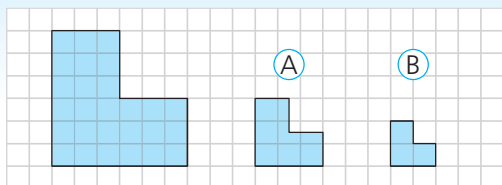
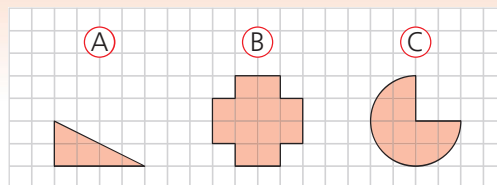



1 Im Maßstab zeichnen und rechnen

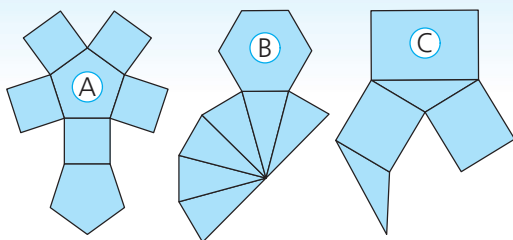
a) In welchem Maßstab wurde jeweils verkleinert?



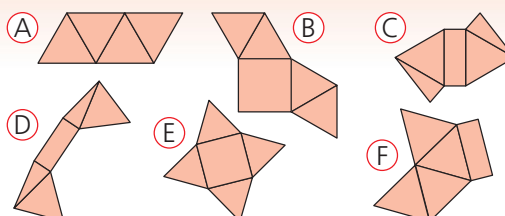
b) Zeichne die Figuren im Maßstab 4 : 1.


2 Netze Körpern zuordnen

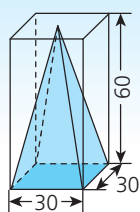
a) Welche Körper entstehen aus den Netzen?



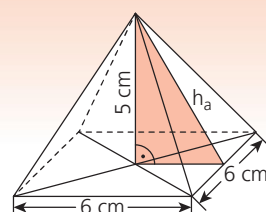
b) Aus welchen Netzen kann man Pyramiden falten?

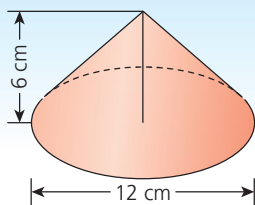
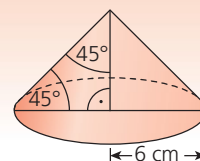

3 Volumen und Oberflächeninhalt von Pyramiden berechnen

a) Berechne das Volumen der aus dem Steinblock herausgearbeiteten Pyramide (Maße in cm).

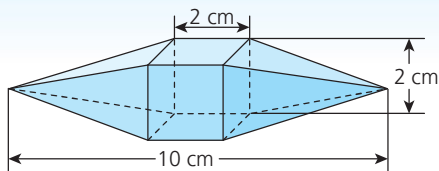
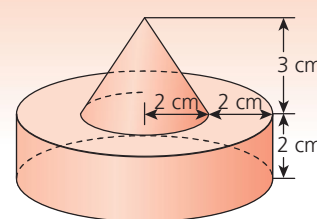


b) Berechne den Oberflächeninhalt der Pyramide.


4 Volumen und Oberflächeninhalt von Kegeln berechnen

 a) Berechne das Volumen des Kegels.
Rechne mit $\pi = 3,14$.

 b) Berechne den Oberflächeninhalt des Kegels.
Rechne mit $\pi = 3,14$.

5 Volumen und Oberflächeninhalt zusammengesetzter Körper berechnen

a) Berechne das Volumen des zusammengesetzten Körpers.


 b) Berechne den Oberflächeninhalt des zusammengesetzten Körpers. Rechne mit $\pi = 3,14$.


Einstieg

Die Gruppe hat die Aufgabe, annähernd das Volumen und den Flächeninhalt der Ummantelung eines Fußballs zu bestimmen.

Es dürfen dabei aber nur bisher bekannte Vorgehensweisen und Formeln benutzt werden.

- Welche Strategie würdet ihr vorschlagen? Bewertet sie hinsichtlich der Umsetzbarkeit.
- Bestimmt nun selbst an einem Fußball das Volumen und den Oberflächeninhalt. Wo ergeben sich Probleme?
- Warum ist das Ergebnis nur ein angenäherter Wert?



Ausblick

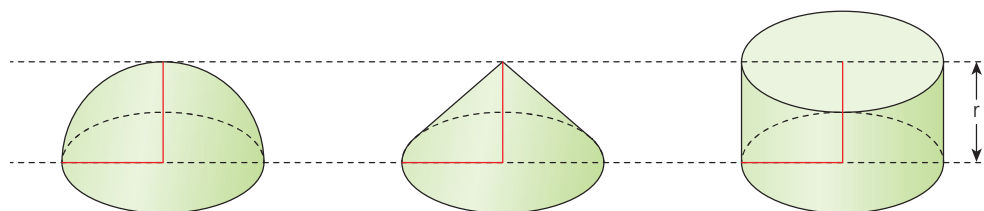
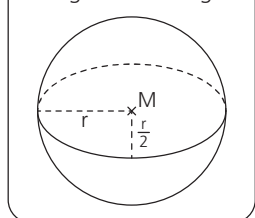
In diesem Kapitel lernst du

- die Berechnung des Volumens und Oberflächeninhalts von Kugeln kennen und bei unterschiedlichen Aufgaben anzuwenden.
- mittels zentrischer Streckung Figuren maßstäblich zu vergrößern und zu verkleinern.
- in ähnlichen Figuren und Körpern Seitenlängen, Flächeninhalte und Volumina zu berechnen.
- mithilfe von Strahlensätzen Streckenlängen rechnerisch zu ermitteln.
- den Katheten- und Höhensatz kennen und in Aufgaben anwenden.

Volumen von Kugeln berechnen


TIPP!

Schrägbildskizze Kugel



- 1 a) Benenne die Körper.
 - b) Alle drei Körper haben den gleichen Grundflächenradius, der gleichzeitig auch die Körperhöhe ($h_k = r$) ist. Zeichne jeweils eine Schrägbildskizze mit dem Radius $r = 3$ cm.
 - c) Schreibe die bereits bekannten Formeln für die Volumenberechnung unter deine Skizzen.
 - d) Wie könnte eine Formel für die Volumenberechnung der Kugel lauten? Erkläre.
- 2 a) Überprüfe die Aussagen, wenn möglich durch Umfüllen.
 - b) Notiere eine Formel für das Volumen der Kugel.

$$V_{\text{Zylinder}} = 3 \cdot V_{\text{Kegel}}$$

$$h_{\text{Halbkugel}} = r$$

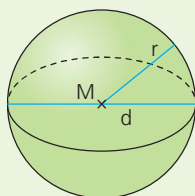
$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{2}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot V_{\text{Zylinder}}$$

$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{2}{3} \cdot r^3 \cdot 3,14$$

$$V_{\text{Kugel}} = 2 \cdot V_{\text{Halbkugel}}$$

$$V_{\text{Halbkugel}} = 2 \cdot V_{\text{Kegel}}$$

 Volumen
Kugel


$$V_{Ku} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$\text{oder mit } r = \frac{d}{2}: V_{Ku} = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$$

TIPP!

- Rechne immer mit $\pi = 3,14$.
- Runde ggf. auf zwei Kommastellen.

- 3 Berechne mithilfe des Merkkastens das Volumen der Kugel.
- | | | | |
|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| a) $r = 7,25$ cm | b) $r = 1,55$ cm | c) $r = 9$ mm | d) $d = 4,3$ dm |
| e) $d = 0,8$ m | f) $d = 12,5$ cm | g) $r = 3,14$ m | h) $d = 1,25$ m |

- 4 a) Erkläre, wie Yusuf bei gegebenem Volumen einer Kugel ihren Radius berechnet.

Vervollständige seine Rechnung.

- b) Ermittle den Radius der Kugel ebenso.

$$\textcircled{A} V = 69,4 \text{ cm}^3$$

$$\textcircled{B} V = 1,44 \text{ m}^3$$

$$\textcircled{C} V = 195\,333 \text{ mm}^3$$

$$\textcircled{D} V = 54 \text{ l}$$

$$\textcircled{E} V = 50,94 \text{ ml}$$

$$\textcircled{F} V = 0,5 \text{ l}$$

Geg.: $V_{Ku} = 381,51 \text{ cm}^3$ Ges.: r

$$V_{Ku} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$381,51 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot 3,14$$

$$286,1325 = r^3 \cdot 3,14$$

$$91,125 = r^3$$

- 5 Berechne die fehlenden Größen der Kugel.

	a)	b)	c)	d)
Radius	16,1 mm	■	■	■
Durchmesser	■	3,6 cm	■	11,4 mm
Volumen	■	■	89,4 dm ³	■

Lösungen zu 3 bis 5:

0,70	332,87	2,30
1,8	2,35	129,62
0,49	1595,45	2,55
2,77	5,54	2,14
15,59	3052,08	36,00
5,7	8,18	4,5
775,34	32,2	8177,08
24,42	17472,14	

- 6 Eine Wachskugel mit 30 cm Radius wird eingeschmolzen. Aus der Schmelzmasse werden 50 kleinere Kugeln hergestellt. Welchen Durchmesser hat eine solche Kugel?

- 7 Beim Kugelstoßen für Jungen wiegt eine Kugel je nach Altersklasse zwischen 3 kg und 6 kg. Berechne den jeweiligen Durchmesser für die kleinste und größte Wettkampfkugel (Dichte des Metalls: $7,68 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$). Runde auf ganze cm.



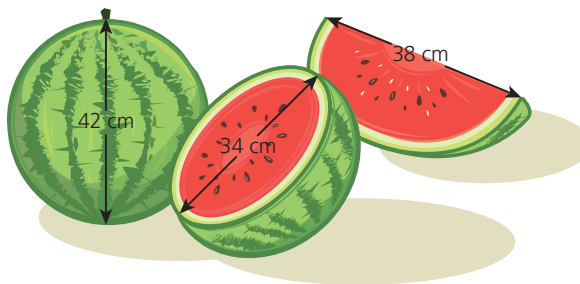
Lösungen zu 6 bis 9:		
9	2 341,86	9,85
11	7,81	16,29
11,27		

- 8 Eine halbkugelförmige Schöpfkelle fasst $\frac{1}{4} (\frac{1}{2}; \frac{3}{4})$ Liter. Welchen Durchmesser hat sie?
- 9 Eine größere Christbaumkugel ($r = 8,5 \text{ cm}$) passt genau in eine würfelförmige Schachtel. Wie groß ist der nicht ausgefüllte Raum in der Schachtel?

- 10 a) Die Erde, vereinfacht als Kugel betrachtet, hat einen Durchmesser von 12 756 km. Der Sonnendurchmesser beträgt 1 392 000 km, der Durchmesser der Mondes 3 476 km. Berechne jeweils das Volumen der Himmelskörper und vergleiche miteinander.
- b) Der Jupiter ist mit einem Durchmesser von 143 600 km der größte Planet im Sonnensystem. 4 800 km beträgt der Durchmesser des kleinsten Planeten Merkur. Wie viel Mal größer ist das Volumen des Jupiter?

Lösungen zu 10 bis 14:	
$1,550 \cdot 10^{15}$	$1,086 \cdot 10^{12}$
$5,788 \cdot 10^{10}$	$1,412 \cdot 10^{18}$
$2,198 \cdot 10^{10}$	26 780
11,31	38 772,72
7 179,09	10 284,55
42,65	7,90
4,95	75
97,7	1 023,9
926,2	

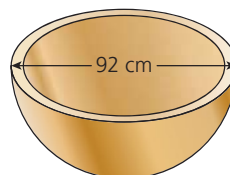
- 11 Ein Supermarkt bietet ganze, halbe und geviertelte Melonen an. Berechne jeweils Volumen und Gewicht in kg (Dichte = $1,1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$).



