG}| \approx 1{,}3$ cm

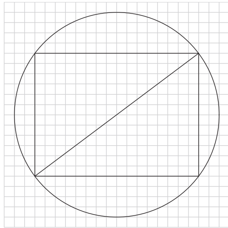
11 a)



b)

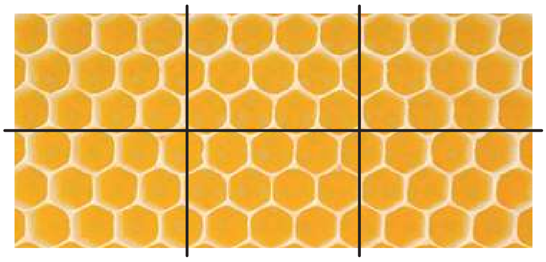


12 Mindestgröße Durchmesser:
$d^2 = 28^2 + 14^2$
$d^2 = 184 + 196$
$d^2 = 980 \quad | \sqrt{}$
$d = \sqrt{980}$
$d \approx 31{,}3\ (cm)$

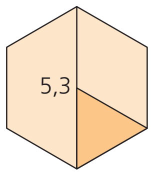


13 $|\overline{AC}| = \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 4{,}24$
$|\overline{AB}| = \sqrt{4{,}24^2 + 3^2} \approx 5{,}20$
$|\overline{BC}| = \sqrt{3^2 + 6^2} \approx 6{,}71$
$4{,}24^2 + 5{,}20^2 \approx 6{,}71^2$
Das Dreieck hat bei A einen rechten Winkel.

14 a) Anzahl der Bienenwaben in einem Gitterfeld: ca. 12
Anzahl der Waben gesamt: 6 · 12 = 72

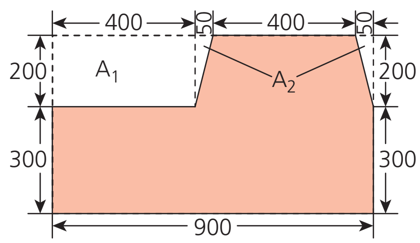


b) Abstand zweier gegenüberliegender Eckpunkte im Sechseck: 5,3 mm
Seitenlänge Sechseck:
a = 2,65 mm
Umfang einer Wabe:
u = 6 · 2,65 mm = 15,9 mm

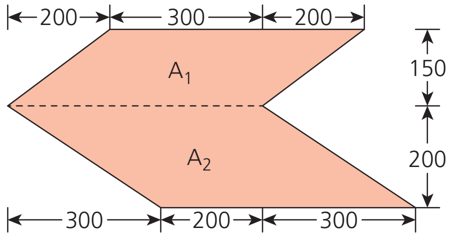


c) Höhe des Bestimmungsdreiecks h:
$h^2 = 2{,}65^2 - 1{,}325^2$
$\Rightarrow h \approx 2{,}29\ (mm)$
Flächeninhalt einer Wabe:
$A_{Sechseck} = \frac{2{,}65 \cdot 2{,}29}{2} \cdot 6 = 18{,}2055\ (mm^2)$
Rauminhalt einer Wabe (Volumen eines Prismas mit einem regelmäßigen Sechseck als Grundfläche):
$V_{Pr} = 18{,}2055 \cdot 11 = 200{,}2605\ (mm^3)$

15 (A)



(B)



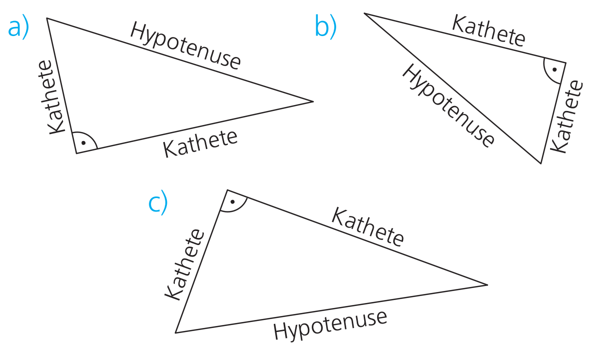
$A = A_R - A_1 - 2 \cdot A_2$
$A = 500 \cdot 900 - 200 \cdot 400 - 2 \cdot \frac{200 \cdot 50}{2}$
$A = 450\,000 - 80\,000 - 10\,000$
$A = 360\,000\ (mm^2) = 0{,}36\ (m^2)$

Lösungen

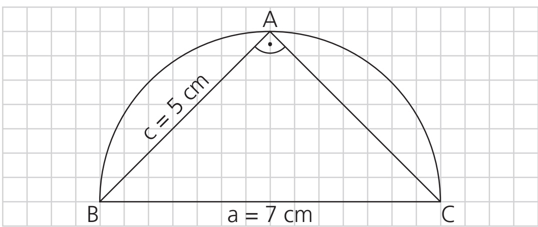
$A = A_1 + A_2$
$A = 500 \cdot 150 + 500 \cdot 200$
$A = 75\,000 + 100\,000 = 175\,000\ (mm^2) = 0{,}175\ (m^2)$
Flächeninhalt aller Formen (täglicher Materialverbrauch ohne Verschnitt): $750 \cdot 0{,}36 + 1\,250 \cdot 0{,}175 = 488{,}75\ (m^2)$
Materialverbrauch mit Verschnitt (15 % Mehrbedarf):
$588{,}75 \cdot 1{,}15 = 562{,}06\ (m^2)$

Seite 74

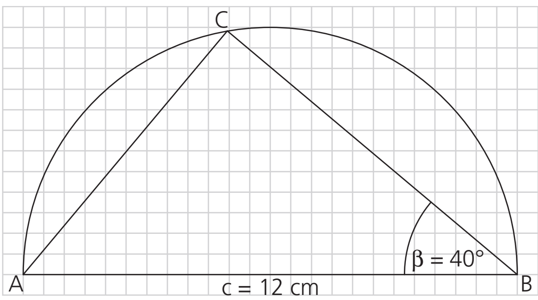
1



2 a)



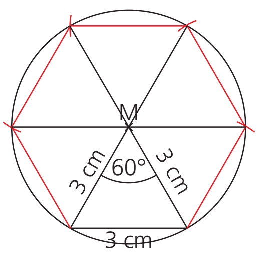
b)



3

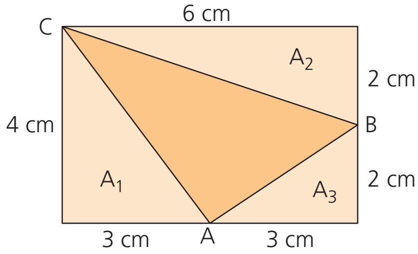
	a)	b)	c)	d)
Anzahl der Ecken	4	5	10	12
Mittelpunktswinkel	90°	72°	36°	30°
Basiswinkel	45°	54°	72°	75°

4



$r = a = 3\ cm$; $h_{Best.\text{-}Dreieck} \approx 2{,}6\ cm$
$u_{Sechseck} = 6 \cdot 3 = 18\ (cm)$
$A_{Sechseck} = \frac{3 \cdot 2{,}6}{2} \cdot 6 = 23{,}4\ (cm^2)$

5



Berechnung der Längen der Dreiecksseiten:
$c^2 = 3^2 + 2^2$
$\Rightarrow c \approx 3{,}6\ (cm)$
$b^2 = 4^2 + 3^2$
$\Rightarrow b = 5\ (cm)$
$a^2 = 6^2 + 2^2$
$\Rightarrow c \approx 6{,}3\ (cm)$

Umfang des Dreiecks: $u = 14{,}9\ cm$

Flächeninhalt des Dreiecks:
$A = A_R - A_1 - A_2 - A_3$
$A = 24 - 6 - 6 - 3$
$A = 9\ (cm^2)$

6

	a)	b)	c)	d)
Kathete a	11 cm	14,10 m	16 dm	4,9 cm
Kathete b	7,5 cm	9,5 m	19,98 dm	5,55 cm
Hypotenuse	13,31 cm	17 m	25,6 dm	74 mm

7 a) $u_{Fünfeck} = 5 \cdot 3 = 15\ (cm)$

$A_{Fünfeck} = \frac{3 \cdot 2{,}5}{2} \cdot 5 = 18{,}75\ (cm^2)$

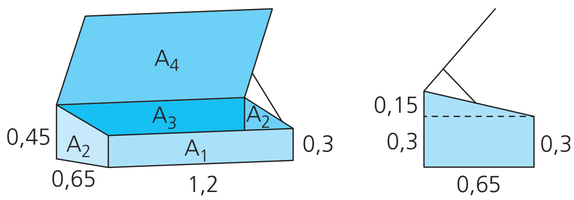
b) Höhe des Bestimmungsdreiecks:
$h = 11^2 - 5{,}5^2 \Rightarrow h \approx 9{,}5\ (m)$

$u_{Sechseck} = 6 \cdot 11 = 66\ (m)$

$A_{Sechseck} = \frac{11 \cdot 9{,}5}{2} \cdot 6 = 313{,}5\ (m^2)$

c) Seitenlänge a:
$x = 4{,}9^2 - 4{,}5^2$
$\Rightarrow x \approx 1{,}9\ (cm)$
$\Rightarrow a = 2 \cdot 1{,}9 = 3{,}8\ (cm)$
$u_{Achteck} = 8 \cdot 3{,}8 = 30{,}4\ (cm)$
$A_{Achteck} = \frac{3{,}8 \cdot 4{,}5}{2} \cdot 8 = 68{,}4\ (cm^2)$

8



Flächeninhalt der vier Seitenteile und Deckel:
$A = A_1 + 2 \cdot A_2 + A_3 + A_4$
$A = 1{,}2 \cdot 0{,}3 + 2 \cdot (0{,}3 \cdot 0{,}65 + \frac{0{,}65 \cdot 0{,}15}{2}) + 1{,}2 \cdot 0{,}45 +$
$1{,}2 \cdot 0{,}65$
$A = 2{,}1675\ (m^2)$

Gleichungen

Seite 106/107

1 a) (A) $6 \cdot (4x + 10) - 4 \cdot (2x + 12) - 2x$
$= (24x + 60) - (8x - 48) - 2x$
$= 24x + 60 - 8x + 48 - 2x$
$= 14x + 108$

(B) $22y - (4{,}5 + 2{,}1y) + (14{,}4y - 28{,}4) : 4$
$= 22y - 4{,}5 - 2{,}1y + 3{,}6y - 7{,}1$
$= 23{,}5y - 11{,}6$

b) (A) $(x - 7) \cdot (y + 8)$
$= xy + 8x - 7y - 54$

(B) $(a - 2{,}5) \cdot (4 - b)$
$= 4a - ab - 10 + 2{,}5b$

2 a) (A) $27 - (6 - 5y) \cdot 2 = 9 \cdot (8 - 10y) + 19y + 24$
$27 - (12 - 10y) = 72 - 90y + 19y + 24$
$27 - 12 + 10y = 96 - 71y$
$15 + 10y = 96 - 71y$ | $+ 71y$
$15 + 81y = 96$ | $- 15$
$81y = 81$ | $: 81$
$y = 1$
P: $27 - (6 - 5 \cdot 1) \cdot 2 = 9 \cdot (8 - 10 \cdot 1) + 19 \cdot 1 + 24$
$27 - \quad 2 \quad = \quad -18 \quad + 19 \quad + 24$
$25 = 25$

(B) $1{,}2\,(16x - 8) - 3{,}6\,(3x + 9) = 9{,}6x - 48$
$(19{,}2x - 9{,}6) - (10{,}8x + 32{,}4) = 9{,}6x - 48$
$19{,}2x - 9{,}6 - 10{,}8x - 32{,}4 = 9{,}6x - 48$
$8{,}4x - 42 = 9{,}6x - 48$ | $- 9{,}6x$
$-1{,}2x - 42 = -48$ | $+ 42$
$-1{,}2x = -6$ | $: (-1{,}2)$
$x = 5$
P: $1{,}2\,(16 \cdot 5 - 8) - 3{,}6\,(3 \cdot 5 + 9) = 9{,}6 \cdot 5 - 48$
$1{,}2 \cdot \quad 72 \quad - 3{,}6 \cdot \quad 24 \quad = \quad 48 \quad - 48$
$86{,}4 \quad - \quad 86{,}4 \quad = 0$
$0 = 0$

b) (A) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{5} - 3 = \frac{3x}{10} + 1$ | $\cdot 10$
$\frac{{}^5\cancel{10}x}{{}_1\cancel{2}} + \frac{{}^2\cancel{10} \cdot 3x}{{}_1\cancel{5}} - 10 \cdot 3 = \frac{{}^1\cancel{10} \cdot 3x}{{}_1\cancel{10}} + 10 \cdot 1$
$5x + 6x - 30 = 3x + 10$
$11x - 30 = 3x + 10$ | $- 3x$
$8x - 30 = 10$ | $+ 30$
$8x = 40$ | $: 8$
$x = 5$

(B) $\frac{6x}{5} - \frac{4(x - 2)}{3} - 6x + (x + 2) \cdot 4 = 0$ | $\cdot 15$
$\frac{{}^5\cancel{15} \cdot 6x}{{}_1\cancel{5}} - \frac{{}^5\cancel{15} \cdot 4(x - 2)}{{}_1\cancel{3}} - 15 \cdot 6x + 15 \cdot (x + 2) \cdot 4 = 0$
$18x - 20\,(x - 2) - 90x + 60x + 120 = 0$
$18x - 20x + 40 - 90x + 60x + 120 = 0$
$-32x + 160 = 0$ | $- 160$
$-32x = -160$ | $: (-32)$
$x = 5$

3 a) Beispiel Rechenfrage:
Wie viel Geld hat jeder von ihnen gesammelt?

	Geldbetrag
Sabine	$0{,}5x$
Lena	x
Karin	$0{,}5x + 8$
Spende Mutter	10
insgesamt	200

Gleichung: Geldbetrag:
$0{,}5x + x + 0{,}5x + 8 + 10 = 200$ Sabine: 45,50
$2x + 18 = 200$ Lena: 91
$\Rightarrow x = 91$ Karin: 53,50

b) Beispiel:
$(6x + 12) : 3 = (8x - 4) : 2$
$2x + 4 = 4x - 2$
$\Rightarrow x = 3$

4 a) (A) $\frac{9}{x} + 4 = \frac{27}{x} - 2$
$D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
$\frac{9}{x} + 4 = \frac{27}{x} - 2$ | $\cdot x$
$\frac{{}^1\cancel{x} \cdot 9}{{}_1\cancel{x}} + x \cdot 4 = \frac{{}^1\cancel{x} \cdot 27}{{}_1\cancel{x}} - x \cdot 2$
$9 + 4x = 27 - 2x$
$\Rightarrow x = 3$

(B) $\frac{x + 2}{x - 3} - \frac{x + 8}{x - 5} = 0$
$D = \mathbb{Q} \setminus \{3; 5\}$
Beispiel: über Kreuz multiplizieren
$\frac{x + 2}{x - 3} = \frac{x + 8}{x - 5}$
$(x + 2) \cdot (x - 5) = (x + 8) \cdot (x - 3)$
$x^2 - 5x + 2x - 10 = x^2 - 3x + 8x - 24$
$x^2 - 3x - 10 = x^2 + 5x - 24$ | $- x^2$
$-3x - 10 = 5x - 24$
$\Rightarrow x = 1{,}75$

b) $\frac{10}{x - 2} = \frac{25}{x + 1}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{2; -1\}$
Beispiel: über Kreuz multiplizieren
$\frac{10}{x - 2} = \frac{25}{x + 1}$
$10\,(x + 1) = 25\,(x - 2)$
$10x + 10 = 25x - 50$
$\Rightarrow x = 4$

5 a) (A) $A = r^2 \cdot 3{,}14$ $d = 2 \cdot r$
$176{,}625 = r^2 \cdot 3{,}14$ $= 2 \cdot 7{,}5$ cm
$\Rightarrow r = 7{,}5$ (cm) $= 15$ cm

(B) $A = \frac{a + c}{2} \cdot h$
$229{,}5 = \frac{30{,}4 + 20{,}6}{2} \cdot h$
$229{,}5 = 25{,}5 \cdot h$
$\Rightarrow 9$ (cm) $= h$

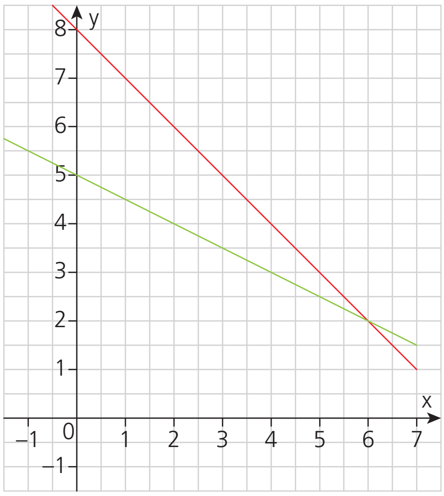
(C) $V = r^2 \cdot 3{,}14 \cdot h$
$1\,240{,}3 = 5^2 \cdot 3{,}14 \cdot h$
$1\,240{,}3 = 78{,}5 \cdot h$
$\Rightarrow 15{,}8$ (cm) $= h$

(D) $V = V_{Qu} + V_P$
$= a \cdot b \cdot c + \frac{c \cdot h}{2} \cdot h_k$
$= 25 \cdot 20 \cdot 5 + \frac{15 \cdot 5}{2} \cdot 20$
$= 2\,500 + 750$
$= 3\,250$ (cm^3)

b) Ⓐ $P = G \cdot p$
$98 = G \cdot 0{,}028$
$\Rightarrow 3\,500\ (€) = G$

Ⓑ $Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{12}$
$700 = \frac{K \cdot 0{,}021 \cdot 8}{12}$
$50\,000\ (€) = K$

Ⓒ $v = \frac{s}{t}$ $\quad 9{,}1\ \frac{m}{s} \cdot 3{,}6 = 32{,}76\ \frac{km}{h}$
$= \frac{800}{88}$ $\quad$ Der Autofahrer hat die zulässige
$\approx 9{,}1\ (\frac{m}{s})$ $\quad$ Höchstgeschwindigkeit eingehalten.

6 a) Ⓐ I $x + 2y = 10$ $\quad \Rightarrow y = -0{,}5x + 5$
II $x + y = 8$ $\quad \Rightarrow y = -x + 8$
Ⓑ


b) Ⓐ I $3x - 2y = 4$
II $3x - y = 5$ $\quad | \cdot (-1)$
II $-3x + y = -5$
I + II
$-y = -1$ $\quad | \cdot (-1)$
$y = 1$
$y = 1$ in I:
$3x - 2 \cdot 1 = 4$
$\Rightarrow x = 2$
L: (2 | 1)

Ⓑ I $8y + 10x = 4$
II $14y + 10x = 22$
I $10x = -8y + 4$
II $10x = -14y + 22$
I = II
$-8y + 4 = -14y + 22$
$\Rightarrow y = 3$
$y = 3$ in I:
$8 \cdot 3 + 10x = 4$
$\Rightarrow x = -2$
L: (–2 | 3)

7 a) Gleichungssystem:
Geranien: x $\quad$ Petunien: y
I $x + y = 16$
II $3x + 2y = 38$
I $x = -y + 16$
I in II:
$3 \cdot (-y + 16) + y = 38$
$\Rightarrow y = 10$
$y = 10$ in I:
$x + 10 = 16$
$\Rightarrow x = 6$ $\quad$ Anzahl Geranien: 6
L = {6; 10} $\quad$ Anzahl Petunien: 10

b) Gleichungssystem:
Erwachsene: x $\quad$ Kinder: y
I $2x + 3y = 41{,}5$
II $x + 2y = 24$
II $x = -2y + 24$
II in I:
$2\,(-2y + 24) + 3y = 41{,}5$
$\Rightarrow y = 6{,}5$
$y = 6{,}5$ in II:
$x + 2 \cdot 6{,}5 = 24$ $\quad$ Eintrittspreis
$\Rightarrow x = 11$ $\quad$ Erwachsene: 11,00 €

8 a) Gleichungssystem:
Preis Sorte Ⓐ: x $\quad$ Preis Sorte Ⓑ: y
I $3x + 2y = 5 \cdot 8{,}8$
II $3x + 5y = 8 \cdot 9{,}25$
I $3x = -2y + 44$
II $3x = -5y + 74$
I = II:
$-2y + 44 = -5y + 74$
$\Rightarrow y = 10$ $\quad$ Preis pro Kilogramm
$y = 10$ in I: $\quad$ Sorte Ⓐ: 8 €
$3x + 2 \cdot 10 = 44$ $\quad$ Sorte Ⓑ: 10 €
$\Rightarrow x = 8$ $\quad$ L: (8 | 10)

b) Gleichungssystem:
Preis Sorte „Exquisit“: x
Preis Sorte „Premium“: y
I $24x + 16y = (24 + 16) \cdot 10{,}8$
II $16x + 24y = (16 + 24) \cdot 9{,}8$
I $24x + 16y = 432$
II $16x + 24y = 392$
$\Rightarrow x = -1{,}5y + 24{,}5$
II in I:
$24\,(-1{,}5y + 24{,}5) + 16y = 432$
$\Rightarrow y = 9{,}75$
$y = 9{,}75$ in I einsetzen:
$24x + 16 \cdot 9{,}75 = 432$ $\quad$ Preis pro kg
$\Rightarrow x = 11{,}5$ $\quad$ Sorte „Exquisit“: 11,50 €
L: (11,5 | 9,75) $\quad$ Sorte „Premium“: 9,75 €

9 a) Gleichungssystem:
I $2a + 2b = 100$
II $a = b + 10$
II in I:
$2\,(b + 10) + 2b = 100$
$\Rightarrow b = 20$
$b = 20$ in II:
$a = 20 + 10$
$a = 30$ $\quad$ gewählte Seitenlängen:
L: (20 | 30) $\quad$ 20 cm und 30 cm

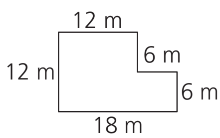
b) Gleichungssystem:
I $a = c + 3$
II $25{,}2 = \frac{a + c}{2} \cdot 4{,}2$
I in II:
$25{,}2 = \frac{c + 3 + c}{2} \cdot 4{,}2$
$25{,}2 = (2c + 3) \cdot 2{,}1$
$\Rightarrow 4{,}5 = c$
$c = 4{,}5$ in I:
$a = 4{,}5 + 3$
$a = 7{,}5$ $\quad$ Länge Seite a: 7,5 cm
L: (7,5 | 4,5) $\quad$ Länge Seite c: 4,5 cm

10 a) Ⓐ $x^2 = 42{,}25$
$\Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{42{,}25}$
$x_1 = 6{,}5 \quad x_2 = -6{,}5$

Ⓑ $16y^2 = 3\,844$
$\Rightarrow y_{1/2} = \pm\sqrt{240{,}25}$
$y_1 = 15{,}5 \quad y_2 = -15{,}5$

Ⓒ $5{,}5a^2 - 12{,}22 = 560$
$\Rightarrow a_{1/2} = \pm\sqrt{104{,}04}$
$a_1 = 10{,}2 \quad a_2 = -10{,}2$

Ⓓ $17x^2 + 65 = 12x^2 + 110$
$\Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{9}$
$x_1 = 3 \quad x_2 = -3$

b) $180 = a \cdot a + 2a \cdot 2a$ $\quad$ Außenmaße:
$180 = a^2 + 4\,a^2$
$180 = 5a^2$
$\Rightarrow a_{1/2} = \pm\sqrt{36}$
$a = 6$ (cm)


Seite 108/109

1 a) $9x - 2 + 17 - 8x - 12x - 19$
$= -11x - 4$

b) $9y - 5 - 7y - 18 + 12y - 12 - 23y$
$= -9y - 35$

c) $2(3x - 2) - (2 + 4x) \cdot 3$
$= 6x - 4 - 6 - 12x$
$= -6x - 10$

d) $(2{,}8y - 4{,}2) \cdot 3 - (-4{,}9 + 2{,}2y)$
$= 5{,}4y - 12{,}6 + 4{,}9 - 2{,}2y$
$= 3{,}2y - 7{,}7$

e) $4(1{,}5 + \frac{3}{4}x) - (2 - x) \cdot 4 - \frac{3}{5}$
$= 6 + 3x - 8 + 4x - 0{,}6$
$= 7x - 2{,}6$

f) $(12x - 18) \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \cdot (27x - 36)$
$= 2x - 3 + 6x - 8$
$= 8x - 11$

2 a) $(x + 3) \cdot (y + 2)$
$= xy + 2x + 3y + 6$

b) $(4 + a) \cdot (3 + b)$
$= 12 + 4b + 3a + ab$

c) $(x - 4) \cdot (y + 2)$
$= xy + 2x - 4y - 8$

d) $(6 + a) \cdot (b - 5)$
$= 6b - 30 + ab - 5a$

e) $(a - 7) \cdot (9 - b)$
$= 9a - ab - 63 + 7b$

f) $(8 - x) \cdot (1{,}5 - y)$
$= 12 - 8y - 1{,}5x + xy$

g) $(2x - 3) \cdot (3y + 6)$
$= 6xy + 12x - 9y - 18$

h) $(7x + 2) \cdot (7y - 3)$
$= 47xy - 21x + 14y - 6$

3

		-3	-2	-1	0	1	2
a)	$\frac{5}{x}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{2}$	-5	/	5	$\frac{5}{2}$
b)	$\frac{2}{x-2}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	-1	-2	/
c)	$\frac{6}{2x-8}$	$-\frac{6}{14}$	$-\frac{6}{12}$	$-\frac{6}{10}$	$-\frac{6}{8}$	-1	$-\frac{6}{4}$
d)	$\frac{3}{(x-1)(x+1)}$	$\frac{3}{8}$	1	/	-3	/	1

4 a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{9}{x} + \frac{6}{2x} = -4 \qquad | \cdot x$

$\frac{{}^1\cancel{x} \cdot 9}{{}_1\cancel{x}} + \frac{{}^1\cancel{x} \cdot \cancel{6}^3}{\cancel{2x}} = -4 \cdot x$

$9 + 3 = -4x$
$\Rightarrow -3 = x$

b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{7}{3x} - \frac{5}{6x} = -\frac{1}{4} \qquad | \cdot 6x$

$\frac{{}^2\cancel{6x} \cdot 7}{{}_1\cancel{3x}} - \frac{{}^1\cancel{6x} \cdot 5}{{}_1\cancel{6x}} = -\frac{{}^{1{,}5}\cancel{6x} \cdot 1}{\cancel{4}}$

$14 - 5 = -1{,}5x$
$\Rightarrow -6 = x$

c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{9}{2x} - 2 = \frac{3}{2x} + 4 \qquad | \cdot 2x$

$\frac{{}^1\cancel{2x} \cdot 9}{{}_1\cancel{2x}} - 2x \cdot 2 = \frac{{}^1\cancel{2x} \cdot 3}{{}_1\cancel{2x}} + 2x \cdot 4$

$9 - 4x = 3 + 8x$
$\Rightarrow x = 0{,}5$

d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{7}{3} + \frac{1 - 12x}{3x} = \frac{7}{x} \qquad | \cdot 3x$

$\frac{{}^1\cancel{3}x \cdot 7}{{}_1\cancel{3}} + \frac{{}^1\cancel{3x} \cdot (1 - 12x)}{{}_1\cancel{3x}} = \frac{{}^1 3\cancel{x} \cdot 7}{{}_1\cancel{x}}$

$7x + 1 - 12x = 21$
$-5x + 1 = 21$
$\Rightarrow x = -4$

e) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$

$\frac{100}{x + 2} - 1 = 9 \qquad | + 1$

$\frac{100}{x + 2} = 10 \qquad | \cdot (x + 2)$

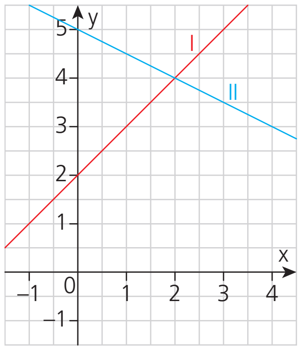
$100 = 10(x + 2)$
$100 = 10x + 20$
$80 = 10x$
$\Rightarrow 8 = x$

f) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-4; 3\}$

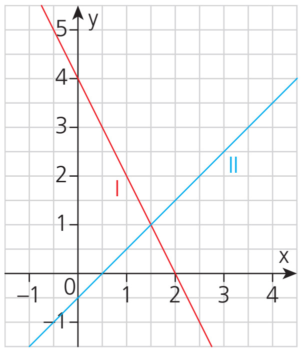
$\frac{4}{4 + x} = \frac{2}{x - 3} \qquad | \cdot (4 + x)(x - 3)$