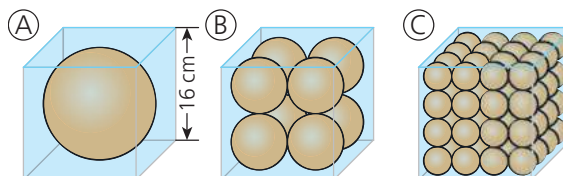
- 12 Wie viele Eiskugeln mit einem Durchmesser von 4 cm kann Guiseppe Gelatori aus einem Eisbehälter (Inhalt 2,5 l) ungefähr portionieren?

- 13 Der 1,65 m große Jeremy baut aus Schnee ein halbkugelförmiges Kinderiglu. Das fertige Iglo hat eine Wandstärke von 25 cm und Jeremy kann in der Mitte gerade noch aufrecht stehen. Wie viele m^3 Schnee hat er verbaut?

- 14 Das Taufbecken wurde aus Messing (Dichte = $8,73 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) gegossen und hat eine Wandstärke von 10 cm.
- a) Mit wie vielen Litern Wasser wäre es randvoll gefüllt?
- b) Wie schwer (in kg) ist das Becken mit und ohne Wasser? Schätze erst.



- 15 Die Kugel bzw. die Kugeln berühren jeweils die Innenflächen der gleich großen Würfel und sich außerdem bei (B) und (C) gegenseitig. Welche Fragestellungen hinsichtlich des Volumens könnt ihr formulieren? Beantwortet sie und erklärt.



Oberflächeninhalt von Kugeln berechnen

Eine Kugel lässt sich in viele Pyramiden zerlegen.

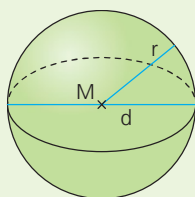
Für jede Pyramide gilt:
 $V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

Alle Pyramiden zusammen ergeben ungefähr das Volumen der Kugel.

$V_{Ku} = \frac{1}{3} \cdot (G + G + G + \dots + G) \cdot h_K \quad (h_K = r)$
 $V_{Ku} = \frac{1}{3} \cdot O_{Ku} \cdot r$
 $\Rightarrow O_{Ku} = \dots$

- 1 Erkläre und ergänze, wie hier zur Berechnung des Oberflächeninhalts hingeführt wird.

Oberflächeninhalt Kugel



$$O_{Ku} = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

oder mit $r = \frac{d}{2}$: $O_{Ku} = d^2 \cdot \pi$

TIPP!

- Rechne immer mit $\pi = 3,14$.
- Runde ggf. auf zwei Kommastellen.

- 2 Berechne den Oberflächeninhalt folgender Kugeln.

- a) $r = 1,2 \text{ m}$ b) $d = 3,8 \text{ mm}$ c) $r = 0,8 \text{ cm}$ d) $d = 60 \text{ mm}$

- 3 a) Erkläre, wie Lea bei gegebenem Oberflächeninhalt einer Kugel deren Radius berechnet. Vervollständige ihre Rechnung.
 b) Ermittle den Radius der Kugel jeweils ebenso.

- Ⓐ $O = 156 \text{ m}^2$ Ⓑ $O = 1256 \text{ cm}^2$
 Ⓒ $O = 1600 \text{ mm}^2$ Ⓓ $O = 50,24 \text{ cm}^2$
 Ⓔ $O = 113,04 \text{ mm}^2$ Ⓕ $O = 0,75 \text{ m}^2$

Geg.: $O_{Ku} = 254,34 \text{ cm}^2$ Ges.: r

$$O_{Ku} = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$254,34 = 4 \cdot r^2 \cdot 3,14 \quad | :4$$

$$63,585 = r^2 \cdot 3,14 \quad | :3,14$$

$$20,25 = r^2$$

- 4 Berechne die fehlenden Größen der Kugel.

	a)	b)	c)	d)
Radius	0,14 m	■	■	■
Durchmesser	■	■	3,9 dm	■
Oberflächeninhalt	■	75,3914 cm ²	■	5,36 m ²

- 5 Berechne den Oberflächeninhalt der Bälle.

- a) Fußball $r = 10,8 \text{ cm}$ b) Basketball $r = 12 \text{ cm}$ c) Tennisball $r = 3,2 \text{ cm}$

- 6 Der Querschnitt durch den Mittelpunkt M einer Kugel ergibt eine 63,585 cm² große Kreisfläche. Welchen Oberflächeninhalt hat die Kugel?

Lösungen zu 2 bis 6:		
1 465	0,24	8,04
2	11 304	10
11,29	18,09	4,9
254,34	0,65	128,61
1,95	1 808,64	3,52
0,25	2,45	47,76
45,34	3	0,28
1,30	4,5	

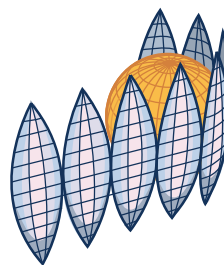
- 7 Ein kugelförmiger, stählerner Gastank hat einen Oberflächeninhalt von 4245 m^2 . Wie groß ist der innere Durchmesser bei einer Wandstärke von 20 cm ?

Lösungen 7 bis 10:

36,37	706,5	452,16
$5,12 \cdot 10^8$	24,70	2826
$6,4 \cdot 10^7$		

- 8 a) Eine Kugel hat einen Radius von $7,5 \text{ cm}$, eine andere den doppelten Radius. Verhalten sich bei diesen Kugeln auch die Oberflächeninhalte im Verhältnis $1 : 2$? Vermute zuerst und überprüfe dann durch Rechnung.
- b) Wie verändert sich der Oberflächeninhalt einer Kugel, wenn man den Radius wie folgt ändert?
- (A) halbieren (B) verdreifachen (C) verzehnfachen (D) vierteln

- 9 Die gewölbte Oberfläche der Erdkugel lässt sich nach einer Idee von Gerardus Mercator in einer flachen Ebene ausbreiten, indem man sie – ähnlich einer sorgfältig geschälten Orange – entlang von Meridianen auftrennt. Es entstehen acht Kartensegmente.



- a) Berechne den Erdoberflächeninhalt (Äquator $\approx 40075 \text{ km}$).
- b) Welchen Flächeninhalt hat ein Kartensegment?

- 10 Orangen werden zu Werbezwecken mit Papier eingewickelt.

- a) Welchen Oberflächeninhalt hat eine Orange mit einem mittleren Durchmesser von 12 cm ?
- b) Um die Orangenoberfläche vollständig zu umwickeln, müssen 35% hinzugerechnet werden. Welche Maße hat das quadratische Einwickelpapier? Runde auf ganze cm .



Interessantes

Bedeutende Kuppelkirchen

Bayerische Kirchenbaukunst: Vidi caelum apertum

In Bayern befindet sich eine besonders beeindruckende Kuppelkirche im Kloster Ettal. Der Besucher sollte beim Blick nach oben die Größe Gottes spüren und den geöffneten Himmel sehen. Mit der Ausgestaltung und einem Innendurchmesser von 25 m ist das den Baumeistern trefflich gelungen.

Die größte Kuppel einer Kirche in Deutschland

Nicht weniger zum Staunen regt die Kuppel von St. Blasien im Schwarzwald an. Diese Riesenkuppel bringt es auf 36 m Durchmesser.

Eine der größten Kuppeln weltweit

Die „St. Pauls Cathedral“ in London hat ebenfalls Rekordmaße. Die Halbkugelskuppel hat einen inneren Durchmesser von 48 m .

Um wie viele Quadratmeter unterscheiden sich die Kuppelinnenflächen? Berechne den jeweiligen Unterschied der Flächeninhalte auch in Prozent.



Kloster Ettal



Kloster Ettal – Innenkuppel



Lösungen zu 1 bis 3:		
3	17851,40	224375
179,50	20	

Lösungen zu 4 bis 7:		
8	186,7	5805,86
288,55	1,03	41608,66
13,32	7,23	408,1
4,25	775,3	226,87
4,11	2,1	1,20
3,31	5 024	55,39
1,03	13923,64	33493,3

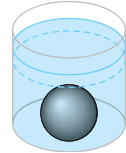
TIPP!

Dichte Stahl:
 $\rho = 7,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Dichte Buchenholz:
 $\rho = 0,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

- 1 Janas kleiner Bruder Timmi formt in der Kita mit seinem Sandkasten-Portionierer ($d = 3 \text{ cm}$) kleine Halbkugeln aus Knetmasse. Timmis Knetmassenblock ist 130 mm lang, 55 mm breit und 40 mm hoch. Wie viele Halbkugeln kann Timmi aus seiner Knetmasse formen?

- 2 Eine Stahlkugel wird in ein mit Wasser gefülltes zylindrisches Gefäß gelegt. Der innere Durchmesser der Grundfläche des Gefäßes beträgt 6 cm. Durch das Einlegen der Kugel steigt der Wasserspiegel um 0,5 cm. Berechne den Durchmesser der Kugel in cm.



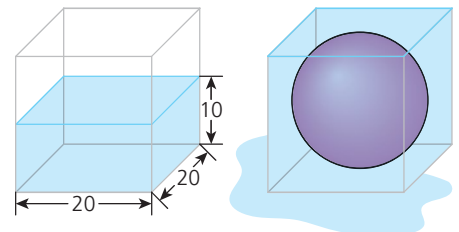
- 3 Ein kugelförmiger Wetterballon hat beim Start einen Oberflächeninhalt von 15386 cm^2 .
- Wie groß ist sein Volumen in dm^3 vor dem Aufsteigen?
 - In einer Höhe von 1 km bläht sich der Ballon aufgrund des geringer werdenden Luftdrucks um 25 % auf. Wie groß sind jetzt das Volumen und der Oberflächeninhalt?



- 4 Berechne jeweils die fehlenden Größen der Kugel.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
r	5,7 cm	■	■	■	■	21,5 m	■
V	■	$39,5 \text{ cm}^3$	$321,9 \text{ cm}^3$	■	■	■	4,6 l
O	■	■	■	$18,3 \text{ cm}^2$	$212,5 \text{ cm}^2$	■	■

- 5 Ein Glaswürfel mit den angegebenen Innenmaßen (Angaben in cm) ist wie abgebildet zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Eine massive Hartplastik-Kugel passt exakt in den Würfel. Berechne, wie viel cm^3 Wasser durch das vollständige Eintauchen der Kugel überlaufen.



- 6 Peter möchte für seinen Partykeller eine Disco-Spiegelkugel herstellen. Sie soll einen Durchmesser von 40 cm und auf der Oberfläche kleine quadratische Spiegel haben.
- Wie viele Spiegelmosaikstücke mit 1 cm^2 Flächeninhalt benötigt Peter?
 - Welches Volumen hat die Kugel?

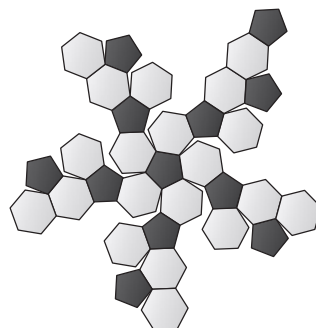


- 7 Ein Boccienspiel besteht aus sechs Stahlkugeln und zwei kleineren Holzkugeln (Buchenholz), die wie in der Abbildung in einem innen 24 cm langen und 16 cm breiten Kasten verpackt sind.



- Welchen Durchmesser dürfen die sechs Stahlkugeln höchstens haben?
- Welches ist der größtmögliche Durchmesser für die Holzkugeln?
- Wie hoch ist das Gesamtgewicht, wenn der Kasten alleine 2 kg wiegt?