$4(x - 3) = 2(4 + x)$
$4x - 12 = 8 + 2x \qquad | + 12 \quad | - 2x$
$2x = 20$
$\Rightarrow x = 10$

5 a) I $y - x = 2$
II $y - 5 = -0{,}5x$
I $y = x + 2$
II $y = -0{,}5x + 5$
Schnittpunkt:
S $(2|4)$



b) I $y - 4 = -2x$
II $-0{,}5 - y = -x$
I $y = -2x + 4$
II $y = x - 0{,}5$
Schnittpunkt:
S $(1{,}5|1)$



6 a) I $y = 8x - 4$
II $y = 14 + 3x$
I = II:
$8x - 4 = 14 + 3x$
$\Rightarrow x = 3{,}6$
$x = 3{,}6$ in I:
$y = 8 \cdot 3{,}6 - 4$
$y = 24{,}8$
L: $(3{,}6|24{,}8)$

b) I $2y + 3x = 12$
II $y = 2x - 15$
II in I:
$2(2x - 15) + 3x = 12$
$\Rightarrow x = 6$
$x = 6$ in I:
$2y + 3 \cdot 6 = 12$
$\Rightarrow y = -3$
L: $(6|-3)$

c) I $0{,}5x + y = 10$
II $-2x - y = -13$
I + II:
$-1{,}5x = -3$
$\Rightarrow x = 2$
$x = 2$ in I:
$0{,}5 \cdot 2 + y = 10$
$\Rightarrow y = 9$
L: $(2|9)$

d) I $22 = 4y + 2x$
II $4y + 5x = 31$
I $-4y = 2x - 22$
II $4y = -5x + 31$
I + II:
$0 = -3x + 9$
$\Rightarrow x = 3$
$x = 3$ in I:
$22 = 4y + 2 \cdot 3$
$\Rightarrow 4 = y$
L: $(3|4)$

7 a)
$$\begin{aligned} x^2 &= 169 \\ x_{1/2} &= \pm\sqrt{169} \\ x_1 &= 13 \qquad x_2 = -13 \end{aligned}$$
$L = \{-13;\ 13\}$

b)
$$\begin{aligned} 4x^2 &= 225 \\ \Rightarrow x_{1/2} &= \pm\sqrt{56{,}25} \\ x_1 &= 7{,}5 \qquad x_2 = -7{,}5 \end{aligned}$$
$L = \{-7{,}5;\ 7{,}5\}$

c)
$$\begin{aligned} 5y^2 - 38 &= 682 \\ \Rightarrow y_{1/2} &= \pm\sqrt{144} \\ y_1 &= 12 \qquad y_2 = -12 \end{aligned}$$
$L = \{-12;\ 12\}$

d)
$$\begin{aligned} 3y^2 + 4 &= 5y^2 - 68 \\ \Rightarrow y_{1/2} &= \pm\sqrt{36} \\ y_1 &= 6 \qquad y_2 = -6 \end{aligned}$$
$L = \{-6;\ 6\}$

8 a)
$$\begin{aligned} A_R &= 8 \cdot 6 \\ &= 48\ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} A_R &= (8 - x) \cdot (6 + y) \\ &= 48 - 8y - 6x - xy \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} A_R &= 6 \cdot 9 \\ &= 54\ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

9 a)
$$\begin{aligned} -9 \cdot (1 - x) + 15x &= 16 \cdot (x + 4{,}5) - 65 \\ -9 + 9x + 15x &= 16x + 72 - 65 \\ -9 + 24x &= 16x + 7 && \mid -16x \\ -9 + 8x &= 7 && \mid +9 \\ 8x &= 16 && \mid :8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 28y - (3 - 4y) \cdot 10 &= -40 + 6 \cdot (y - 7) - 42y \\ 28y - 30 + 40y &= -40 + 6y - 42 - 42y \\ 68y - 30 &= -82 - 36y && \mid +36y \\ 104y - 30 &= -82 && \mid +30 \\ 104y &= -52 && \mid :104 \\ y &= -0{,}5 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 82 - (44{,}5 + 0{,}625x) : 0{,}25 &= (-2) \cdot (-6{,}5x + 17) \\ 82 - 178 - 2{,}5x &= 13x - 34 \\ -96 - 2{,}5x &= 13x - 34 && \mid -13x \\ -96 - 15{,}5x &= -34 && \mid +96 \\ -15{,}5x &= 62 && \mid :(-15{,}5) \\ x &= -4 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} \tfrac{x}{2} - 4 \cdot (7 - x) &= \tfrac{1}{5} \cdot (75 - 3x) + 8 \\ 0{,}5x - 28 + 4x &= 0{,}2 \cdot (75 - 3x) + 8 \\ 4{,}5x - 28 &= 15 - 0{,}6x + 8 \\ 4{,}5x - 28 &= 23 - 0{,}6x && \mid +0{,}6x \\ 5{,}1x - 28 &= 23 && \mid +28 \\ 5{,}1x &= 51 && \mid :5{,}1 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} \frac{7x - 18}{2} - 3x &= \frac{2x - 4}{6} - \frac{1}{8} \cdot (4x - 16) + 3 && \mid \cdot 24 \\ {}^{12}\frac{\cancel{24} \cdot (7x - 18)}{{}_{1}\cancel{2}} - 24 \cdot 3x &= {}^{4}\frac{\cancel{24} \cdot (2x - 4)}{{}_{1}\cancel{6}} - {}^{3}\frac{\cancel{24} \cdot 1}{{}_{1}\cancel{8}} \cdot (4x - 16) + 24 \cdot 3 \\ 12 \cdot (7x - 18) - 72x &= 4 \cdot (2x - 4) - 3 \cdot (4x - 16) + 72 \\ 84x - 216 - 72x &= 8x - 16 - 12x + 48 + 72 \\ 12x - 216 &= -4x + 104 && \mid +4x \\ 16x - 216 &= 104 && \mid +216 \\ 16x &= 320 && \mid :16 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} \frac{3}{8} \cdot (12x - 16) - \frac{x}{2} - 12 &= \frac{3}{4} - \frac{5}{4} \cdot (4 - x) && \mid \cdot 8 \\ {}^{1}\frac{\cancel{8} \cdot 3}{{}_{1}\cancel{8}} \cdot (12x - 16) - {}^{4}\frac{\cancel{8} \cdot x}{{}_{1}\cancel{2}} - 8 \cdot 12 &= {}^{2}\frac{\cancel{8} \cdot 3}{{}_{1}\cancel{4}} - {}^{2}\frac{\cancel{8} \cdot 5}{{}_{1}\cancel{4}} \cdot (4 - x) \\ 3 \cdot (12x - 16) - 4x - 96 &= 6 - 10 \cdot (4 - x) \\ 36x - 48 - 4x - 96 &= 6 - 40 + 10x \\ 32x - 144 &= -34 + 10x && \mid -10x \\ 22x - 144 &= -34 && \mid +144 \\ 22x &= 110 && \mid :22 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

10 a)
$$\begin{aligned} V_{Qu} &= a \cdot b \cdot c \\ 88 &= 5{,}5 \cdot 4 \cdot c \\ \Rightarrow 4\ (\text{cm}) &= c \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} V_Z &= r^2 \cdot 3{,}14 \cdot h_K \\ 141{,}3 &= r^2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \\ \Rightarrow 3\ (\text{cm}) &= r \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} V_{Pr} &= \tfrac{g \cdot h}{2} \cdot h_K \\ 101{,}4 &= \tfrac{g \cdot 4}{2} \cdot 7{,}8 \\ \Rightarrow 6{,}5\ (\text{cm}) &= g \end{aligned}$$

11 Beispiel Rechenfrage:
Wie viel Gewinn erzielte jede der drei größten Attraktionen?
Beispiel:
Westernarena: x

Attraktion	Western-arena	Wildwas-serbahn	Drachenlooping
Gewinn pro Attraktion (€)	x	$3x + 2\,400$	$(x + 3x + 2\,400) : 2$
Gewinn insgesamt (€)	97 200		

Gleichung:
$$\begin{aligned} x + 3x + 2\,400 + (4x + 2\,400) : 2 &= 97\,200 \\ x + 3x + 2\,400 + 2x + 1\,200 &= 97\,200 \\ 6x + 3\,600 &= 97\,200 \\ \Rightarrow x &= 15\,600 \end{aligned}$$

Gewinn jeder Attraktion:
Westernarena: 15 600 € Wildwasserbahn: 49 200 €
Drachenlooping: 32 400 €

12 Gleichungssystem:
Beispiel:
Alter Sohn: x Alter Mutter: y

I $x + y = 62$
II $(x + 3) \cdot 3 = y + 3$
I $x + y = 62$
$\Rightarrow x = 62 - y$
$x = 62 - y$ in II:
$(62 - y + 3) \cdot 3 = y + 3$
$\Rightarrow y = 48$
$y = 48$ in I:
$x + 48 = 62$ Alter Sohn: 14 Jahre
$x = 14$ Alter Mutter: 48 Jahre

13 Beispiel Gleichungssystem:
I $x - y = 15$
II $3x + 5y = 29$
I $x - y = 15$
$x = 15 + y$
$x = 15 + y$ in II:
$3\,(15 + y) + 5y = 29$
$\Rightarrow y = -2$
$y = -2$ in I:
$x - (-2) = 15$
$\Rightarrow x = 13$
L: $(13\,|\,-2)$

14 Beispiel Gleichungssystem:
I $x + y = 25$
II $2x + 4y = 60$
I $x + y = 25$
$x = 25 - y$
$x = 25 - y$ in II:
$2\,(25 - y) + 4y = 60$
$\Rightarrow y = 5$
$y = 5$ in I:
$x + 5 = 25$
$\Rightarrow x = 20$ Anzahl Zweibettzimmer: 20
L: $(20\,|\,5)$ Anzahl Vierbettzimmer: 5

15 a) Gleichungssystem:
I $x + y = 160$
II $1{,}5x = y$
y in I:
$x + 1{,}5x = 160$
$\Rightarrow x = 64$
x = 64 in I:
$64 + y = 160$
$\Rightarrow y = 96$
L: (64|96)
Länge Diagonale x: 64 cm
Länge Diagonale y: 96 cm

b) Gleichungssystem:
I $a = b - 26{,}3$
II $2a + 2b = 233{,}8$
I in II:
$2\,(b - 26{,}3) + 2b = 233{,}8$
$\Rightarrow b = 71{,}6$
b = 71,6 in I:
$a = 71{,}1 - 26{,}3$
$= 45{,}3$ Länge Seite a: 45,3 cm
L: (45,3|71,6) Länge Seite b: 71,6 cm

Seite 110

1 a) $24x + 13 - 9x - 22 - 16x + 8$
$= 24x - 9x - 16x + 13 - 22 + 8$
$= -x - 1$

b) $8 \cdot (4y - 2) - (3y + 4) \cdot 12$
$= 32y - 16 - 36y - 48$
$= 32y - 36y - 16 - 48$
$= -4y - 64$

c) $(x - 5) \cdot (7 + y) - 8 + 6z$
$= 7x + xy - 35 - 5y - 8 + 6z$
$= 7x - 5y + 6z - 43 + xy$

d) $4\,(\frac{4}{5}\,y + 6) - (\frac{3}{10}y - 6) \cdot 5$
$= 3{,}2y + 24 - 1{,}5y + 30$
$= 1{,}7y + 54$

2 a) $42y - (3 + 21y) \cdot 2 + 6 = 6 - y - 4$
$42y - 6 - 42y + 6 = 2 - y$
$0 = 2 - y$
$\Rightarrow y = 2$

b) $\frac{2x - 3}{2} + 3{,}5 = \frac{4}{3}(2x + 3) - x - \frac{x + 6}{2}$ $\quad | \cdot 6$
$\frac{{}^{3}\cancel{6} \cdot (2x - 3)}{{}_{1}\cancel{2}} + 6 \cdot 3{,}5 = \frac{{}^{2}\cancel{6} \cdot 4}{{}_{1}\cancel{3}}(2x + 3) - 6 \cdot x - \frac{{}^{3}\cancel{6} \cdot (x + 6)}{{}_{1}\cancel{2}}$
$3\,(2x - 3) + 21 = 8\,(2x + 3) - 6x - 3\,(x + 6)$
$6x - 9 + 21 = 16x + 24 - 6x - 3x - 18$
$6x + 12 = 7x + 6$
$\Rightarrow x = 6$

3 a) $8x^2 - 3{,}5 = 14{,}5$
$\Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{2{,}25}$
$x_1 = 1{,}5 \qquad x_2 = -1{,}5$
L = {1,5; –1,5}

b) $4y^2 + 8 = 8$
$\Rightarrow y = 0$
L = {0}

c) $2x^2 + 20 = -108$
$\Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{-64}$
L = Ø

4 a) $A_P = g \cdot h$
$49{,}5 = 5{,}5 \cdot h \qquad |:5{,}5$
$9\ (\text{cm}) = h$

b) $A_D = \frac{g \cdot h}{2}$
$20{,}52 = \frac{g \cdot 5{,}4}{2}$
$\Rightarrow 7{,}6\ (\text{cm}) = g$

c) $A_T = \frac{a + c}{2} \cdot h$
$40{,}5 = \frac{a + 5}{2} \cdot 3$
$\Rightarrow 22\ (\text{cm}) = a$

5 a) $V_{Qu} = a \cdot b \cdot c$
$120 = a \cdot 5 \cdot 4$
$\Rightarrow 6\ (\text{cm}) = a$

b) $V_{Pr} = \frac{g \cdot h}{2} \cdot h_K$
$120 = \frac{8 \cdot h}{2} \cdot 7{,}5$
$4\ (\text{cm}) = h$

6

	Metal	Rock	Hip Hop	Techno
Anzahl	$\frac{1}{6}x$	$\frac{1}{3}x$	$\frac{1}{3}x + 28$	38
insgesamt		x		

Gleichung: $\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + 28 + 38 = x$
$\frac{5}{6}\,x + 66 = x$
$\Rightarrow x = 396$

Entscheidung der befragten Gäste
Metal: 66
Rock: 132
Hip Hop: 160
Techno: 38
insgesamt: 396