- 8 Ali hat für seinen Fußball ein Netz entworfen. Es besteht aus regelmäßigen, gleich großen Fünfecken (schwarz) und regelmäßigen, gleich großen Sechsecken (weiß). Die Nähkante zwischen den Fünfecken und den Sechsecken ist stets gleich lang und beträgt 4 cm.



Lösungen zu 8 bis 10:		
19,2	41,57	32,16
157	336	27,53
1 161,76	3 704,09	

- a) Welchen Flächeninhalt haben die Lederflicken jeweils?
b) Bestimme den Oberflächeninhalt, den Durchmesser und das Volumen von Alis Fußball.

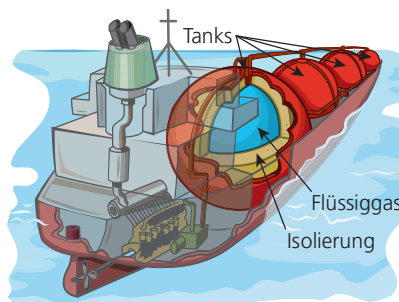
- 9 Im Guinness-Buch der Rekorde wird der größte jemals hergestellte Goldbarren (Gold: $\rho = 19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) mit folgenden Abmessungen angegeben: 45,5 cm mal 22,5 cm mal 17 cm.

- a) Welches Gewicht hat der Barren? Runde auf ganze kg.
b) Welchen Durchmesser hätte diese Goldmenge in Kugelform? Schätze erst und berechne dann.

- 10 Beim Strongman-Wettbewerb „Atlas Stone“ muss der Athlet eine Betonkugel (Beton: $\rho = 2,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) mit 50 cm Durchmesser vom Boden auf ein Podest in 1,50 m Höhe heben.

- a) Schätze erst das Gewicht der Kugel in kg und berechne dann.
b) Welches Gewicht hätte eine Kugel aus Beton, die du heben könntest? Berechne ihren Durchmesser.

- 11 Die Schnittzeichnung zeigt einen Flüssiggas-Tanker. Er kann maximal 228 000 m³ in seinen vier kugelförmigen Tanks befördern.



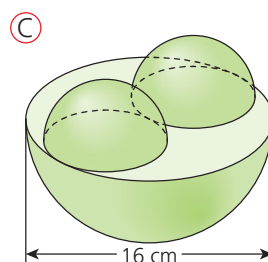
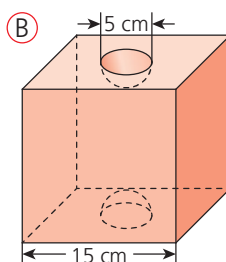
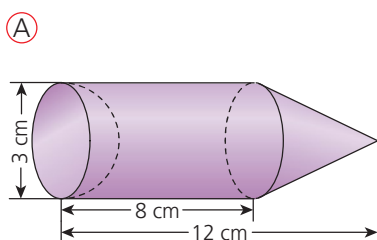
Lösungen zu 11 bis 13:		
671	3 029,23	49
628	29 070	3 310,58
109,6	1 105,28	1 389,25
77,71		

- a) Wie schwer ist die Gasmenge eines Tanks in t (Flüssiggas: $\rho = 0,51 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$)?
b) Welchen Durchmesser hat ein Tank, wenn die Wandstärke 15 cm und die Isolierung 55 cm betragen? Runde auf ganze m.

- 12 Ein kugelförmiger Gasspeicher hatte einen inneren Radius von 15,5 m und eine Wandstärke von 30 mm, bevor er verschrottet wurde.

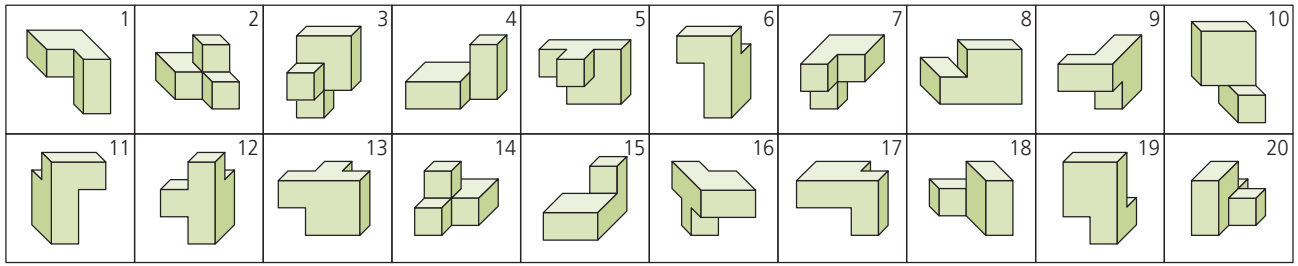
- a) Wie groß war der Oberflächeninhalt in Betriebszeiten?
b) Wie viele ganze Tonnen Stahlschrott fielen an?

- 13 Berechne jeweils Volumen und Oberflächeninhalt der dargestellten Werkstücke (Maße in cm).



TIPP!

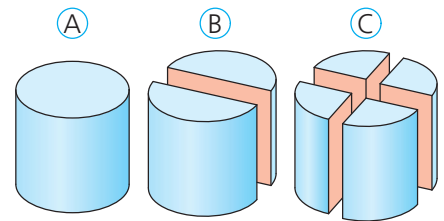
Ermittle fehlende Größen mit dem Satz des Pythagoras.



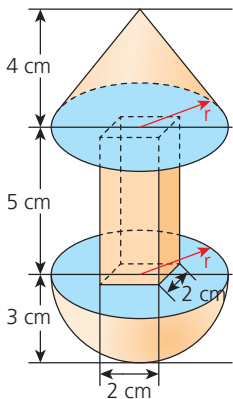
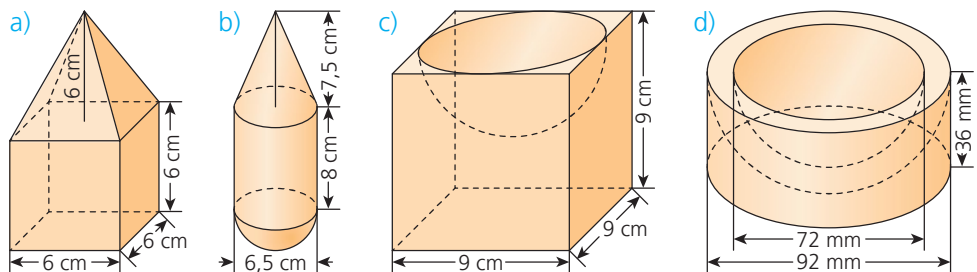
- 1 Für manche Berufe wird bei Einstellungstests auch das räumliche Vorstellungsvermögen geprüft, z. B. mit einer solchen Aufgabe:
In welchen vier weiteren Feldern wird der zusammengesetzte Körper von Nr. 1 aus einem anderem Blickwinkel dargestellt?

Lösungen zu 2 bis 5:		
602,88	288	260,4
421,44	565,2	1 130,4
270,72	282,6	420,11
141,52	538,24	260,40
114,2	845,1	313,04
549,59	277,58	192,14
721	7,5	

- 2 Ein Zylinder ($r = 6 \text{ cm}$, $h_K = 10 \text{ cm}$) wird wie abgebildet in jeweils gleich große Teile zerlegt.
- a) Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen des Zylinders **A**.
- b) Verändern sich die Oberflächeninhalte bzw. Volumina bei den drei Körpern? Erkläre.
- c) Um wie viele cm^2 unterscheiden sich die Oberflächeninhalte jeweils? Rechne im Kopf.



- 3 Berechne jeweils das Volumen und den Oberflächeninhalt der dargestellten Werkstücke. Ermittle fehlende Größen mit dem Satz des Pythagoras.



- 4 Metallbauer-Azubi Iorga hat ein Werkstück (Dichte Stahl: $\rho = 7,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) gefertigt.
- a) Mit welchen Formeln kann Iorga den Oberflächeninhalt berechnen? Erkläre.

① $O = O_{\text{Halbkugel}} + O_{\text{Kegel}} + M_{\text{Quader}} - 2 \cdot G_{\text{Quader}}$

② $O = O_{\text{Halbkugel}} + O_{\text{Quader}} + O_{\text{Kegel}}$

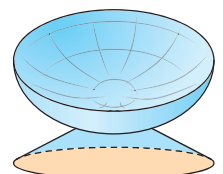
③ $O = O_{\text{Quader}} + O_{\text{Kegel}} + O_{\text{Halbkugel}}$

④ $O = O_{\text{Quader}} + O_{\text{Kegel}} + O_{\text{Halbkugel}} - 4 \cdot G_{\text{Quader}}$

- b) Welche Kärtchen passen nicht? Wo liegt der Fehler?
c) Berechne das Volumen, die Masse und den Oberflächeninhalt des Werkstücks.

- 5 Der innere Oberflächeninhalt der halbkugelförmigen Parabol-schüssel (Wandstärke 10 cm) beträgt $353,25 \text{ m}^2$.

- a) Welchen inneren Radius hat diese?
b) Die Parabol-schüssel benötigt innen und außen einen Schutz-anstrich. Wie viele ganze m^2 sind zu streichen?

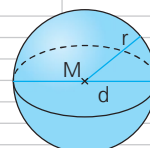


Kugelförmige Körper mit der Tabellenkalkulation berechnen

- 1 Für die Berechnung des Volumens und des Oberflächeninhalts einer Kugel wurde am Computer ein Tabellenblatt erstellt.

- Notiere im Heft, welche Formeln in den Zellen C5 und C10 eingegeben wurden.
- Welche Formeln hat Ibrahim für den umgekehrten Rechenweg in die Zellen C17 und C24 eingetragen? Erkläre und notiere ebenfalls im Heft.
- Erstelle nun selbst ein Tabellenblatt nach dem vorliegenden Muster und probiere die Funktionsweise mit selbstgewählten Angaben aus.
- Verdopple (verdreifache, vervierfache) die Ausgangsgröße. Wie verändern sich die jeweiligen Endergebnisse?
- Bearbeite die Aufgabe 4 auf S. 52 mit dem Tabellenblatt und überprüfe deine Ergebnisse mit den Lösungsangaben in der Randspalte auf dieser Seite.

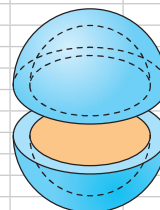
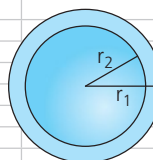
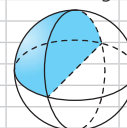
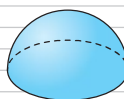
	A	B	C	D	E
1	Berechnung Volumen Kugel				
2					
3	gegeben:	Kugelradius r	5,0 cm		
4					
5	gesucht:	Volumen V_{Ku}	523,3 cm ³		
6					
7					
8	Berechnung Oberflächeninhalt Kugel				
9					
10	gegeben:	Oberflächeninhalt O_{Ku}	314,0 cm ²		
11					
12					
13	Berechnung Kugelradius aus V_{Ku}				
14					
15	gegeben:	Volumen V_{Ku}	523,3 cm ³		
16					
17	gesucht:	Kugelradius r	5,0 cm		
18					
19					
20	Berechnung Kugelradius O_{Ku}				
21					
22	gegeben:	Oberflächeninhalt O_{Ku}	314,0 cm ²		
23					
24	gesucht:	Kugelradius r	5,0 cm		
25					

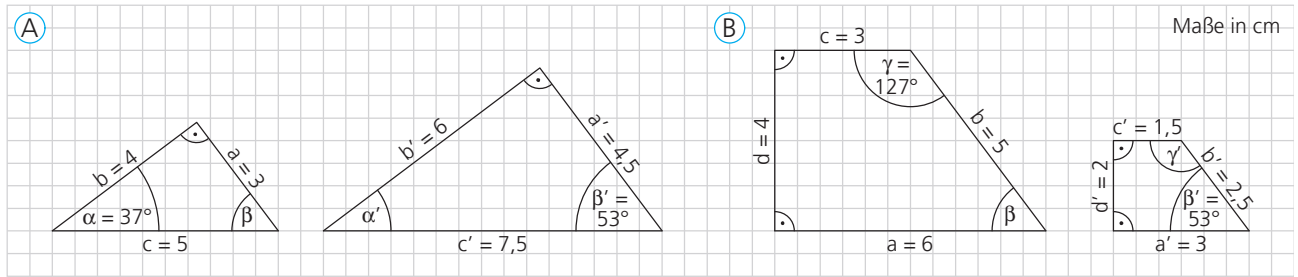


- 2 Daria möchte mit ihrem Tabellenblatt das Volumen und den Oberflächeninhalt einer Halb-, einer Viertel- sowie einer Hohlkugel berechnen.