7 a) I $x + 3y = 57 \qquad | \cdot 2$
II $3x - 6y = -54$
I $2x + 6y = 114$
I + II:
$5x = 60$
$x = 12$
x = 12 in I:
$12 + 3y = 57$
$\Rightarrow y = 15$
L: (12|15)

b) I $2x + 3y = 9$
II $-3x + 2y = 19$
I $2x + 3y = 9$
$\Rightarrow x = 4{,}5 - 1{,}5y$
x = 4,5 – 1,5y in II:
$-3\,(4{,}5 - 1{,}5y) + 2y = 19$
$\Rightarrow y = 5$
y = 5 in I:
$2x + 3 \cdot 5 = 9$
$\Rightarrow x = -3$
L = {–3; 5}

c) I $3y = x + 16$
II $8y = 10x + 28$
I $3y = x + 16$
$\Rightarrow x = 3y - 16$
I in II:
$8y = 10\,(3y - 16) + 28$
$\Rightarrow y = 6$
$y = 6$ in I:
$3 \cdot 6 = x + 16$
$\Rightarrow 2 = x$
L: $(2\,|\,6)$

8 a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
$\frac{20}{x} - 13 = -9 \quad | \cdot x$
$20 - 13x = -9x$
$\Rightarrow 5 = x$
b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
$\frac{2}{x} + 2 = \frac{1}{2x} + 2{,}75 \quad | \cdot 2x$
$4 + 4x = 1 + 5{,}5x$
$\Rightarrow x = 2$
c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$
$\frac{4}{3x - 9} = \frac{13}{x - 3} + 1 \quad | \cdot 3\,(x - 3)$
$\frac{3(x-3) \cdot 4}{3(x-3)} = \frac{3(x-3) \cdot 13}{x-3} + 3\,(x - 3) \cdot 1$
$4 = 39 + 3x - 9$
$\Rightarrow -8\frac{2}{3} = x$

9 a) Gleichungssystem:
I $5x + 3y = 9{,}4$
II $2x + 1{,}5y = 4{,}15 \quad | \cdot (-2)$
II $-4x - 3y = -8{,}3$
I + II:
$x = 1{,}1$
$x = 1{,}1$ in I:
$5 \cdot 1{,}1 - 3y = 9{,}4$
$\Rightarrow y = 1{,}3$
L: $(1{,}1\,|\,1{,}3)$

Preis pro kg:
Äpfel: 1,10 €
Orangen: 1,30 €

b) I $\frac{(c + 5) \cdot (h + 2)}{2} = \frac{c \cdot h}{2} + 65$
II $\frac{c + 3) \cdot (h - 2)}{2} = \frac{c \cdot h}{2} - 7$
I $\frac{(c + 5) \cdot (h + 2)}{2} = \frac{c \cdot h}{2} + 65 \quad | \cdot 2$
$(c + 5) \cdot (h + 2) = c \cdot h + 130$
$ch + 2c + 5h + 10 = ch + 130$
$\Rightarrow c = 60 - 2{,}5h$
II $\frac{c + 3) \cdot (h - 2)}{2} = \frac{c \cdot h}{2} - 7 \quad | \cdot 2$
$(c + 3) \cdot (h - 2) = ch - 14$
$ch - 2c + 3h - 6 = ch - 14$
$\Rightarrow c = 1{,}5h + 4$
I = II:
$60 - 2{,}5h = 1{,}5h + 4$
$\Rightarrow h = 14$
$h = 14$ in I:
$c = 60 - 2{,}5 \cdot (14)$
$c = 25$
L: $(25\,|\,14)$

Grundseite: 25 cm
Höhe: 14 cm

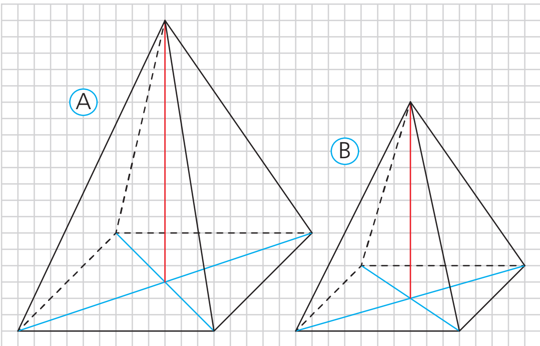
Geometrie 2

Seite 130/131

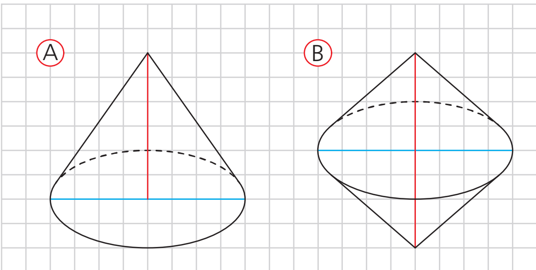
1 a) A dreiseitiges Prisma; B Zylinder
C Kegel; D Pyramide
E Quader; F Kegel
b) A Pyramide (quadrat. bzw. rechteckig)
B Kegel
C Sechseckprisma bzw. sechseitiges Prisma
D dreiseitiges Prisma

2 a) Pyramide: Netz A und C
Das Körpernetz B gehört zu einem fünfseitigen Prisma.
b) Kegel-Seitenansicht: B und E
Kegel-Draufsicht: D
Kegel-Ansicht von unten: F

3 a)

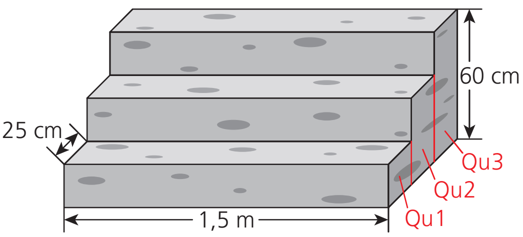


b)



4 a) A $G = 3 \cdot 1{,}5 = 4{,}5\ (cm^2)$
$V_{Pr} = 4{,}5 \cdot 8 = 36\ (cm^3)$
B $G = \frac{3 \cdot 1{,}5}{2} = 2{,}25\ (cm^2)$
$V_{Pr} = 2{,}25 \cdot 8 = 18\ (cm^3)$

b)



Volumen der Treppe:
$V = V_{Qu1} + V_{Qu2} + V_{Qu3}$

$V = 1{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}2 + 1{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}4 + 1{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}6$
$V = 0{,}45\ (m^3) = 450\ (dm^3)$
Gewicht der Treppe:
$m = 450 \cdot 2{,}7 = 1\,215\ (kg)$

5 a) $V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 10{,}5 \cdot 6 \cdot 7{,}25 = 152{,}25\ (cm^3)$
b) $A_G = 6{,}25\ cm^2$ $V_{Py} = 13{,}23\ cm^3$
$a = 17\ cm$ $V_{Py} = 1\,348{,}7\ cm^3$
$A_G = 1{,}44\ m^2$ $h_K = 15\ m$

	a	A_G	h_K	V_{Py}	O_{Py}
A	2,5 cm	6,25 cm²	6,35 cm	13,23 cm³	38,6 cm²
B	17 cm	289 cm²	14,0 cm	1 348,7 cm³	846,2 cm²
C	1,2 m	1,44 m²	15 m	7,2 m³	37,44 m²

6 a) $V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot 4{,}8 \cdot 4{,}8 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}25 \approx 198{,}95\ cm^3$
b) $345 = \frac{1}{3} \cdot r \cdot r \cdot 3{,}14 \cdot 12$
$345 = r \cdot r \cdot 12{,}56$
$\Rightarrow r \approx 5{,}24\ cm$

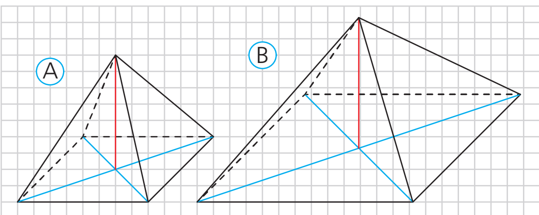
7 a) $V = V_z + V_{Ke}$
$V = 16 \cdot 16 \cdot 3{,}14 \cdot 20 + \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 16 \cdot 3{,}14 \cdot 24$
$V = 16\,076{,}8 + 6\,430{,}72$
$V = 22\,507{,}52\ (cm^3)$
b) $V_{Ⓐ} = V_{Ⓑ} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 = 36\ (cm^3)$
$V_{Ⓒ} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 72\ (cm^3)$

8 a) Formel in C7 : =C3*C3*3,14*C4
Formel in C8: =(C3*C3*3,14*C5)/3
Formel in C9: =C7+C8
b) Formel in C6: =(2/3)*C3*C3*C4

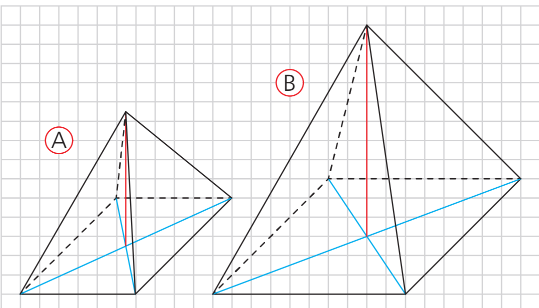
Seite 132/133

1 Pyramide: Netze A, C
Kegel: Netze D, E

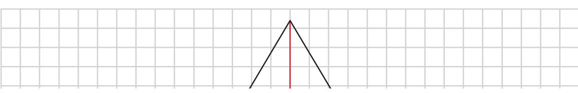
2 a) quadratische Pyramide:



b) rechteckige Pyramide:



3



4

	Quadrat	Rechteck
a)	$V_{Py} = 1\,300\ cm^3$	$V_{Py} = 3\,456\ cm^3$
b)	$V_{Py} = 125\,000\ cm^3$	$V_{Py} = 87\,360\ cm^3$

	Dreieck	regelmäßiges Vieleck
a)	$V_{Py} = 30\ cm^3$	$V_{Py} = 45\ cm^3$
b)	$V_{Py} = 150\ cm^3$	$V_{Py} = 144\ cm^3$

5 a) $V_{Ke} = 188{,}3\ cm^3$
$O_{Ke} = 260{,}2\ cm^2$
b) $V_{Ke} = 1\,373{,}8\ cm^3$
$O_{Ke} = 1\,081{,}73\ cm^2$

6 a) A $V_{Py} = 96\ cm^3$ $O_{Py} = 138{,}48\ cm^3$
B $V_{Py} = 674{,}47\ cm^3$ $O_{Py} = 508{,}07\ cm^3$
b) A $V_{Py} = 56\ cm^3$ $O_{Py} = 198{,}84\ cm^3$
B $V_{Py} = 64{,}68\ cm^3$ $O_{Py} = 123{,}71\ cm^3$

7 A $V = V_Z + V_{Ke}$
$= 5 \cdot 5 \cdot 3{,}14 \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3{,}14 \cdot 8$
$\approx 785 + 209{,}3$
$\approx 994{,}3\ (cm^3)$
B $V = V_{Ke\ oben} + V_{Ke\ unten}$
$= \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3{,}14 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3{,}14 \cdot 5$
$= 56{,}52 + 47{,}1$
$= 103{,}62\ (cm^3)$
C $V = V_{Qu} + V_{Py}$
$= 10 \cdot 6 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 6 \cdot 11$
$= 240 + 220$
$= 460\ (cm^3)$
D $V = V_W + V_{Py}$
$= 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 2$
$= 3{,}375 + 1{,}5$
$= 4{,}875\ (cm^3)$

8 $V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 9 = 27\ (cm^3)$
$V_{QuⒶ} = 3 \cdot 3 \cdot 4{,}5 = 40{,}5\ (cm^3)$
$V_{QuⒷ} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27\ (cm^3)$
$V_{QuⒸ} = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18\ (cm^3)$
Der Quader B hat das gleiche Volumen wie die Pyramide.

9 A $V_{Qu} = 30 \cdot 30 \cdot 60 = 54\,000\ (cm^3)$
$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 30 \cdot 60 = 18\,000\ (cm^3)$
$V_{Abfall} = 36\,000\ cm^3$ $p_{Abfall} \approx 66{,}7\ \%$
B $V_{Qu} = 30 \cdot 30 \cdot 60 = 54\,000\ (cm^3)$
$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15 \cdot 3{,}14 \cdot 60 = 14\,130\ (cm^3)$
$V_{Abfall} = 39\,870\ cm^3$ $p_{Abfall} \approx 73{,}8\ \%$
C $V_{Qu} = 30 \cdot 30 \cdot 60 = 54\,000\ (cm^3)$
$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30 \cdot 60 = 9\,000\ (cm^3)$
$V_{Abfall} = 45\,000\ cm^3$ $p_{Abfall} \approx 83{,}3\ \%$

10 A $O_{Ke} \approx 339{,}12\ cm^2$
B $O_{Ke} \approx 272{,}9\ cm^2$

11 a) $V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3{,}14 \cdot 12 = 314\ cm^3$
$s = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\ (cm)$
$O_{Ke} = 5^2 \cdot 3{,}14 + 5 \cdot 3{,}14 \cdot 13 = 282{,}6\ (cm^2)$
b) $771{,}34 = \frac{1}{3} \cdot 8{,}5 \cdot 8{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot h_K$
$\Rightarrow 10{,}2\ (cm) \approx h_K$
$s = \sqrt{8{,}5^2 + 10{,}2^2} = 13{,}3\ (cm)$
$O_{Ke} = 8{,}5^2 \cdot 3{,}14 + 8{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot 13{,}3 = 581{,}8\ (cm^2)$

c) $23550 = \frac{1}{3} \cdot r \cdot r \cdot 3{,}14 \cdot 25$
$900 = r \cdot r$
$30\ (mm) = r$
$s = \sqrt{30^2 + 25^2} = 39{,}1\ (cm)$
$O_{Ke} = 30^2 \cdot 3{,}14 + 30 \cdot 3{,}14 \cdot 39{,}1 = 6\,509{,}2\ (mm^2)$

d) $2{,}17 = \frac{1}{3} \cdot r \cdot r \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}44$
$\Rightarrow 1{,}2\ (m) \approx r$
$s = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}44^2} = 1{,}87\ (cm)$
$O_{Ke} = 1{,}2^2 \cdot 3{,}14 + 1{,}2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}87 = 11{,}6\ (cm^2)$

12 a) $G = 2{,}5 \cdot 2{,}5 = 6{,}25\ (cm^2)$
$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 6 = 12{,}5\ (cm^3)$
$h_a^2 = h_K^2 + (\frac{a}{2})^2$
$h_a^2 = 6^2 + 1{,}25^2$
$\Rightarrow h_a \approx 6{,}1\ (cm)$
$O_{Py} = 6{,}25 + 4 \cdot 6{,}1 \cdot 1{,}25 : 2 = 21{,}5\ (cm^2)$

b) $a = \sqrt{289} = 17\ (cm)$
$h_a^2 = h_K^2 + (\frac{a}{2})^2$
$h_a^2 = 14^2 + 8{,}5^2$
$\Rightarrow h_a \approx 16{,}38\ (cm)$
$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 17 \cdot 17 \cdot 14 \approx 1\,348{,}7\ (cm^3)$
$O_{Py} = 289 + 4 \cdot 16{,}38 \cdot 8{,}5 : 2 = 567{,}46\ (cm^2)$

c) $G = 8 \cdot 8 = 64\ (cm^2)$
$h_K^2 = h_a^2 - (\frac{a}{2})^2$
$h_K^2 = 7^2 - 4^2$
$\Rightarrow h_K \approx 5{,}74\ (cm)$
$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 8 \cdot 5{,}74 \approx 122{,}45\ (cm^3)$
$O_{Py} = 64 + 4 \cdot 7 \cdot 4 : 2 = 120\ (cm^2)$

13 Werkstück A:
$V = V_W - 2 \cdot V_{Py}$
$V = 15 \cdot 15 \cdot 15 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15 \cdot 5{,}4$
$V = 3\,375 - 810$
$V = 2\,562\ (cm^3)$
Gewicht:
$m = 2\,565 \cdot 7{,}8 = 20\,007\ (g) \approx 20\ (kg)$
Werkstück B:
$V = V_{Py\ groß} - V_{Py\ klein}$
$V = 13 \cdot 4{,}8 \cdot 4{,}8 \cdot 7 - \frac{1}{3} \cdot 2{,}4 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}5$
$V = 53{,}76 - 6{,}72$
$V = 47{,}04\ (cm^3)$
Gewicht:
$m = 47{,}04 \cdot 7{,}8 \approx 366{,}9\ (g)$

14 Höhe des Bestimmungsdreiecks:
$h^2 = 4^2 - 2^2$
$\Rightarrow h \approx 3{,}46\ (cm)$
$G = \frac{4 \cdot 3{,}46}{2} \cdot 6 = 41{,}52\ (cm^2)$
Hinweis:
Die Berechnung der Grundfläche kann auch mithilfe der Formel aus der Formelsammlung erfolgen.
Flächeninhalt eines regelmäßigen Sechsecks mithilfe der Formel:
$A = \frac{3}{2}a^2 \cdot \sqrt{3} \cdot 6$
$A = \frac{3}{2} \cdot 4^2 \cdot \sqrt{3} \approx 41{,}57\ (cm^2)$

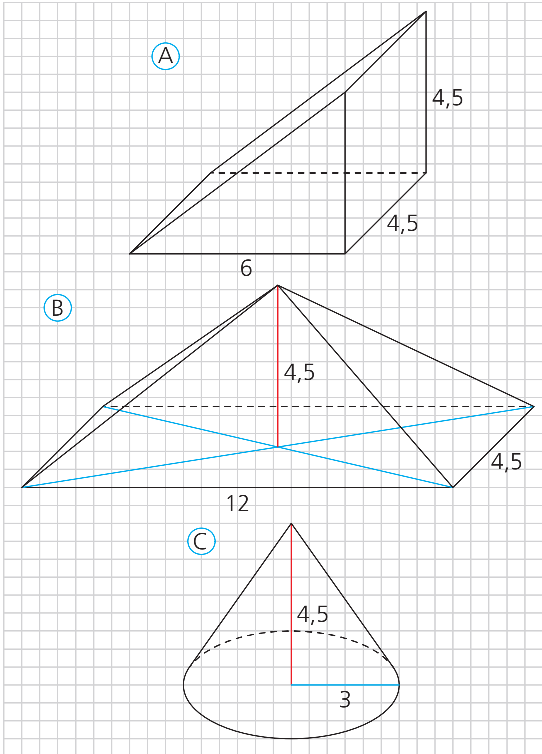
$V_{Pr} = G \cdot h_K$
$V_{Pr} = 41{,}57 \cdot 8 = 332{,}56\ (cm^3)$
$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 332{,}56 = 110{,}85\ (cm^3)$
$V_{Restkörper} = V_{Pr} - V_{Py} = 221{,}71\ (cm^3)$
Gewicht des Restkörpers:
$m = 221{,}71 \cdot 2{,}7 \approx 598{,}6\ (g)$

15 Der Radius der Grundfläche des Kegels ist halb so groß wie der Radius des Kreises, auf dem er sich bewegt. Er dreht sich also zweimal um seine Achse.

Seite 134

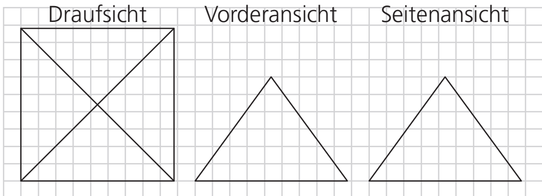
1 a) A dreiseitiges Prisma
B rechteckige Pyramide
C Kegel

b) Schrägbilder im Maßstab 3 : 1, d. h. alle Seitenlängen sind dreimal so lang wie in den Ansichten zu a):



2 a) $O_{Py} = 52{,}1\ cm^2$ $V_{Py} = 19{,}36\ cm^3$

b)

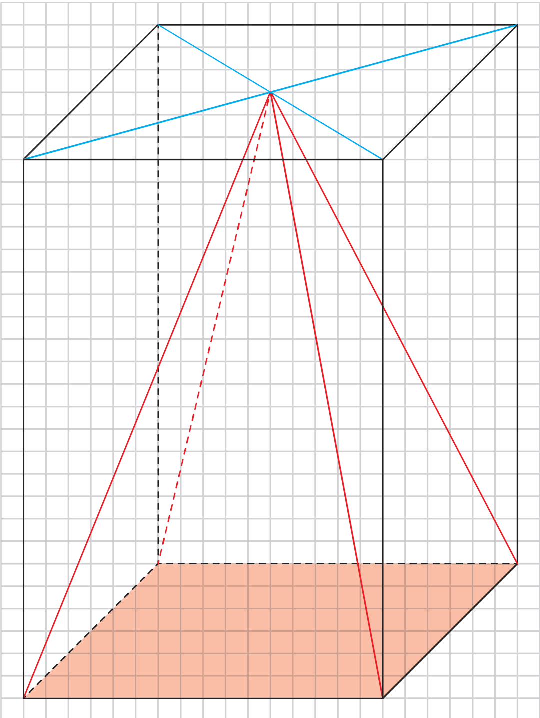


3 a) A: $O_{Py} = 93{,}96\ cm^2$ $V_{Py} \approx 51{,}03\ cm^3$
B: $O_{Ke} = 54{,}56\ cm^2$ $V_{Ke} = 75{,}36\ cm^3$

b) Volumen des Kegels mit doppeltem Radius:
$V_{Ke} = 301{,}44\ cm^3$
Das Volumen wird vervierfacht.

4 $G = \frac{32 \cdot 27{,}7}{2} \cdot 6 = 2\,659{,}2\ (cm^2)$
$V_{Pr} = 2\,659{,}2 \cdot 180 = 478\,656\ (cm^3)$
Gewicht der Säule:
$m = 478\,656 \cdot 2{,}7$
$m = 1\,292\,371{,}2\ (g) \approx 1\,292\ (kg)$

5 a)



Volumen des Restkörpers:

$V = V_{Qu} - V_{Py}$

$= 8 \cdot 6 \cdot 12 - \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 6 \cdot 12$

$= 576 - 192 = 384\ (cm^3)$

oder: $V = \frac{2}{3}\ V_{Qu}$

$= \frac{2}{3} \cdot 8 \cdot 6 \cdot 12$

$= 384\ (cm^3)$

6 a) $V = V_Z - V_{Ke}$

$V = 12 \cdot\ 2 \cdot 3{,}14 \cdot 28 - \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 12 \cdot 3{,}14 \cdot 15$

$V = 12\,660{,}48 - 2\,260{,}80 = 10\,399{,}68\ (cm^3)$

b) $V = V_{Qu\ groß} + V_{Py} - V_{Qu\ klein}$

$V = 24 \cdot 10 \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 12 - 14 \cdot 6 \cdot 10$

$V = 2\,400 + 400 - 840 = 1\,960\ (cm^3)$

7 Bedarf für einen Kegel: $O_{Ke} = 836{,}50\ cm^2$

Bedarf für 22 Kegel: $836{,}50\ cm^2 \cdot 22 = 18\,403\ cm^2$

Bedarf inklusive Verschnitt:

$18\,403 : 0{,}8 = 23\,003{,}75\ (cm^2) = 2{,}3\ (m^2)$

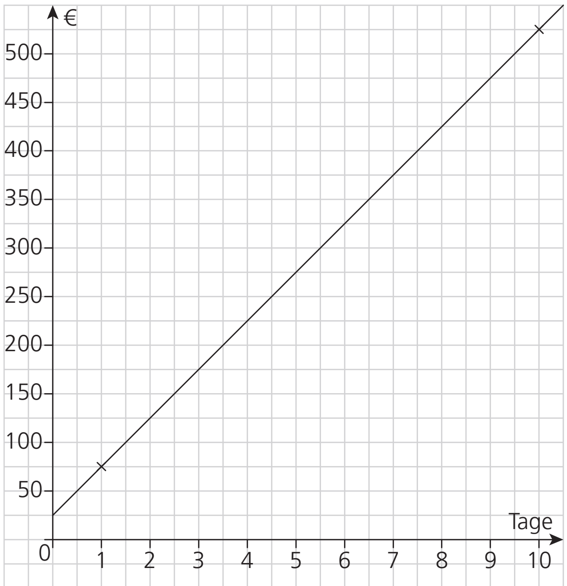
Funktionale Zusammenhänge

Seite 160/161

1 a) A

Nächte	Preis (€)
1	75
2	125
3	175
4	225
5	275
6	325
7	375
8	425
9	475
10	525

B



b) stündliche Abnahme Kerze A:
15 cm – 7,5 cm = 7,5 cm
7,5 cm : 3 = 2,5 cm
Anfangshöhe Kerze A:
15 cm + 2 · 2,5 cm = 20 cm
Brenndauer Kerze A:
20 : 2,5 = 8 (Stunden)
stündliche Abnahme Kerze B:
16 cm – 10 cm = 6 cm
6 cm : 3 = 2 cm
Anfangshöhe Kerze B:
16 cm + 2 · 2 cm = 20 cm
Brenndauer Kerze B:
20 : 2 = 10 (Stunden)

2 a) A

x	0	1	2	3	4
y	0	3,7	7, 4	11,1	14,8

B

x	0	1	2	3	4
y	0	0,75	1,5	2,25	3

b) A $y = 2{,}7 \cdot x - 2$

B $y = 0{,}25 \cdot x + 1{,}5$

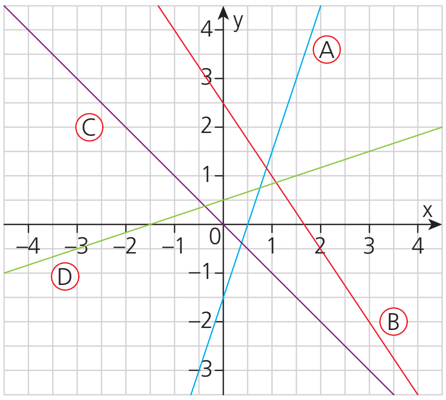
3 a) A $y = 0{,}5 \cdot x + 1$

B $y = 2 \cdot x - 2$

C $y = -\frac{5}{6} \cdot x + 2{,}5$

D $y = -1{,}5 \cdot x - 0{,}5$

b)



4 a) Ⓐ $2x + 1 = x + 2$
$x = 1$
$y = 1 + 2$
$y = 3$
$S\,(1|3)$

Ⓑ Zeichnerische Überprüfung

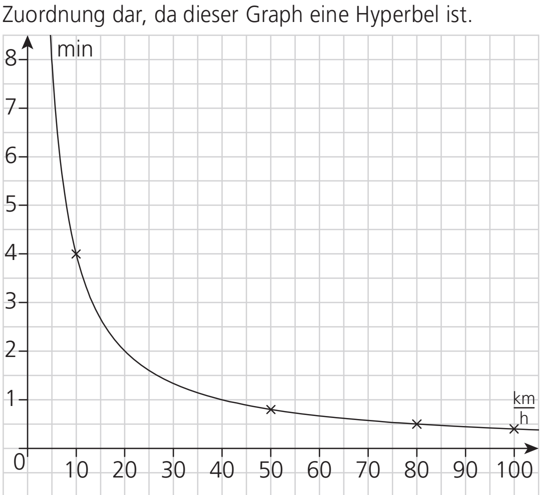
b) Ⓐ f_1: $3x - 1{,}5y = 1{,}5$
$-1{,}5\,y = -3x + 1{,}5$
$y = 2x - 1$
f_2: $0 = -2{,}5x + 5 - 2{,}5y$
$2{,}5y = -2{,}5x + 5$
$y = -x + 2$
$2x - 1 = -x + 2$
$3x = 3$
$x = 1$
$y = 2 - 1$
$y = 1$
$S\,(1|1)$

Ⓑ Zeichnerische Überprüfung

5 a) Wenn 12 Arbeiter zum Ernten eines Himbeerfeldes 16 Stunden brauchen, dann braucht ein Arbeiter für das ganze Feld 12-mal so lange, also 16 Stunden · 12 = 192 Stunden. Wenn ein Arbeiter 192 Stunden braucht, dann brauchen acht Arbeiter den 8. Teil, also 192 Stunden : 8 = 24 Stunden.

b) Ⓐ Hier liegt keine umgekehrt proportionale Zuordnung vor, da zur doppelten Anzahl der Pralinen das doppelte Gewicht gehört usw. Die Zuordnung ist somit proportional.
Ⓑ Hier liegt eine umgekehrt proportionale Zuordnung vor, da sich der Gewinn pro Person bei der doppelten Anzahl der Spieler halbiert, bei der dreifachen Anzahl der Spieler drittelt, usw.