- Notiere im Heft, welche Formeln sie in die Zellen C5, C6, C13, C14 und C30 eingegeben hat.
- Erstelle nun selbst ein Tabellenblatt nach Darias Muster und überprüfe die Funktionsweise mit selbstgewählten Angaben.
- Vervielfache jeweils deine Ausgangsgrößen mit einem bestimmten Faktor (z. B. 2, 3 oder 4). Wie verändern sich die jeweiligen Endergebnisse?
- Bearbeite die Aufgaben 11 und 12 auf S. 53 jeweils mit dem Tabellenblatt. Überprüfe deine Ergebnisse mit den Lösungsangaben in der Randspalte auf dieser Seite.

	A	B	C	D	E
1	Berechnung Volumen und Oberflächeninhalt Halbkugel				
2					
3	gegeben:	Halbkugelradius r	2,0 cm		
4					
5	gesucht:	Volumen $V_{Halbkugel}$	16,7 cm ³		
6		Oberflächeninhalt $O_{Halbkugel}$	37,7 cm ²		
7					
8					
9	Berechnung Volumen und Oberflächeninhalt Viertelkugel				
10					
11	gegeben:	Viertelkugelradius r	2,0 cm		
12					
13	gesucht:	Volumen $V_{Viertelkugel}$	8,4 cm ³		
14		Oberflächeninhalt $O_{Viertelkugel}$	25,1 cm ²		
15					
16					
17		Halbkugel	Viertelkugel		
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25	Berechnung Volumen Hohlkugel				
26					
27	gegeben:	äußerer Radius r_1	10,2 cm		
28		innerer Radius r_2	9,5 cm		
29					
30	gesucht:	Volumen $V_{Hohlkugel}$	853,4 cm ³		
31					
32					
33					
34					
35					
36					
37					
38					
39					
40					
41					
42					



**TIPP!**

$$a' = k \cdot a$$

$$4,5 = 1,5 \cdot 3$$

- 1 a) In welchem Maßstab wurde jeweils vergrößert bzw. verkleinert?
- b) Erkläre, wie Anton bei den beiden Dreiecken die Längenverhältnisse zusammengehöriger Seiten überprüft. Vervollständige dann in deinem Heft. Was stellst du fest? Vergleiche mit dem Maßstab.
- c) Er überprüft bei beiden Dreiecken auch die zusammengehörigen Winkel. Zu welchem Ergebnis kommt er? Erläutere.
- d) Überprüfe bei den beiden Vierecken ebenso die Längenverhältnisse zusammengehöriger Seiten und die Größe zusammengehöriger Winkel. Beschreibe dein Ergebnis.

A Dreiecke:

$$\frac{a'}{a} = \frac{4,5}{3} = 1,5 \quad \frac{b'}{b} = \frac{4,5}{3} = 1,5$$

ähnliche Figuren

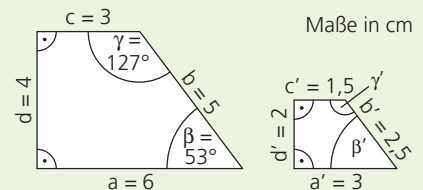
Durch das Vergrößern oder Verkleinern entstehen ähnliche Figuren.

Für diese gilt:

Die Längenverhältnisse zusammengehöriger Seiten sind gleich und stimmen mit dem Faktor k überein.

Dabei gilt: $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{d'}{d} = k$

Zusammengehörige Winkel sind gleich groß.



$$\frac{a'}{a} = \frac{3}{6} = 0,5 \quad \frac{b'}{b} = \frac{2,5}{5} = 0,5$$

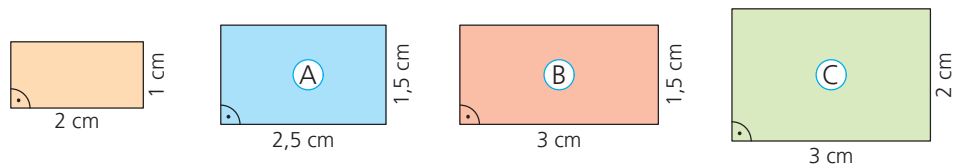
$$\frac{c'}{c} = \frac{1,5}{3} = 0,5 \quad \frac{d'}{d} = \frac{2}{4} = 0,5$$

$$\Rightarrow k = 0,5$$

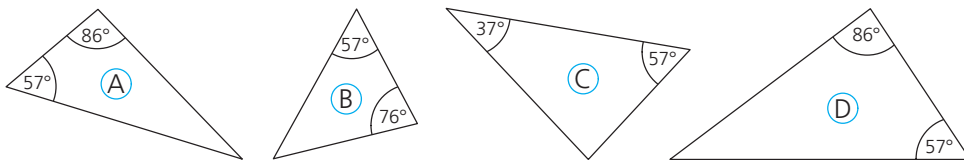
$$\alpha = \alpha' = 90^\circ \quad \beta = \beta' = 53^\circ$$

$$\gamma = \gamma' = 127^\circ \quad \delta = \delta' = 90^\circ$$

- 2 Erkläre mit dem Merkkasten, unter welchen Voraussetzungen Figuren ähnlich sind.
- 3 Gegeben ist ein Dreieck mit den Seitenlängen $a = 5$ cm, $b = 3$ cm und $c = 6$ cm. Sind die folgenden Dreiecke ähnlich? Prüfe rechnerisch.
 - a) $a = 12$ cm; $b = 9$ cm; $c = 15$ cm
 - b) $a = 10$ cm; $b = 6$ cm; $c = 12$ cm
 - c) $a = 9$ cm; $b = 5,4$ cm; $c = 10,8$ cm
 - d) $a = 6,25$ cm; $b = 3,75$ cm; $c = 7,25$ cm
- 4 Welche Figur ist zur Originalfigur ähnlich? Überprüfe rechnerisch.



- 5 Welche Dreiecke sind zueinander ähnlich? Begründe.



TIPP!

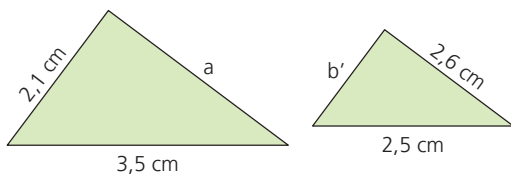
Denke an die Winkelsumme.

- 6 Ein Rechteck hat die Seitenlängen $a = 3$ cm und $b = 4$ cm. Bei einem dazu ähnlichen Rechteck gilt $a' = 9$ cm.

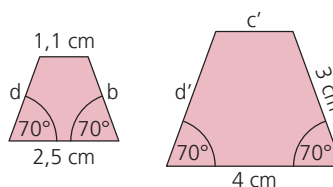
- a) Bestimme den Faktor k .
b) Berechne die Seitenlänge b' und zeichne das ähnliche Rechteck.

- 7 Die beiden Figuren sind jeweils ähnlich. Bestimme die gesuchten Größen. Runde gegebenenfalls auf eine Kommastelle.

a)



b)

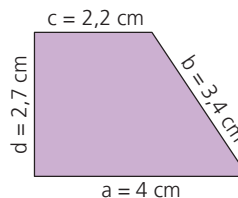


Lösungen zu 7 und 8:

1,9	1,5	1,8
3,6	6,75	2,5
1,9	8,5	3
5,5		

- 8 Das rechtwinklige Trapez wird vergrößert. Dabei verlängert sich die Seitenlänge a um 6 cm.

- a) Berechne den Faktor k .
b) Bestimme die restlichen Seitenlängen des ähnlichen Trapezes und zeichne es.



- 9 a) Beurteilt Alinas und Daniels Aussagen.
b) Findet weitere Figuren, die unabhängig von ihrer Größe immer ähnlich sind.

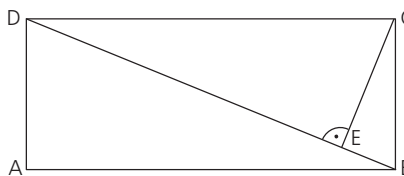


Zwei Quadrate sind immer ähnlich.

Auch zwei rechtwinklige Dreiecke sind immer ähnlich.

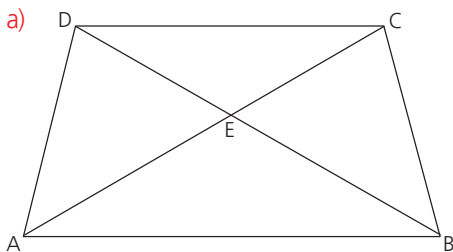


- 10 Ein beliebiges Rechteck ABCD wird wie angegeben in drei Dreiecke zerlegt. Sind diese ähnlich? Begründe.

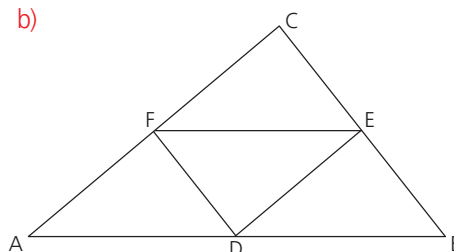


- 11 Welche Dreiecke sind ähnlich? Begründe.

a)



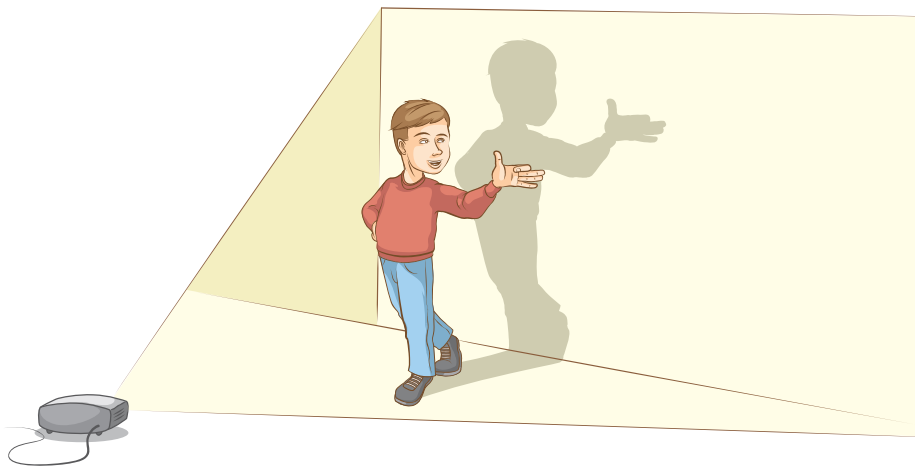
b)



TIPP!

Benenne die Winkel mit Buchstaben, z. B. $\angle AEB$. Der mittlere Punkt ist dabei der Scheitelpunkt.

Eigenschaften der zentrischen Streckung erkennen



Wie entsteht das Schattenbild?

Wie ändert sich die Bildgröße, wenn die Leinwand näher an die Lichtquelle rückt?

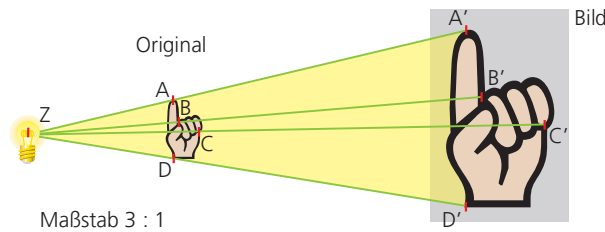
Wie ändert sich die Bildgröße, wenn das Original näher an die Lichtquelle rückt?

Was lässt sich jeweils über die Form von Original und Bild aussagen?

Was bedeutet eine Vergrößerung im Maßstab 2 : 1?

- 1 Beantwortet die Fragen. Probiert gegebenenfalls mit der Dokumentenkamera oder dem Beamer aus.

2



$$|\overline{ZA'}| = 6 \text{ cm}$$

$$|\overline{ZA}| = 2 \text{ cm}$$

$$|\overline{ZB'}| = \text{---}$$

$$|\overline{ZB}| = \text{---}$$

$$|\overline{ZC'}| = \text{---}$$

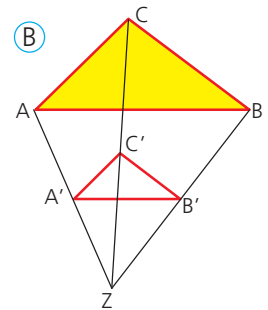
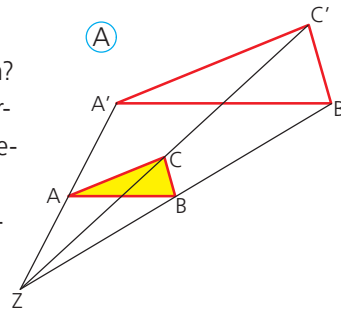
$$|\overline{ZC}| = \text{---}$$

$$|\overline{ZD'}| = \text{---}$$

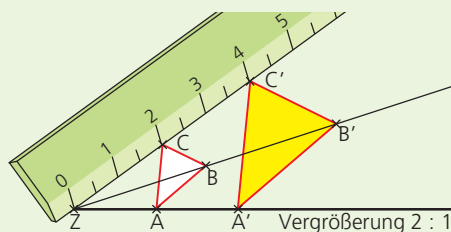
$$|\overline{ZD}| = \text{---}$$

Nun sind Strahlen eingezeichnet, welche die Lichtquelle mit den entsprechenden Punkten von Original und Bild verbinden. Übertrage die Tabelle ins Heft und ergänze. Vergleiche zusammengehörige Strecken mit dem Maßstab.

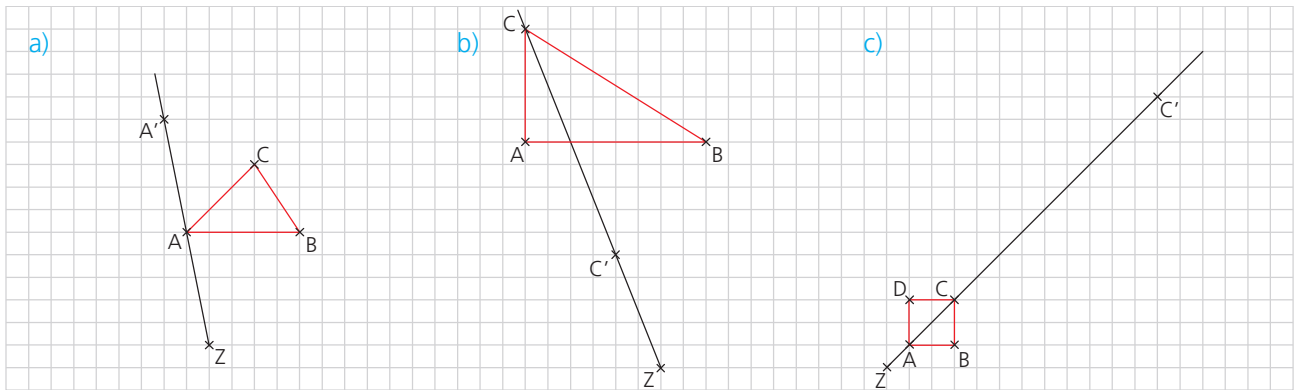
- 3 a) Wie sind die Bilddreiecke $A'B'C'$ jeweils entstanden?
- b) Gib den Maßstab der Vergrößerung bzw. Verkleinerung an.
- c) Lege Tabellen wie in Aufgabe 2 an und fülle sie aus.



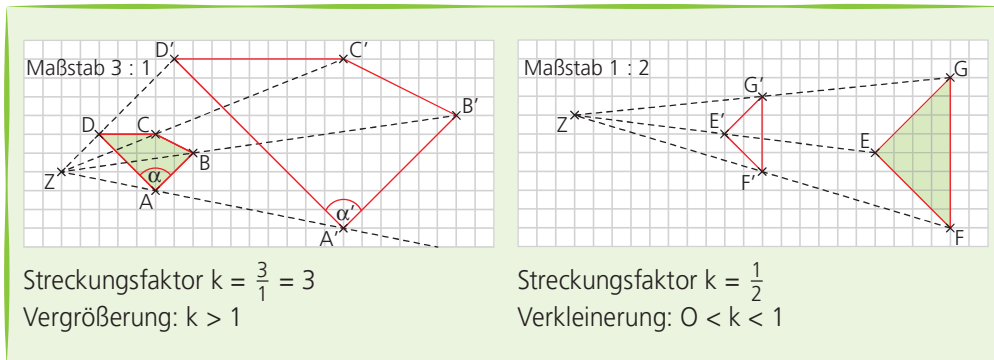
zentrische Streckung



Wird von einem Punkt Z (= Zentrum) aus vergrößert bzw. verkleinert, befinden sich die entsprechenden Punkte auf Halbgeraden, die von Z ausgehen. Dabei vergrößern bzw. verkleinern sich alle Abstände von Z im gleichen Verhältnis. Es entstehen ähnliche Figuren.



- 4 Die Figuren sollen jeweils von Z aus vergrößert bzw. verkleinert werden. Ein Bildpunkt ist bereits eingezeichnet. Übertrage, zeichne fertig und gib den Maßstab an.



Streckungsfaktor k

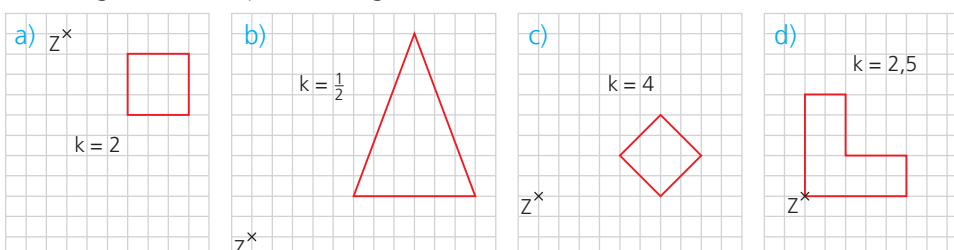
- 5 Entscheide, ob eine Vergrößerung oder Verkleinerung vorliegt.

- a) $k = 3,5$ b) $k = 0,4$ c) $k = \frac{1}{6}$ d) $k = \frac{5}{2}$
e) $k = 1$ f) $k = 0,05$ g) $k = \frac{7}{3}$ h) $k = \frac{6}{8}$

Eine zentrische Streckung ist durch das Streckungszentrum Z und durch den Streckungsfaktor k bestimmt. Dabei entstehen ähnliche Figuren, bei denen die Längenverhältnisse entsprechender Seiten gleich und zusammengehörige Winkel gleich groß sind.
Es gilt: $\overline{A'B'} \parallel \overline{AB}$ $|\overline{A'B'}| = k \cdot |\overline{AB}|$ $\alpha' = \alpha$

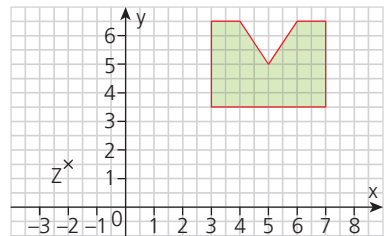
Eigenschaften
zentrische Streckung

- 6 Die Originalfigur ist jeweils angegeben. Übertrage ins Heft und führe die zentrischen Streckungen aus. Überprüfe die Ergebnisse mithilfe des Merkkastens.



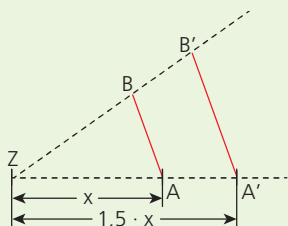
Figuren zentrisch strecken

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
Punkt A	(4,5 3)	(1 1)	(0 0)	(1,5 2)	(1 1)	(0 1)	(1 8)	(0 1)
Punkt B	(7 5,5)	(4 2)	(10 0)	(2,5 1)	(4 1)	(1 4)	(3 5)	(1 0)
Punkt C	(5 8)	(3 4)	(6 8)	(6 1)	(3 2)	(3,5 1)	(6 6,5)	(2 2)
Zentrum Z	(1 5)	(0 0)	(4 2)	(1,5 2)	(0 0)	(2 0)	(1 1)	(0 0)
Streckungsfaktor k	1,5	0,5	0,25	2	3	2,5	0,5	4

- Zeichne jeweils das Dreieck ABC und führe eine zentrische Streckung mit Zentrum Z und dem angegebenen Streckungsfaktor k durch.
- Das Fünfeck ABCDE mit A (4|2,5), B (6|2,5), C (6|4,5), D (5|5,5) und E (4|4,5) soll durch zentrische Streckung auf A'B'C'D'E' abgebildet werden.
Dabei ist B' (8|4,5) und C' (8|8,5).
 - Übertrage die Punkte und bestimme das Streckungszentrum Z zeichnerisch.
 - Ermittle den Streckungsfaktor k und zeichne die Bildpunkte A', D' und E' ein.
- Die Punkte A (1|1), B (3|1), C (2,5|3) und D (3|3), E (8|3), F (7,5|9) bestimmen jeweils ein Dreieck.
 - Überprüfe zeichnerisch, ob das Dreieck DEF das durch zentrische Streckung entstandene Bild des Dreiecks ABC sein kann.
 - Ändere Punkt D, E oder F so, dass Dreieck DEF das Bild von Dreieck ABC ist.
- Die Figur im Koordinatensystem ist das durch zentrische Streckung mit dem Faktor $k = 3$ entstandene Bild der gesuchten Originalfigur. Übertrage ins Heft und ermittle die Originalfigur zeichnerisch. Das Streckungszentrum liegt bei Z (-2|1,5).
 
- Gegeben ist ein Fünfeck mit A (2|2), B (3|2), C (4|3), D (1|4) und E (1|3).
 - Zeichne das Fünfeck ABCDE in ein Koordinatensystem.
 - Ein weiteres Fünfeck A'B'C'D'E' ist ähnlich zu ABCDE. Zeichne A'B'C'D'E' in dasselbe Koordinatensystem, wenn für die Punkte A', B' und C' gilt: A' (4|4), B' (6|4), C' (8|6).
- Gegeben ist ein beliebiges Rechteck ABCD. Der Schnittpunkt der Diagonalen heißt M. Durch zentrische Streckung entsteht ein ähnliches Rechteck. Dabei ist der Punkt B des Rechtecks gleichzeitig das Streckungszentrum und der Rechteckpunkt D ist auch der Bildpunkt von M. Ermittle das Bildrechteck zeichnerisch.
- Das Dreieck ABC hat die Seiten $a = 2,8$ cm, $b = 3,5$ cm und $c = 4$ cm. Bestimme rechnerisch, welche der folgenden Dreiecke Bild Dreiecke zu ABC und damit ähnlich sind.

a) $a = 4,2$ cm; $b = 5,25$ cm; $c = 6$ cm	b) $a = 1,4$ cm; $b = 1,75$ cm; $c = 2$ cm
c) $a = 11,76$ cm; $b = 14,7$ cm; $c = 16,8$ cm	d) $a = 0,7$ cm; $b = 0,9$ cm; $c = 1$ cm

Zeichnerische Lösung:



Aufgabe:

Die Strecke $\overline{AB}$ hat eine Länge von 4,5 cm.
 Die Bildstrecke $\overline{A'B'}$ ist mit dem Streckungsfaktor $k = 1,5$ abgebildet.
 Wie lang ist sie?