6 a) Der Graph Ⓓ stellt eine umgekehrt proportionale Zuordnung dar, da dieser Graph eine Hyperbel ist.

b)


Benötigte Zeit bei 10 $\frac{km}{h}$: 4 min
Benötigte Zeit bei 50 $\frac{km}{h}$: 0,8 min = 48 s
Zeit bei 100 $\frac{km}{h}$: 0,4 min = 24 s

7 a)

Personen	Flyer
1	240
2	120
5	48
10	24
24	10

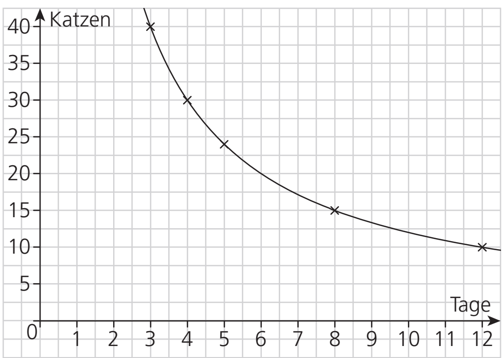
b)

Länge	Breite	Flächeninhalt
10 cm	6 cm	60 cm²
5 cm	12 cm	60 cm²
15 cm	4 cm	60 cm²
20 cm	3 cm	60 cm²

8 a) Ⓐ

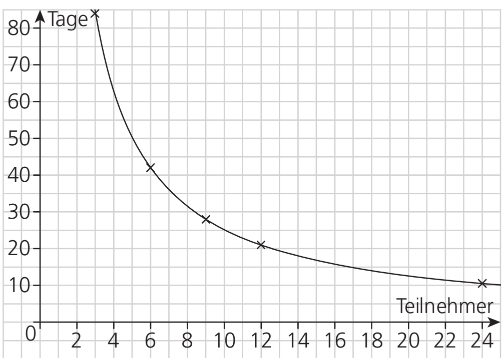
Anzahl Katzen	3	4	5	8	12
Anzahl Tage	40	30	24	15	10

Ⓑ $y = 120 : x$



b) Ⓐ $y = 252 : x$

Teilnehmer	Anzahl Tage
3	84
6	42
9	28
12	21
24	10,5

Ⓑ


Seite 162/163

1

	linear	proportional	umgekehrt prop.
a)	x	x	-
b)	-	-	-
c)	x	x	-
d)	-	-	x
e)	x	-	-
f)	-	-	x

Bei der Zuordnung zu b) Alter eines Kindes → Größe liegt kein gesetzmäßiger Zusammenhang vor.
Begründung proportionale Zuordnung a) und c):
Zur doppelten Menge (zur doppelten Stundenzahl) gehört auch der doppelte Preis usw. Der Graph ist eine vom Nullpunkt ausgehende Halbgerade. Jede proportionale Zuordnung ist ein Spezialfall einer linearen Zuordnung.
Begründung lineare Zuordnung e):
Zur doppelten Strecke gehören die doppelten Kosten etc. Da die Grundgebühr gleich bleibt, steigen die Gesamtkosten gleichmäßig an.
Begründung umgekehrt proportionale Zuordnung d) und f):
Zur doppelten Anzahl der Maschinen (beim Verbrauch) gehört die Hälfte der Produktionsdauer (Vorratsdauer) usw.

2 a) Leergewicht des Lkw: 3 t
Gewicht von 1 m^3 Sand: 1,5 t

b)

m^3	1	3	4	6	5,5
t	4,5	7,5	9	12	11,25

3 a)

Teilnehmer	10	40
Kosten je Teilnemer (€)	8	2

b)

Kosten je Teilnemer (€)	4	16
Teilnehmer	20	5

4 a) Ⓐ

Stückzahl	Preis (€)
4	2,80
9	6,30
15	10,50

Ⓑ

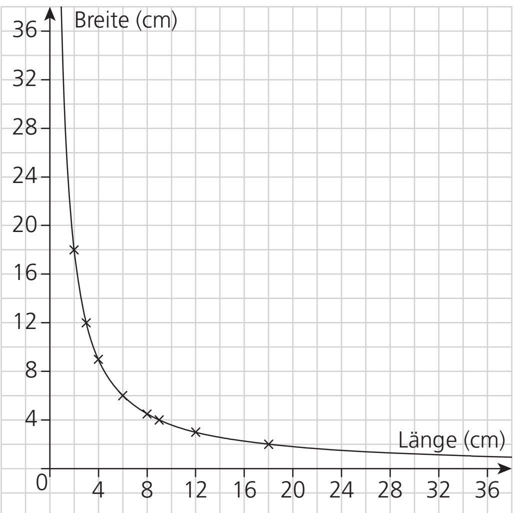
Anzahl der Teilnehmer	Fahrpreis pro Person (€)
48	15
40	18
32	22,50

b) Ⓐ $y = 0{,}7 \cdot x$ Ⓑ $y = 720 : x$

5 a)

Länge (cm)	1	2	3	4	6
Breite (cm)	36	18	12	9	6
Länge (cm)	8	9	12	18	36
Breite (cm)	4,5	4	3	2	1

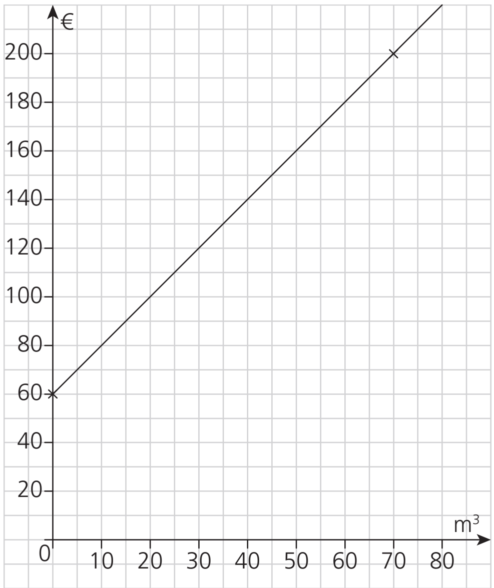
b)



6 a)

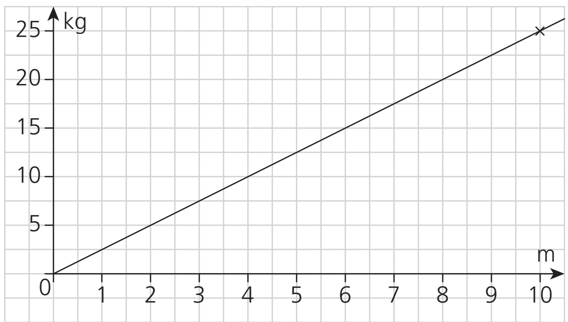
m^3	0	10	20	40	50	70	75

b)



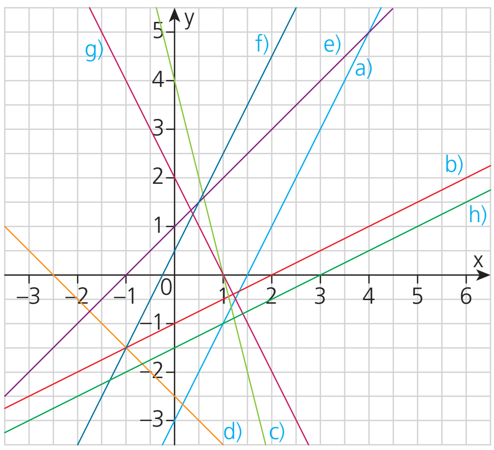
c) Der Graph ist keine vom Nullpunkt ausgehende Halbgerade, deshalb ist die Funktion nicht proportional.
d) $y = 2 \cdot x + 60$

7 $y = 2{,}5 \cdot x$



8

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
t	–3	–1	4	2,5	1	0,5	2	–1,5
m	2	0,5	–4	–1	1	2	–2	0,5



9 Ⓐ $y = 0{,}5 \cdot x + 1{,}5$ Ⓑ $y = -x - 0{,}5$ Ⓒ $y = 0{,}25 \cdot x$

10 Mögliche Rechenfragen:
Wie viele Gummibärchen sind in einer herkömmlichen Packung (300 g)?
$18 \cdot (300 : 40) = 135$
Wie viele Gummibärchen sind in einer Aktionspackung (330 g)?
$18 \cdot (330 : 40) = 148{,}5 \approx 149$
Wie viele Gummibärchen sind in der Aktionspackung mehr enthalten? 14

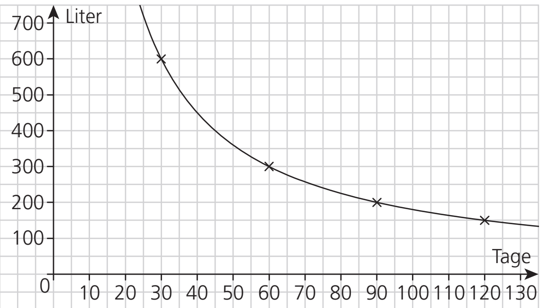
11 a) und d): Die Geraden sind parallel, da die Steigungsfaktoren jeweils gleich sind.
b) und c): Die Geraden schneiden sich, da die Steigungsfaktoren jeweils verschieden sind.

12 a) Liter pro Haushalt: $4500000 : 250 = 18000$

b)

Angenommene Dürretage	30	60	90	120
Tägl. Wassermenge pro Haushalt (l)	600	300	200	150

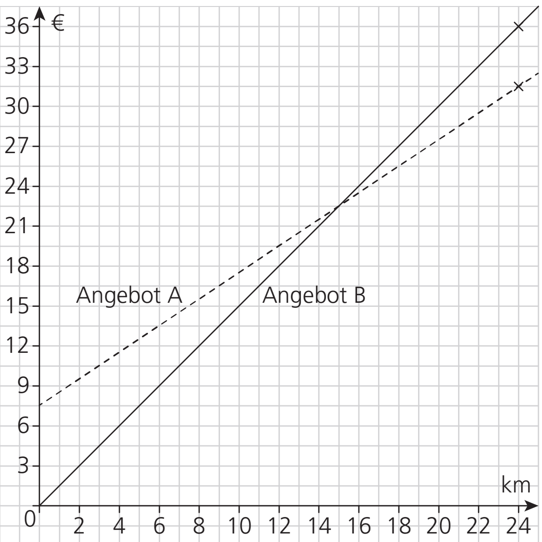
c)



13 a) Ⓐ $y = x + 7{,}5$ Ⓑ $y = 1{,}5 \cdot x$

b) Ⓐ $y = 24 + 7{,}5$
$y = 31{,}5$
Ⓑ $y = 1{,}5 \cdot 24$
$y = 36$
Angebot Ⓐ ist bei 24 km günstiger.

c)



d) Entfernung bei gleichen Kosten: 15 km

14 a) $y = \frac{1}{2}x - 1$

b) Ⓐ $\frac{1}{2}x + 2 = \frac{3}{4}x + 1 \quad | -\frac{1}{2}x \quad | -1$
$1 = \frac{1}{4}x \quad | : \frac{1}{4}$
$4 = x$
$y = \frac{1}{2} \cdot 4 + 2$
$y = 4$
Schnittpunkt: (4|4)

Ⓑ $\frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{3}x + 4{,}5 \quad | +\frac{1}{3}x \quad | -2$
$\frac{5}{6}x = 2{,}5 \quad | : \frac{5}{6}$
$x = 3$
$y = 3{,}5$
Schnittpunkt: (3|3,5)

Seite 164

1 a) Es handelt sich um eine umgekehrt proportionale Zuordnung, da der Graph eine Hyperbel ist.

b)

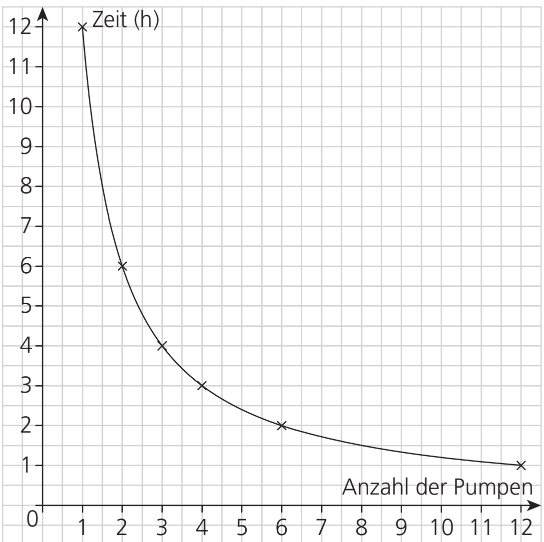
Geschwindigkeit $(\frac{km}{h})$	80	20	16
Fahrzeit (h)	1	4	5

c)

Fahrzeit (h)	2	8	10
Geschwindigkeit $(\frac{km}{h})$	40	10	8

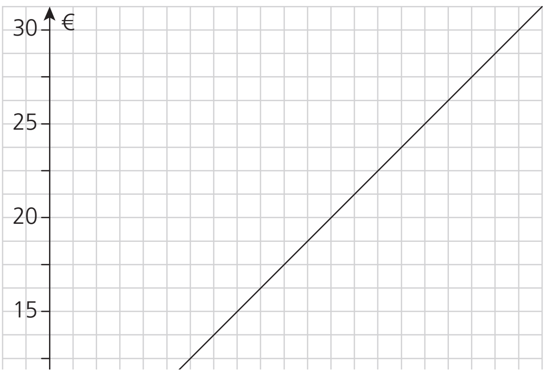
2 a)

Anzahl der Pumpen	1	2	3	4	6	12
Zeit (h)	12	6	4	3	2	1



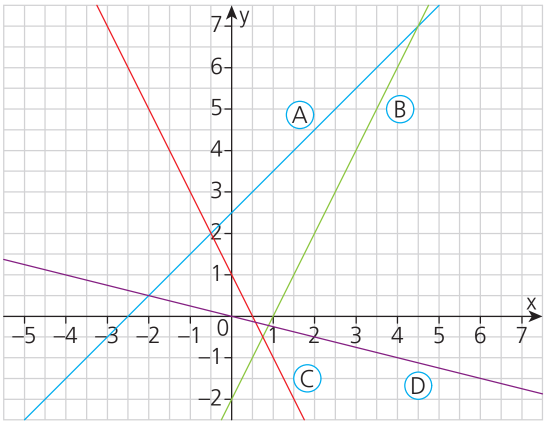
b)

Ausleihdauer (h)	0	2	4	5	7	10
Gesamtkosten (€)	5	10	15	17,50	22,50	30



3 a) (A) $y = -0{,}5 \cdot x$ (B) $y = 1{,}5 \cdot x + 0{,}5$
(C) $y = \frac{1}{4} \cdot x + 2$ (D) $y = \frac{1}{4} \cdot x - 1$

b)



4 a) Funktionsgleichung: $y = 21 : x$
Berechnung bei 6 Maschinen: $y = 21:6$
$y = 3{,}5$

b)

Anzahl der Button-Maschinen	1	3	4	5
Stunden	21	7	5,25	4,2

5 a) Funktionsgleichung: Copy-Friend: $y = 0{,}02 \cdot x + 80$
Copy Shop: $y = 0{,}04 \cdot x$
Berechnung:
Copy-Friend: Copy Shop:
$y = 0{,}02 \cdot 8000 + 80$ $y = 0{,}04 \cdot 8000$
$y = 240$ $y = 320$
Das Angebot von Copy-Friend wäre günstiger.

b) Berechnung:
Copy-Friend: Copy Shop:
$y = 0{,}02 \cdot 3600 + 80$ $y = 0{,}04 \cdot 3600$
$y = 152$ $y = 144$
Bei 180 Kopien am Tag wäre das Angebot des Copy Shops günstiger.

c) $0{,}02 \cdot x + 80 = 0{,}04 \cdot x$
$80 = 0{,}02 \cdot x$
$4000 = x$
Bei 4000 Kopien im Monat bzw. 200 Kopien am Tag (bei 20 Schultagen) sind beide Angebote gleich teuer.