Rechnerische Lösung:

$$\begin{aligned} |\overline{A'B'}| &= k \cdot |\overline{AB}| \\ &= 1,5 \cdot 4,5 \\ &= \end{aligned}$$

zeichnerische und rechnerische Lösung

- 8 a) Erläutere das Beispiel.
 b) Bestimme die Länge der Bildstrecke $|\overline{A'B'}|$. Löse zeichnerisch und rechnerisch.

A $|\overline{AB}| = 2,5 \text{ cm}; k = 2$

B $|\overline{AB}| = 8 \text{ cm}; k = 0,5$

C $|\overline{AB}| = 0,5 \text{ cm}; k = 5$

- 9 Ein Dreieck ABC mit $c = 3,5 \text{ cm}$, $\alpha = 35^\circ$ und $\beta = 70^\circ$ wird mit $k = 3$ auf das Bilddreieck $A'B'C'$ abgebildet. Bestimme c' , α' , β' und γ' .

Lösungen zu 9 und 10:

70	240	6,35
1,5	10,5	1,2
176,73	36,2	75
35		

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Originalstrecke $ \overline{AB} $	25,4 cm	3,12 m	■	0,8 dm	9,6 mm	■
Bildstrecke $ \overline{A'B'} $	■	4,68 m	162,9 m	9,6 cm	■	58,91 m
Streckungsfaktor k	0,25	■	4,5	■	25	$\frac{1}{3}$

- 11 Ein Quadrat mit der Seitenlänge $a = 2,4 \text{ cm}$ wird mit dem Faktor $k = 3$ gestreckt.

- a) Berechne die Seitenlänge a' des Bildquadrats.
 b) Berechne die Flächeninhalte des Original- und des Bildquadrats. Vergleiche.

- 12 Ein Dreieck mit $c = 6,4 \text{ cm}$ und $h_c = 5,6 \text{ cm}$ wird mit $k = 2$ gestreckt.

- a) Berechne die Streckenlängen c' und $h_{c'}$ des Bilddreiecks.
 b) Berechne die Flächeninhalte des Original- und des Bilddreiecks. Vergleiche.

In ähnlichen Figuren ist der Flächeninhalt der Bildfigur k^2 -mal so groß wie der Flächeninhalt der Originalfigur.

$$A' = k^2 \cdot A$$

Flächeninhalte

- 13 Berechne für $k = 1,5$ die Flächeninhalte der Bildfiguren.

Parallelogramm:
 $a = 12,2 \text{ dm}; h_a = 4,5 \text{ dm}$

Trapez:
 $a = 8,8 \text{ cm}; c = 5,3 \text{ cm}$
 $h_a = 4 \text{ cm}$

Dreieck:
 $c = 7,2 \text{ cm}; h_c = 6,8 \text{ cm}$

Lösungen zu 13 und 14:

2	63,45	123,525
0,5	55,08	

- 14 Berechne jeweils den Streckungsfaktor k.

- a) Eine Fläche mit $A = 25 \text{ cm}^2$ wird auf eine Bildfläche mit $A' = 100 \text{ cm}^2$ gestreckt.
 b) Ein Rechteck ($a = 20,5 \text{ cm}; b = 9,6 \text{ cm}$) wird auf Bildrechteck mit $A' = 49,2 \text{ cm}^2$ gestreckt.

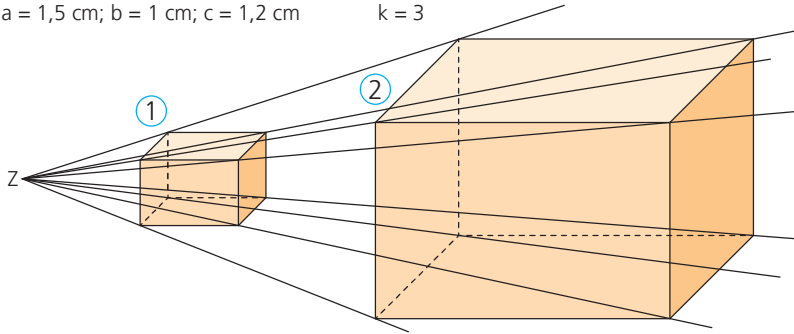
Körper zentrisch strecken

Originalquader ①:

$a = 1,5 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$; $c = 1,2 \text{ cm}$

Streckungsfaktor:

$k = 3$



Andreas $V_2 = a' \cdot b' \cdot c'$
 $= 3 \cdot 1,5 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1,2$
 $= 4,5 \cdot 3 \cdot 3,6$
 $= 48,6 (\text{cm}^3)$

Fatima $V_2 = k^3 \cdot V_{\text{Originalquader}}$
 $= 3^3 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot 1,2$
 $= 27 \cdot 1,8$
 $= 48,6 (\text{cm}^3)$

- 1 Der Quader ① wurde mit dem Streckungsfaktor $k = 3$ zum Quader ② gestreckt.
- Beschreibe, wie Andreas das Volumen des Bildquaders berechnet.
 - Erläutere, wie Fatima das Volumen des Bildquaders berechnet.
 - Berechne wie Fatima das Volumen des Bildkörpers.

A $k = 2$; $V_{\text{Originalkörper}} = 17 \text{ cm}^3$

B $k = 0,5$; $V_{\text{Originalkörper}} = 450 \text{ cm}^3$

Rauminhalte
Volumina

In ähnlichen Körpern ist der Rauminhalt bzw. das Volumen des Bildkörpers genau k^3 -mal so groß wie das Volumen des Originalkörpers.

$$V_{\text{Bildkörper}} = k^3 \cdot V_{\text{Originalkörper}}$$

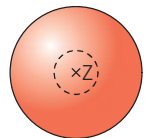
- 2 Bestimme die fehlenden Werte der Tabelle.

	Seitenlänge a	Seitenlänge b	Seitenlänge c	Streckungs- faktor k	Volumen Original	Volumen Bild
a)	2 cm	3 cm	4 cm	6	■	■
b)	1,5 dm	5,5 dm	8 dm	2,5	■	■
c)	■	2 cm	6,25 cm	2	■	400 cm ³

Lösungen zu 2 bis 5:		
75	5 184	50
33 493,3	24	4
1 031,25	66	1 429,2

- 3 Eine Pyramide mit einer Grundfläche von 20 cm^2 und einer Höhe von 5 cm wird mit dem Faktor $k = 3,5$ gestreckt. Berechne das Volumen der Bildpyramide.

- 4 Eine Kugel mit einem Radius von 5 cm wird im Mittelpunkt mit dem Faktor $k = 4$ zentrisch gestreckt. Bestimme das Volumen der Hohlkugel, welche übrigbleibt, wenn man die Originalkugel entfernt.



- 5 Ein Kegel hat, nachdem er mit dem Faktor $k = 2$ gestreckt wurde, ein Volumen von $1 600 \text{ dm}^3$. Bestimme den Grundflächeninhalt des Originalkegels, wenn die Höhe des Bildkegels 16 dm beträgt.

- 6 Berechne jeweils den Streckungsfaktor.

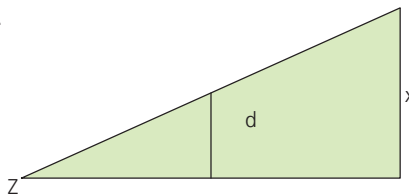
a) $V_{\text{Originalkörper}} = 125 \text{ cm}^3$; $V_{\text{Bildkörper}} = 3 375 \text{ cm}^3$

b) $V_{\text{Originalkörper}} = 2 600 \text{ dm}^3$; $V_{\text{Bildkörper}} = 325 \text{ dm}^3$

Übungsaufgaben zur zentrischen Streckung lösen

- 1 Bestimme die fehlenden Werte der Tabelle im Heft.

	a)	b)	c)	d)
x	48 mm	14 dm	■	210 cm
d	12 mm	■	36 m	42 cm
k	■	3,5	1,5	■



Lösungen zu 1 und 3:		
4	0,25	21,6
16,2	5	4
4,05	8,75	54
27	1,8	1,75
10,5	1,95	

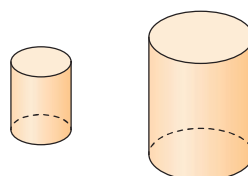
- 2 Zeichne die Punkte A (2|1), B (5|1) und C (5|3) in ein Koordinatensystem und verbinde sie zum Dreieck ABC. Trage den Punkt Z (1|0) als Streckungszentrum ein und zeichne die Bildfiguren zu den Streckungsfaktoren $k = 2,5$ und $k = 0,75$ in verschiedenen Farben.

- 3 Bestimme mit dem Streckungsfaktor k fehlende Seitenlängen.

- Das Dreieck ABC hat die Seitenlängen $a = 4$ dm, $b = 6$ dm und $c = 5$ dm. Beim Bild-dreieck A'B'C' gilt $a' = 7$ dm.
- Dreieck ABC hat die Seitenlängen $a = 12$ cm, $b = 7,8$ cm und $c = 16,2$ cm. Beim Bild-dreieck A'B'C' ist $a' = 3$ cm.
- Für Dreieck ABC gilt $a = 9$ cm, $b = 12$ cm und $c = 15$ cm. Der Umfang des Bild-dreiecks beträgt 64,8 cm.

- 4 Ein Zylinder mit einem Radius von 4 cm und einer Höhe von 9 cm wird zentrisch gestreckt.

- Berechne Oberflächeninhalt und Volumen des Originalzylinders.
- Ergänze die fehlenden Werte der Bildzylinder im Heft.



TIPP!

Rechne mit $\pi = 3,14$.

	k	r	h_k	O	V
A	3,5	14 cm	31,5 cm	■	■
B	■	■	■	■	3 617,28 cm ³
C	■	■	22,5 cm	■	■
D	■	■	■	20 899,84 cm ²	■

Lösungen zu 4 und 5:		
8	287	326,56
32	2 041	72
25	2	452,16
16	18	7 065
2,5	8	1 306,24
19 386,36	10	1 125
4 000,36	231 505,92	

- 5 Bei einer zentrischen Streckung eines Rechtecks mit dem Faktor $k = 3,5$ hat das Originalrechteck einen Flächeninhalt von 400 dm² und einen Umfang von 82 dm.

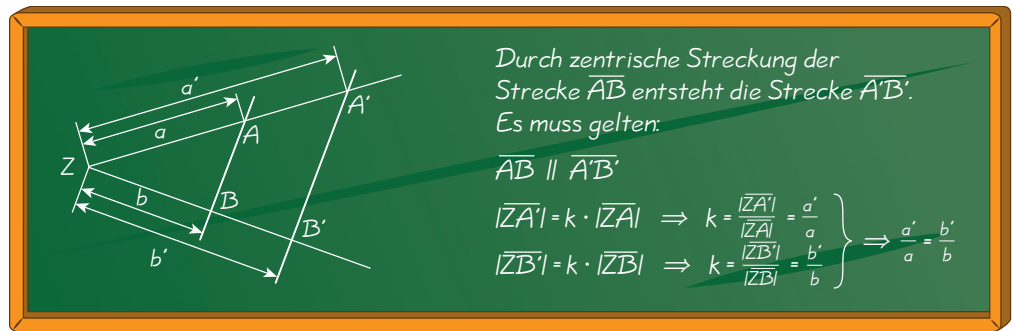
- Ermittle die Seitenlängen des Originalrechtecks.
- Bestimme den Umfang des Bildrechtecks.
- Berechne, um wie viel Prozent der Flächeninhalt bei der zentrischen Streckung zunimmt.

TIPP!

Löse bei a) mit zwei Gleichungen.

- 6 Das Viereck ABCD wird durch zentrische Streckung mit dem Streckungsfaktor $k = 3$ auf das Viereck A'B'C'D' abgebildet. Ist die jeweilige Aussage wahr oder falsch? Begründe.

- Die Strecken des Vierecks ABCD sind dreimal so lang wie die des Bildvierecks A'B'C'D'.
- Der Flächeninhalt des Bildvierecks A'B'C'D' ist neunmal so groß wie der Flächeninhalt des Vierecks ABCD.
- Der Winkel α' ist dreimal so groß wie der Winkel α .



1 Erläutere die Aussagen.

2 Überprüfe.

a) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$

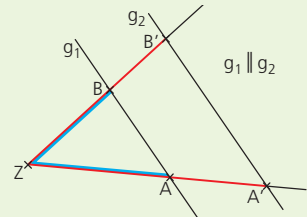
b) $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$

c) $\frac{|ZA|}{|AA'|} = \frac{|ZB|}{|BB'|}$

1. Strahlensatz

Werden zwei Strahlen, die von einem Punkt ausgehen, von parallelen Geraden geschnitten, so verhalten sich die Strecken auf dem einen Strahl wie die entsprechenden Strecken auf dem anderen Strahl.

z.B.: $\frac{|ZA'|}{|ZA|} = \frac{|ZB'|}{|ZB|}$ $\frac{|ZA|}{|ZB|} = \frac{|ZA'|}{|ZB'|}$ $\frac{|ZA|}{|AA'|} = \frac{|ZB|}{|BB'|}$



3 Ergänze die Gleichungen im Heft.

a) $\frac{|ZF|}{|ZB|} = \frac{\blacksquare}{\blacksquare}$

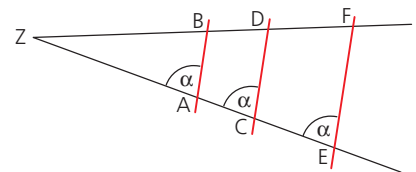
b) $\frac{|ZC|}{\blacksquare} = \frac{|ZD|}{|DF|}$

c) $\frac{|ZB|}{\blacksquare} = \frac{\blacksquare}{|ZC|}$

d) $\frac{|ZE|}{|ZA|} = \frac{\blacksquare}{\blacksquare}$

e) $\blacksquare = \frac{|ZC|}{|AE|}$

f) $\frac{|BD|}{\blacksquare} = \frac{\blacksquare}{|CE|}$



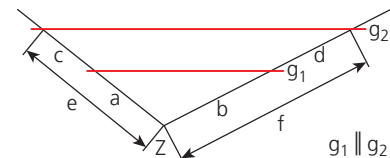
4 Berechne die mögliche Streckenlänge. Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

a) $a = 8$ cm; $b = 7,2$ cm; $d = 5,6$ cm

b) $e = 9$ cm; $a = 6$ cm; $b = 6$ cm

c) $c = 4$ cm; $b = 3$ cm; $a = 5$ cm

d) $d = 12$ cm; $e = 15$ cm; $c = 5$ cm



TIPP!

$$\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{c}{5,6} = \frac{8}{7,2} \quad | \cdot 5,6$$

$$c = \frac{8 \cdot 5,6}{7,2}$$

$$c = \blacksquare \text{ (cm)}$$

1. Strahlensatz bei sich schneidenden Geraden

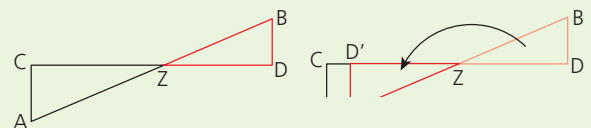
5

Der 1. Strahlensatz gilt auch für sich schneidende Geraden.

1. Strahlensatz: $\frac{|ZA|}{|ZB|} = \frac{|ZC|}{|ZD|}$

Es gilt: $|ZB| = |ZB'|$; $|ZD| = |ZD'|$

Daraus folgt: $\blacksquare = \blacksquare$



Drehung um 180°

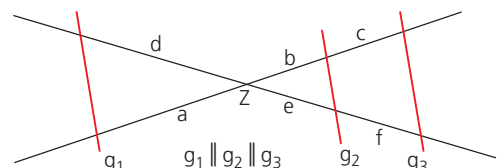
Erläutere, warum der 1. Strahlensatz auch für sich schneidende Geraden gilt.

6 Berechne die mögliche Streckenlänge.

a) $a = 3$ cm; $b = 2$ cm; $e = 4$ cm

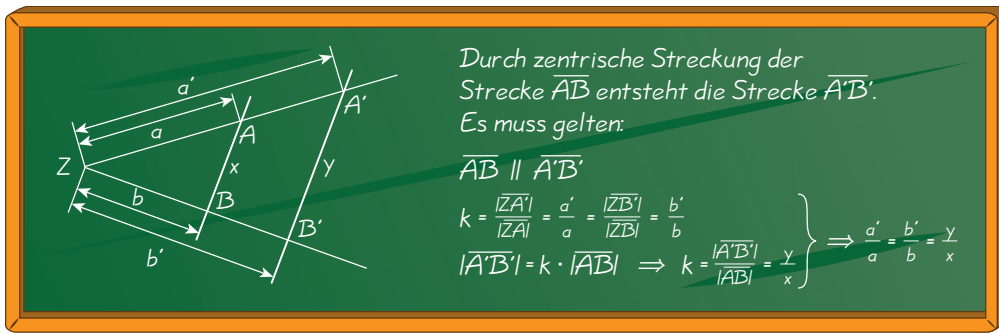
b) $c = 1,4$ cm; $a = 1,96$ cm; $d = 2,8$ cm

c) $b = 8,8$ cm; $f = 3$ cm; $c = 4$ cm



Lösungen zu 4 und 6:

6	3	24
6,2	2	2,4
6,6		

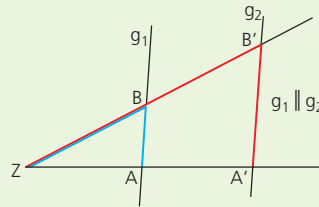


7 Erläutere die Aussagen.

8 Überprüfe. a) $\frac{a}{a'} = \frac{x}{y}$ b) $\frac{x}{y} = \frac{b}{b'}$ c) $\frac{x}{a} = \frac{y}{a'}$

Werden zwei Strahlen, die von einem Punkt ausgehen, von parallelen Geraden geschnitten, so verhalten sich die Längen der Parallelen wie die vom Strahlenschnittpunkt aus gemessenen entsprechenden Abschnitte auf einem Strahl.

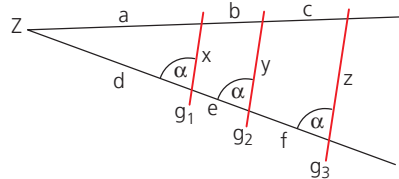
z.B.: $\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|ZA'|}{|ZA|}$ $\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|ZB|}{|ZB'|}$ $\frac{|AB|}{|ZA|} = \frac{|A'B'|}{|ZA'|}$



2. Strahlensatz

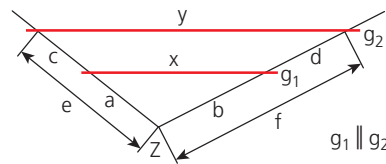
9 Ergänze die Gleichungen im Heft.

a) $\frac{x}{y} = \frac{\blacksquare}{a+b}$ b) $\frac{z}{x} = \frac{\blacksquare}{d}$ c) $\frac{d+e}{\blacksquare} = \frac{d}{x}$
 d) $\frac{y}{\blacksquare} = \frac{\blacksquare}{a+b+c}$ e) $\frac{a}{\blacksquare} = \frac{a+b+c}{\blacksquare}$ f) $\frac{\blacksquare}{d+e+f} = \frac{y}{\blacksquare}$



10 Berechne die mögliche Streckenlänge.

- a) $a = 4,5$ cm; $e = 6$ cm; $y = 4,4$ cm
 b) $b = 3,5$ cm; $f = 14$ cm; $x = 7$ cm
 c) $b = 6$ cm; $x = 9$ cm; $y = 12$ cm



TIPP!

$$\frac{a}{e} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{4,5}{6} = \frac{x}{4,4} \quad | \cdot 4,4$$

$$x = \frac{4,5 \cdot 4,4}{6}$$

$$x = \blacksquare \text{ (cm)}$$

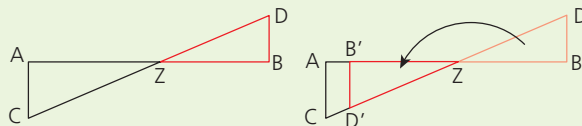
11

Der 2. Strahlensatz gilt auch für sich schneidende Geraden.

2. Strahlensatz: $\frac{|AC|}{|B'D'|} = \frac{|ZA|}{|ZB'|}$

Es gilt: $|B'D'| = |BD|$; $|ZB'| = |ZB|$

Daraus folgt: $\blacksquare = \blacksquare$

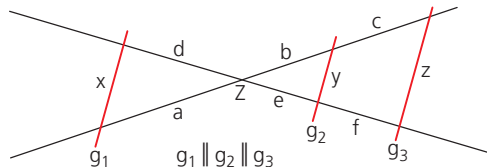


Drehung um 180°

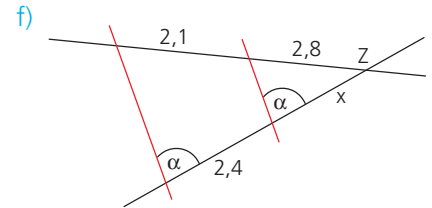
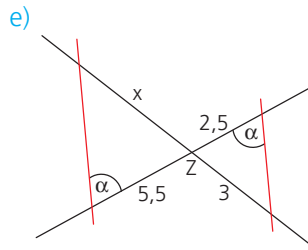
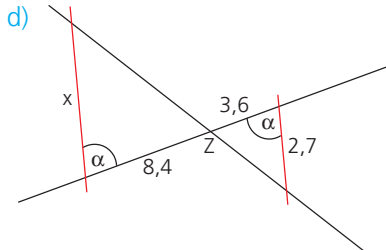
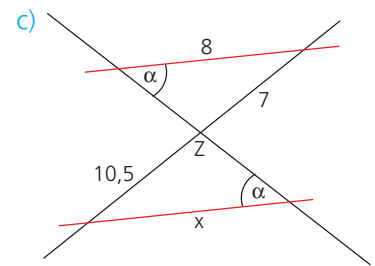
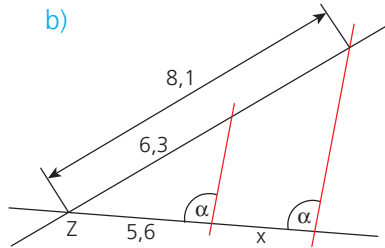
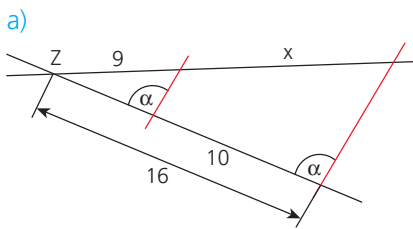
Erläutere an den Bildern und ergänze die Gleichung im Heft.