Wahrscheinlichkeiten

Seite 176/177

1 a) (A) Sie erhält eher wahrscheinlich ein gelbes Feld.
(B) Sie erhält eher unwahrscheinlich ein grünes Feld.
b) Möglichkeit 1: „Ich färbe ein grünes Feld rot ein."
Möglichkeit 2: „Ich färbe ein gelbes Feld grün ein."

2 a)

Bus	zu Fuß	Fahrrad
9	7	14

b)

Sportart	Bruch	Prozentsatz
Schwimmen	$\frac{16}{120}$	13 %
Hochsprung	$\frac{8}{120}$	7 %
Sprinten	$\frac{32}{120}$	27 %
Weitwurf	$\frac{64}{120}$	53 %

3 a) Ergebnismenge:
Ω = {Schwarz, Grün, Blau, Rot}
b) Mögliche Zufallsexperimente:
(A) einmaliges Werfen einer Münze
(B) einmaliges Ziehen aus einer Lostrommel
(C) einmaliges Drehen eines Glücksrads mit den Zahlen von 1 bis 10
oder:
einmaliges Ziehen einer Kugel aus einer Urne mit zehn durchnummerierten Kugeln (Zahlen 1 bis 10),
(D) einmaliges Ziehen aus einer Urne mit fünf verschiedenfarbigen Kugeln
oder:
einmaliges Drehen eines Glücksrads mit fünf verschiedenfarbigen Feldern

4 a) $E_1 = \{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$
$E_2 = \{3; 6; 9; 12\}$
$E_3 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$
b) E_1: Zahlen kleiner 5 bzw. höchstens 4 gewinnen
E_2: Zahlen größer gleich 5 bzw. größer 4 gewinnen
E_3: Zahlen größer 5 und kleiner 10 bzw. größer gleich 6 und kleiner gleich 9 gewinnen.

5 a) Bei den Experimenten (A) und (C) handelt es sich um Laplace-Experimente, da jeweils alle möglichen Ergebnisse die gleiche Chance haben. Jede Augenzahl (z.B. 1 bis 6) bzw. Seite der Münze (z.B. Kopf oder Zahl) ist gleich wahrscheinlich.
b) Hierbei handelt es sich nicht um ein Laplace-Experiment.
Begründung:
Da die Flächen unterschiedlich groß sind, werden sie nicht mit der gleichen Wahrscheinlichkeit gewürfelt. Die Wahrscheinlichkeiten für die Flächen 3 und 4 sind am größten, da die Flächen am größten sind. Die Wahrscheinlichkeiten für die Flächen 2 und 5 sind hingegen am kleinsten.

6 a) $P(E_1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
$P(E_2) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
$P(E_3) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
b) $P(E_1) = \frac{5}{8} = 62{,}5\,\%$
$P(E_2) = \frac{5}{8} = 62{,}5\,\%$
$P(E_3) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 75\,\%$

7 a) Zusammengehörende Ereignisse und Gegenereignisse:
(1) und (B)
(2) und (C)
(3) und (A)
b) Mögliche Gegenereignisse:
$\overline{E_1}$: kein Vielfaches von 3
$\overline{E_2}$: kein Vielfaches von 5 und nicht Rot

$\bar{E}_3$: nicht Grün und zugleich kein Vielfaches von 2

8 a)

P (E)	$\frac{1}{2}$	0,75	88 %	0,625
P ($\bar{E}$)	$\frac{1}{2}$	0,25	12 %	0,375

b) E: Marie zieht eine blaue Kugel

P (E) = $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

P($\bar{E}$) = $\frac{5}{6}$ oder P($\bar{E}$) = $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

9 a) P (E_1) = $\frac{7}{12}$ P ($\bar{E}_1$) = $\frac{5}{12}$ P (E_1) > P ($\bar{E}_1$)

P (E_2) = $\frac{1}{3}$ P ($\bar{E}_2$) = $\frac{2}{3}$ P (E_2) < P ($\bar{E}_2$)

P (E_3) = $\frac{1}{6}$ P ($\bar{E}_3$) = $\frac{5}{6}$ P (E_3) < P ($\bar{E}_3$)

P (E_4) = $\frac{5}{12}$ P ($\bar{E}_4$) = $\frac{7}{12}$ P (E_4) < P ($\bar{E}_4$)

b) $\bar{E}_1$: Buchstabe oder ungerade Zahl gewinnt

P (E_1) = $\frac{1}{4}$ P ($\bar{E}_1$) = $\frac{3}{4}$

$\bar{E}_2$: Gelb gewinnt.

P (E_2) = $\frac{2}{3}$ P ($\bar{E}_2$) = $\frac{1}{3}$

$\bar{E}_3$: Blau oder 1 oder C gewinnt.

P (E_3) = $\frac{1}{2}$ P ($\bar{E}_3$) = $\frac{1}{2}$

Seite 178/179

1

Ereignis	Einordnung auf der Wahrscheinlichkeitsskala
Ⓐ Kopf oder Zahl beim Münzwurf	gleich wahrscheinlich
Ⓑ Auf Montag folgt Dienstag.	sicher
Ⓒ Würfeln einer 4 mit einem Spielwürfel	unwahrscheinlich
Ⓓ Neujahr fällt auf den 5. Februar.	unmöglich
Ⓔ Schnee im Januar	wahrscheinlich

2 a) Tim: 12 Tore in 16 Spielen

$h_{Tim} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\,\%$

Darius: 14 Tore in 20 Spielen

$h_{Darius} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0{,}7 = 70\,\%$

Relativ gesehen hat Tim mehr Tore geschossen.

b) Tim: 22-mal gefoult in 16 Spielen

$h_{Tim} = \frac{22}{16} = 1{,}375 = 137{,}5\,\%$

Darius: 25-mal gefoult in 20 Spielen

$h_{Darius} = \frac{25}{20} = 1{,}25 = 125\,\%$

Per Spiel gesehen wurde Tim öfters gefoult als Darius.

c) Alte Torquote Tim: $h_{Tim} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 75\,\%$

Neue Torquote Tim: $h_{Tim} = \frac{14}{18} \approx 78\,\%$

3 Jeweilige Ergebnismengen:

Ⓐ Ω = {rot; orange; grün; lila}

Ⓑ Ω = {1; 2; 3; 4}

4 Zusammengehörende Mengen und Ereignisse:

Ⓐ und ④

Ⓑ und ②

Ⓒ und ①

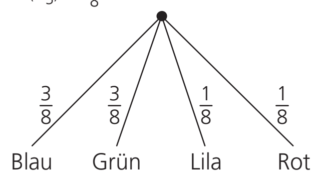
Ⓓ und ③

5 a) P (E_1) = $\frac{3}{8}$ = 37,5 %

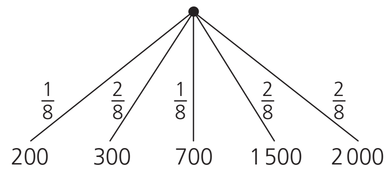
P (E_2) = $\frac{4}{8}$ = 50 %

P (E_3) = $\frac{4}{8}$ = 50 %

b)



c)



6

	Gefäß Ⓐ	Gefäß Ⓑ	Gefäß Ⓒ
E_1	P (E_1) = $\frac{2}{4}$ = 50 %	P (E_1) = $\frac{2}{5}$ = 40 %	P (E_1) = 0
E_2	P (E_2) = $\frac{2}{4}$ = 50 %	P (E_2) = $\frac{1}{5}$ = 20 %	P (E_2) = $\frac{3}{6}$ = 50 %
E_3	P (E_3) = 0	P (E_3) = $\frac{3}{6}$ = 50 %	P (E_3) = $\frac{3}{5}$ = 50 %
E_4	P (E_4) = $\frac{1}{4}$ = 25 %	P (E_4) = $\frac{1}{5}$ = 20 %	P (E_4) = $\frac{4}{6}$ ≈ 16,7 %
E_5	P (E_5) = $\frac{2}{4}$ = 50 %	P (E_5) = $\frac{3}{5}$ = 60 %	P (E_5) = $\frac{5}{6}$ ≈ 83,3 %
E_6	P (E_6) = $\frac{2}{4}$ = 50 %	P (E_6) = $\frac{3}{5}$ = 60 %	P (E_6) = 1 = 100 %

7 Mögliche Gegenereignisse: $\bar{E}_2$ und $\bar{E}_3$

8 a) P ($\bar{E}$) = $\frac{4}{5}$ b) P ($\bar{E}$) = $\frac{3}{4}$ c) P ($\bar{E}$) = 0,7

d) P ($\bar{E}$) = 0,35 e) P ($\bar{E}$) = 40 % f) P ($\bar{E}$) = 69 %

9 Gleich wahrscheinliche Ereignisse:

E_1 und E_3 (P = 100 %)

E_2 und E_4 (P = 50 %)

E_5 und E_6 (P ≈ 16,7 %)

10

	Glücksrad Ⓐ	Glücksrad Ⓑ	Glücksrad Ⓒ
$\bar{E}_1$		X	X
$\bar{E}_2$			X
$\bar{E}_3$		X	X
$\bar{E}_4$	X		
$\bar{E}_5$	X		
$\bar{E}_6$			X

11 a) P (E_1) = $\frac{1}{64}$ P (E_2) = $\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$ P (E_3) = $\frac{2}{8}$ P (E_4) = $\frac{16}{64}$

b) Bei E1 ist der Unterschied am größten, denn P ($\bar{E}_1$) = $\frac{63}{64}$.

12 a) $P(E_1) = \frac{4}{14}$ $P(E_2) = \frac{7}{14}$ $P(E_3) = \frac{2}{14}$

b) $P(\bar{E}_1) \approx 71{,}4\,\%$ $P(\bar{E}_2) = 50\,\%$ $P(\bar{E}_3) \approx 78{,}6\,\%$

c) $P(E_4) = \frac{7}{14}$ $P(E_5) = \frac{2}{14}$

d) Mögliche Ereignisse:
E_6: Buchstabe P
E_7: rotes Feld
E_8: blaues Feld oder rotes oder gelbes Feld
E_9: blaues oder grünes Feld

13 a) $P(3) = \frac{1}{18}$ $P(\overline{3}) = \frac{17}{18}$
Es ist unwahrscheinlich zu gewinnen.
$P(6) = \frac{5}{36}$ $P(\overline{6}) = \frac{31}{36}$
Es ist unwahrscheinlich zu gewinnen.
$P(9) = \frac{1}{9}$ $P(\overline{9}) = \frac{8}{9}$
Es ist unwahrscheinlich zu gewinnen.
$P(10) = \frac{1}{12}$ $P(\overline{10}) = \frac{11}{12}$
Es ist unwahrscheinlich zu gewinnen.

b) Die Wahrscheinlichkeit ist für die Augensumme 7 mit $P(\overline{7}) = \frac{1}{6}$ am höchsten.

Seite 180

1

Sportart	Strichliste	Häufigkeit absolut	Häufigkeit relativ
Schwimmen	||||	4	$\frac{4}{21}$
Tennis	|||	3	$\frac{3}{21}$
Fußball	卌 |||	8	$\frac{8}{21}$
Radfahren	卌 |	6	$\frac{6}{21}$

2

Ereignis	Einordnung auf der Wahrscheinlichkeitsskala
E_1: Zahl Sechs	wahrscheinlich
E_2: ungerade Zahl	unwahrscheinlich
E_3: Zahl 3	unwahrscheinlich
E_4: Zahlen Drei oder Vier	unwahrscheinlich
E_5: Zahl Zwei	unmöglich
E_6: eine Zahl	sicher

3 a) $\Omega = \{Kopf; Zahl\}$ b) $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
c) $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

4 a) $P(E_1) = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$ b) $P(E_2) = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$
c) $P(E_3) = \frac{41}{50}$ d) $P(E_4) = \frac{44}{50} = \frac{22}{25}$

5 a) $P(\bar{E}_1) = 55\,\%$ b) $P(\bar{E}_2) = 30\,\%$ c) $P(\bar{E}_3) = 1$
d) $P(\bar{E}_4) = \frac{2}{10}$ e) $P(\bar{E}_5) = 0{,}23$ f) $P(\bar{E}_6) = 0{,}905$

6 a) Zuordnung:
$E_1 \rightarrow$ C $\frac{3}{10}$; $E_2 \rightarrow$ A $\frac{1}{2}$; $E_3 \rightarrow$ D $\frac{1}{2}$; $E_4 \rightarrow$ B $\frac{7}{10}$

b) $\bar{E}_1$: kein grünes Feld; $P(\bar{E}_1) = \frac{7}{10}$
$\bar{E}_2$: ungerade Zahl; $P(\bar{E}_2) = \frac{1}{2}$
$\bar{E}_3$: keine Vielfachen von 3 und kein gelbes Feld; $P(\bar{E}_3) = \frac{1}{2}$
$\bar{E}_4$: gerade Zahl und kein graues Feld; $P(\bar{E}_4) = \frac{3}{10}$

7 a) $\Omega = \{rot, gelb, blau, grün\}$; $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 8, 9\}$

b) $P(E_1) = \frac{4}{10} = 40\,\%$
$P(E_2) = \frac{7}{10} = 70\,\%$
$P(E_3) = \frac{3}{10} = 30\,\%$
$P(E_4) = \frac{6}{10} = 60\,\%$

c) $\bar{E}_1$: Blau oder Rot $P(\bar{E}_1) = \frac{6}{10} = 60\,\%$
$\bar{E}_2$: 5, 3 oder 9 und rot $P(\bar{E}_2) = \frac{3}{10} = 30\,\%$
$\bar{E}_3$: Kein Vielfaches von 3 $P(\bar{E}_3) = \frac{7}{10} = 70\,\%$
$\bar{E}_4$: Gerade Zahl und nicht Rot $P(\bar{E}_4) = \frac{4}{10} = 40\,\%$

d) Beispiele:
E_1: Blau oder E_1: 4
E_2: Rot oder E_1: 8 oder 4
E_3: Nicht Orange oder E_3: Größer als 3

Quali-Training Teil A

Seite 183

1 a) 1) 100 von 400 sind $\frac{100}{400} = \frac{1}{4} = 25\,\%$
2) $100\,\% - 35\,\% - 25\,\% = 40\,\%$
3) $40\,\%$ von $400 = 160$
4) $400 - 100 - 160 = 140$

Preisklasse	A	B	C
Verkaufte Karten	100	160	140
Anteil	25 %	40 %	35 %

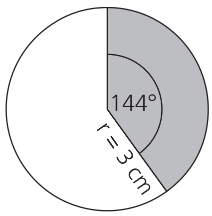
b) Beispiel: 3) → 4) → 1) → 2)

2

	Anzahl der Würfe	Anzahl der Treffer	Trefferquote
Burak	卌 卌 卌 卌 卌	卌 卌 卌	60 %
Aileen	卌 卌 卌 卌	卌	25 %
Thomas	卌 卌 卌 |	卌 卌 ||	75 %

3 a) A Weiße Kreisfläche in Grad: 72°
Weiße Kreisfläche in Prozent:
$\frac{72°}{360°} = 0{,}20 = 20\,\%$
B Anteil Winkel α: 20 %
Winkel α in Grad: $3{,}6° \cdot 20 = 72°$

b)



Winkel gefärbter Teil in Grad: $3{,}6° \cdot 40 = 144°$

c)

Anteil (%)	10	50	60
Winkelgröße (°)	36	180	216

4 abwesende Jugendliche: 25 % von 24: 6

anwesende Jugendliche: $24 - 6 = 18$

5 Aufgaben von Kärtchen A und Kärtchen D haben das gleiche Ergebnis (60 €).

6 Preisminderung:
Spiel 1: 24 € Spiel 2: 8 €
Preisminderung insgesamt:
32 € von 100 €: 32 %

Seite 184

1
$(6x - 12) + 6 = 32 - (8 - x)$
$6x - 12 + 6 = 32 - 8 + x$
$6x - 6 = x + 24 \quad | -x$
$5x - 6 = 24 \quad | +6$
$5x = 30 \quad | :5$
$x = 6$

2
a) $3 \cdot (7 + 2x) - 4x = 21 + 6x - 4x$
b) $4 \cdot (-3 \cdot x + 5) - 4 = -12x + 20 - 4$
c) $21x + 6 = 3 \cdot (7x + 2)$
d) $35\,\% - 0{,}08 + 0{,}25 + 0{,}32 = 100\,\%$ oder:
$35\,\% - 0{,}08 + 0{,}25 + 32\,\% = 100\,\%$

3
a)
$x : 5 - 4 = -1 \quad | +4$
$x : 5 = 3 \quad | \cdot 5$
$x = 15$

b)
$10x + 5 = 32 + 7x \quad | -7x$
$3x + 5 = 32 \quad | -5$
$3x = 27 \quad | :3$
$x = 9$

4
a) $8x + 10 + 7 = 20 - 2x + 17$
$\Rightarrow x = 2$
b) $18x - 24 = 12$
$\Rightarrow x = 2$

5 Anzahl Jungen: $x + 5$
Gleichung: $x + x + 5 = 25$
$\Rightarrow x = 10$
Es sind 10 Mädchen und 15 Jungen.

6
a) $2x + 3{,}50 = 18{,}50$
$\Rightarrow x = 7{,}50$
Ein Erwachsener zahlt 7,50 € Eintritt.
b) $x + x + 3 = 91$
$\Rightarrow x = 44$
Frau Heinrich ist in 5 Jahren 49 Jahre alt, Herr Heinrich ist dann 52 Jahre alt.
c) $x + x + x - 3 = 30$
$\Rightarrow x = 11$
Länge Schenkel: 11 cm,
Länge Grundseite: 8 cm

Seite 185

1 Flächeninhalt Quadrat: $A_Q = 16\text{ cm}^2$
Flächeninhalt Kreise: $A_{2\text{ Kreise}} = 24\text{ cm}^2$
Flächeninhalt Figur: $A_{\text{Figur}} = 16\text{ cm}^2 + 24\text{ cm}^2$
$= 40\text{ cm}^2$

2 Flächeninhalt Rechteck: $A_R = 4 \cdot 2 = 8\ (\text{m}^2)$
Flächeninhalt Kreise: $A_{2\text{ Kreise}} = 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 = 6\ (\text{m}^2)$
Flächeninhalt grüne Fläche: $A = A_R - A_{2\text{ Kreise}} = 8 - 6 = 2\ (\text{m}^2)$

3 Seitenlänge Rechteck: $(96 : 8) = 12$ (cm)
Seitenlänge Dreieck: $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ (cm)
Umfang gesamte Figur: $12 + 10 + 6 + 12 + 8 = 48$ (cm)

4 Die Aussage stimmt nicht.
Begründung (durch Beispiel):
$3 \cdot 6 = 18\ (\text{cm}^2)$ $6 \cdot 12 = 72\ (\text{cm}^2)$
Der Flächeninhalt vervierfacht sich.

5 Größe Winkel β: 40° Größe Winkel α: 40°
Größe Winkel γ: $180° - 40° - 40° = 100°$

6 Schachteln pro Regalfach: $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
Schachteln insgesamt: 32

7 Der Oberflächeninhalt vergrößert sich um 2 cm^2.
Begründung: 4 Zentimeterquadrate fallen weg, 6 Zentimeterquadrate kommen hinzu.
Das Volumen verringert sich um 2 cm^3.
Begründung: 2 Kubikzentimeterwürfel fallen weg.

Seite 186

1 Bezugsgröße: Mann 1,80 m
$d = 4 \cdot 1{,}80\text{ m} = 7{,}20\text{ m}$
$u = 7{,}20\text{ m} \cdot 3 = 21{,}6\text{ m} \approx 22\text{ m}$
Hinweis: Abweichungen bei den Ergebnissen werden beim Quali auch als richtig gewertet, wenn die Bezugsgrößen sinnvoll gewählt werden. Bei dieser Aufgabe läge der Lösungsbereich zwischen 20,4 m (Größe Mann: 1,70 m) und 24 m (Größe Mann: 2 m).

2 Bezugsgröße: Mann 1,80 m
Beispiel:
$A_R = 2{,}50 \cdot 5{,}50 = 13{,}75\ (\text{m}^2) \approx 14\ (\text{m}^2)$

3 Bezugsgröße: Mann 2 m
Beispiel:
$A_R = 2 \cdot 3 = 6\ (\text{m}^2)$
$A_{\text{Halbkreis}} = 1 \cdot 1 \cdot 3 : 2 = 1{,}5\ (\text{m}^2)$
$A_{\text{Scheibe}} = 6 + 1{,}5 = 7{,}5\ (\text{m}^2)$
Kosten: $7{,}5\text{ m}^2 \cdot 3\text{ €/m}^2 = 22{,}50$ €

4 Bezugsgröße: Sitzbreite pro Person 0,5 m
Streifenanzahl an der Sitzkante: 13
Anzahl der Personen: ca. 12 (etwas weniger als 1 Person pro Streifen an der Sitzkante)
Wandstärke des Strandkorbes: ca. 0,2 m
Breite des Strandkorbs $= 12 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 0{,}2 = 6{,}4\ (\text{m}) \approx 6{,}5\ (\text{m})$

5 Begründung: Durchschnittlich befinden sich in jedem Kästchen 9 Kaffeebohnen.
ungefähre Gesamtanzahl in den 16 Kästchen:
9 Bohnen $\cdot$ 16 = 144 Kaffeebohnen

Seite 187

1 a) Kosten 40 Formelsammlungen: 200 €
Kosten 20 Arbeitshefte: 200 €

⇒ Die Aussage ist wahr.

b) Kosten 20 Schulbücher: 500 €
Kosten 20 Formelsammlungen: 100 €
⇒ Die Aussage ist falsch.

c) Kosten 20 Schulbücher: 500 €
Kosten 2 Schulbücher: 50 €
⇒ Die Aussage ist wahr.

2 a) Startzeit des Joggers vor der Radfahrerin: 30 Minuten
b) Fahrstrecke der Radfahrerin in einer Stunde: 20 km
c) Treffpunkt: nach 10 km

3 fehlerhafte Aussage: c) „25 % kommen mit dem Bus“
Begründung: Der gezeichnete Anteil ist größer als 90°.

4 geringste Geschwindigkeit: Abschnitt G
Begründung: Kurve verläuft am flachsten.
höchste Geschwindigkeit: Abschnitt A
Begründung: Kurve verläuft am steilsten.

5 a) richtig   b) falsch   c) richtig   d) falsch

Stichwortverzeichnis

Stichwortverzeichnis

Bildnachweis

AdobeStock / electriceye –S. 32; - / Knartz – S. 92; - / lexpixelart – S. 41; - / PeterPunk – S. 11; - / stockphoto-graf – S. 4, 91; - / sudowoodo – S. 77; - / U. J. Alexander – S. 122;

dpa Picture-Alliance / Jens Büttner – S. 152;

Fotolia / Riccardo Bruni – S. 61; - / Thomas Dedert – S. 5, 133; - / Astrid Gast – S. 79; - / photo 5000 – S. 125; - / Birgit Reitz – S. 92; - / Anja Roesnick – S. 5, 133; - / Manfred Steinbach – S. 120, 136, 137, 140; - / tournee – S. 31; - / valdistorms – S. 42; - / Ina van Harteren – S. 61; - / Zauberhut – S. 45;

Getty Images Plus / Hemera – S. 114; - / Hemera, Goce Risteki – S. 161; - / Hemera, Nikolai Sokorin – S. 39; - / iStockphoto – S. 41, 121; - / iStockphoto, Abykov – S. 161; - / iStockphoto, alfexe – S. 2, 7; - / iStockphoto, allanswart – S. 42; - / iStockphoto, architect-aleks – S. 152; - / iStockphoto, artisticco – S. 11; - / iStockphoto, ArtPhoto – S. 10, 28; - / iStockphoto, Ben185 – S. 46; - / iStockphoto, BiancaGrueneberg – S. 82; - / iStockphoto, brizmaker – S. 50; - / iStockphoto, Chris Chetters – S. 92; - / iStockphoto, Paul Collins – S. 82; - / iStockphoto, ChrisGorgio – S. 36; - / iStockphoto, ClaudioVentrella – S. 41; - / iStockphoto, Cobalt88 – S. 111, 147; - / iStockphoto, Corr – S. 10; - / iStockphoto, DiyanaDimitrova – S. 3, 49; - / iStockphoto, egal – S. 92; - / iStockphoto, Erdosain – S. 156; - / iStockphoto, eurotravel – S. 169; - / iStockphoto, Evgeny555 – S. 39; - / iStockphoto, ewg3D – S. 165; - / iStockphoto, FabrizioBernardi – S. 41; - / iStockphoto, freie-kreation – S. 169; - / iStockphoto, frentusha – S. 2, 35; - / iStockphoto, Anastasia Gapeeva – S. 5, 133; - / iStockphoto, grebeshkovmaxim – S. 50; - / iStockphoto, IconicBestiary – S. 157; - / iStockphoto, Ilya_Starikov – S. 50; - / iStockphoto, ImageDB – S. 5, 133; - / iStockphoto, iZonda – S. 50; - / iStockphoto, jarun011 – S. 37; - / iStockphoto, jewhyte – S. 92; - / iStockphoto, Juksy – S. 2, 7; - / iStockphoto, Anatolii Kovalov – S. 43; - / iStockphoto, kurga – S. 42; - / iStockphoto, Leesle – S. 8; - / iStockphoto, LeventKonuk – S. 92; - / iStockphoto, John Lund – S. 79; - / iStockphoto, Marina Designer – S. 43; - / iStockphoto, masterzphotois – S. 92; - / iStockphoto, mg7 – S. 122; - / iStockphoto, mirceax – S. 92; - / iStockphoto, nelsonpeng – S. 50; - / iStockphoto, NorGal – S. 41; - / iStockphoto, paulafrench – S. 82; - / iStockphoto, peter-schreiber.media – S. 45; - / iStockphoto, Popartic – S. 92; - / iStockphoto, pressdigital – S. 5, 133; - / iStockphoto, ratpack223 – S. 45; - / iStockphoto, sarayut – S. 41; - / iStockphoto, sculpies – S. 100; - / iStockphoto, seramo – S. 157; - / iStockphoto, Galina Shafran – S. 92; - / iStockphoto, tfoxfoto – S. 164; - / iStockphoto, tinnakorn – S. 50; - / iStockphoto, TomasSereda – S. 124; - / iStockphoto, topae – S. 28; - / iStockphoto, UmbertoPantalone – S. 154; - / iStockphoto, underworld111 – S. 46; - / iStockphoto, VeselovaElena – S. 161; - / iStockphoto, WichienTep – S. 17; - / iStockphoto, zabelin – S. 164; - / iStockphoto, zeitalex – S. 82; - / Photodisc, Jack Hollingsworth – S. 5, 148; - / PHOTOS.com – S. 54; - / Zoonar, J.Wachala – S. 42;

IMAGO / Artokoloro – S. 52;

Mauritius Images / Alamy Stock Photo, Canbedone – S. 3, 71; - / Alamy Stock Photo, De Luan – S. 100; - / Alamy Stock Photo, Derek Meijer – Cover;

Pixabay / Clker-Free-Vector-Images – S. 11; - / OpenClipart-Vectors – S. 50;

Sabine Schmidberger, Neustadt – S. 4, 113;

Georg Vollmer, Bamberg – S. 37 (4).