12 Berechne die mögliche Streckenlänge.

- a) $a = 3,2$ cm; $x = 5$ cm; $b + c = 8$ cm
 b) $y = 4,8$ cm; $e = 2$ cm; $x = 7,2$ cm
 c) $e + f = 16$ cm; $d = 6,4$ cm; $x = 2,2$ cm

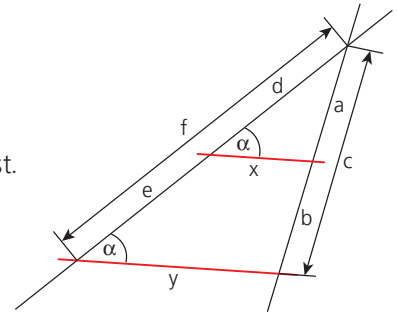


Lösungen zu 10 und 12:		
28	3,3	3
8	12,5	2,5
5,5		



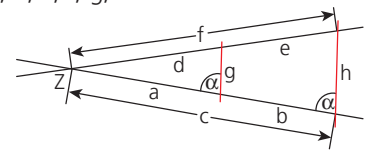
Lösungen zu 1 und 2:		
13,5	6,6	9,6
1,6	3,4	15
12	3,2	6,3

- Berechne jeweils die Länge der Strecke x.
- Berechne die mögliche Streckenlänge und gib an, ob du den 1. oder den 2. Strahlensatz verwendet hast.
 - a = 4 cm; c = 8,5 cm; x = 1,6 cm
 - x = 4,5 cm; y = 7,25 cm; f = 21,75 cm
 - e = 5,4 cm; d = 7,2 cm; b = 7,2 cm

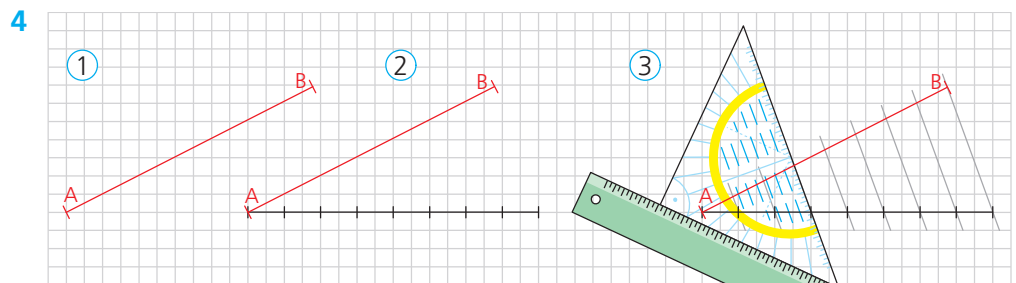


Lösungen zu 3:		
6	1,75	3,64
6,12	2,72	6,76
5,25	4,03	1,28
4,05	5,2	2,88

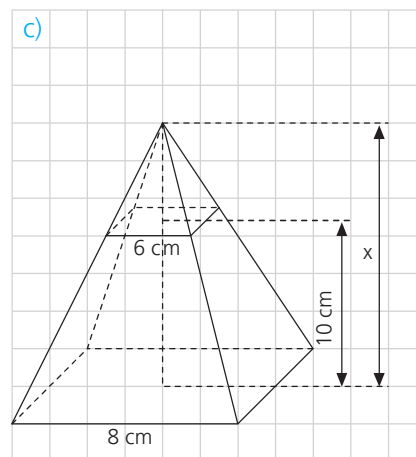
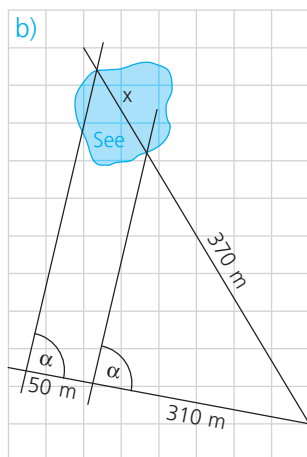
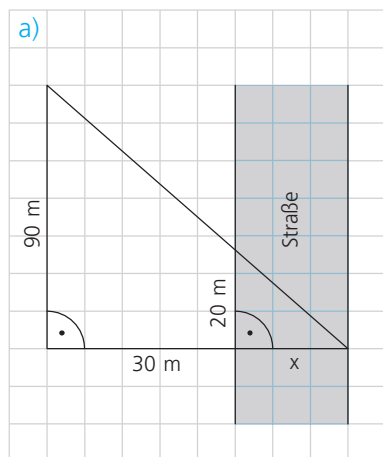
- Berechne die jeweils fehlenden der acht Strecken a, b, c, d, e, f, g, h. Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.
 - a = 4 cm; b = 2 cm; d = 3,5 cm; g = 2,7 cm
 - c = 10,4 cm; e = 2,8 cm; f = 8 cm; h = 6,2 cm
 - a = 1,6 cm; d = 3,4 cm; g = 4 cm; h = 7,2 cm



Streckenteilung

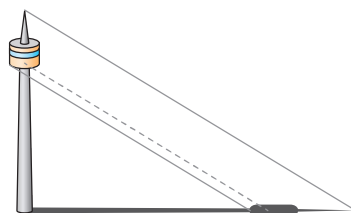


- Die Bilder zeigen, wie man geschickt eine Strecke $\overline{AB}$ in acht gleich große Stücke teilt. Erläutere Vorgehen und Vorteile.
 - Mit welcher Linie wird die Strecke $\overline{AB}$ im Verhältnis 5 : 3 geteilt? Begründe.
- Teile die Strecke $\overline{AB}$ in n gleich lange Teilstrecken.
 - $|\overline{AB}| = 8,5$ cm; n = 4
 - $|\overline{AB}| = 14,7$ cm; n = 5
 - $|\overline{AB}| = 13,8$ cm; n = 7
 - Teile die Strecke $\overline{AB}$ im angegebenen Verhältnis.
 - $|\overline{AB}| = 15$ cm (2 : 7)
 - $|\overline{AB}| = 12,7$ cm (4 : 3)
 - $|\overline{AB}| = 8,2$ cm (1 : 4)



7 Berechne jeweils die Länge der Strecke x . Runde auf zwei Kommastellen.

8 Ein 211 m hoher Funkturm wirft einen 270 m langen Schatten. Im oberen Bereich des Turms ist eine runde Aussichtsplattform, deren Unterkante im Schattenbild bei 159 m liegt. Die Aussichtsplattform hat einen Durchmesser von 30 m. In welcher Höhe befindet sich die Plattform am Turm? Runde auf ganze Meter.



TIPP!

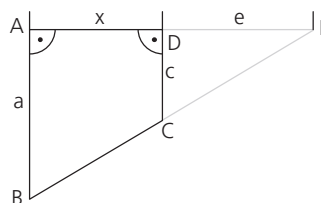
Finde zuerst das Streckungszentrum Z .

Lösungen zu 7 bis 10:

40	4800	8,57
124,25	59,68	21,6

9 Wie hoch ist ein Baum, der einen 14,40 m langen Schatten wirft, wenn gleichzeitig ein neben ihm stehender 1,80 m großer Mensch einen 1,20 m langen Schatten hat? Fertige zunächst eine Skizze und rechne dann.

10 Berechne den Flächeninhalt des Trapezes ABCD.
 $a = 120 \text{ m}$ $c = 40 \text{ m}$ $e = 30 \text{ m}$

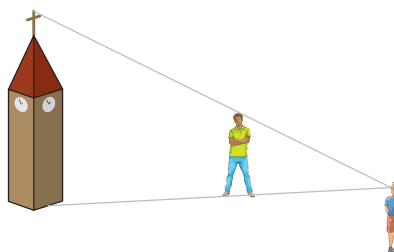


11 Jemand sieht gleichzeitig einen 1,80 m großen Menschen und einen Kirchturm, der 36 m hoch ist. Mensch und Kirchturm erscheinen dem Beobachter aber gleich groß.

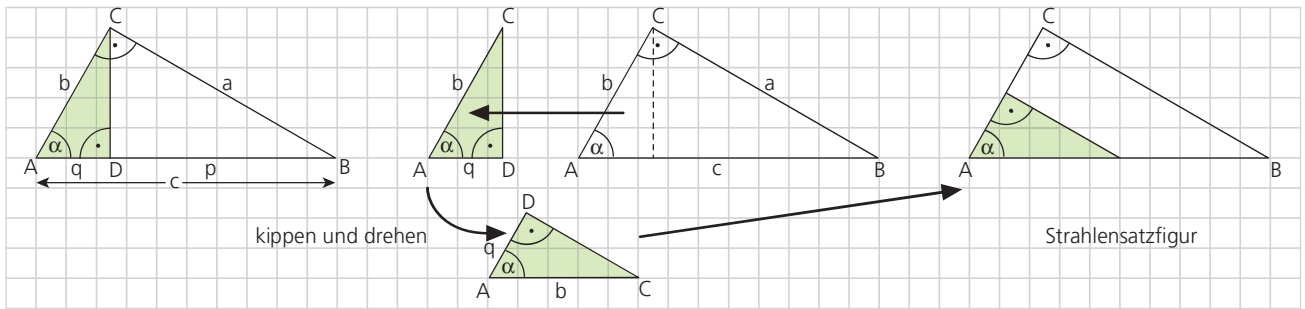
Lösungen zu 11 und 12:

236,25	20	135
--------	----	-----

- a) Wievielfach weiter als der Mensch ist der Kirchturm vom Beobachter entfernt?
 b) Der Beobachter will nun die Entfernung des Kirchturms bestimmen. Wenn er einen 12 cm langen Stift in 45 cm Entfernung vor sein Auge hält, wird der Kirchturm gerade verdeckt. Wie weit ist der Kirchturm entfernt?



12 Eine Seilbahn braucht bei gleichmäßiger Geschwindigkeit zwölf Minuten von der Tal- zur Bergstation. Die Fahrstrecke beträgt 1 720 m. Nach $4 \frac{1}{2}$ Minuten bleibt die Seilbahn 393,75 Höhenmeter unter der Bergstation wegen eines Defektes stehen. In welcher Höhe über der Talstation schwebt sie dann?



- 1 Das Dreieck ABC wird mit dem grünen Teildreieck teilweise überdeckt. Sind die beiden Dreiecke ABC und ACD ähnlich? Erläutere.

- 2 Aus der Strahlensatzfigur lässt sich nebenstehende Gleichung ableiten.

$$\frac{b}{q} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = c \cdot q$$

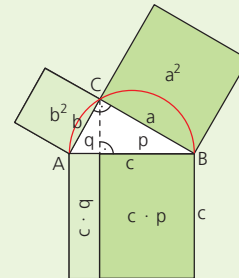
a) Überprüfe.

b) Leite in ähnlicher Weise auch die nebenstehende Gleichung her.

$$a^2 = c \cdot p$$

Kathetensatz

Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über einer Kathete gleich dem Flächeninhalt des Rechtecks aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt.



$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

TIPP!

$$a^2 = c \cdot p$$

$$2,9^2 = c \cdot 1,6$$

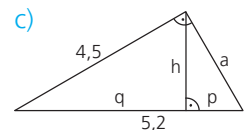
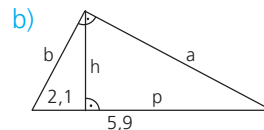
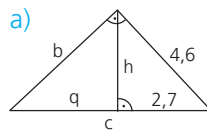
$$c = \frac{2,9^2}{1,6}$$

$$c = \blacksquare$$

- 3 Berechne die gesuchte Länge im rechtwinkligen Dreieck mit $\gamma = 90^\circ$:

- a) $a = 2,9$ cm; $p = 1,6$ cm; $c = \blacksquare$ b) $b = 5,5$ cm; $c = 8,6$ cm; $q = \blacksquare$
 c) $c = 10,5$ cm; $a = 3,7$ cm; $p = \blacksquare$ d) $q = 2,3$ cm; $c = 4,4$ cm; $b = \blacksquare$
 e) $p = 1,8$ cm; $c = 7,2$ cm; $a = \blacksquare$ f) $b = 5,9$ cm; $q = 3,7$ cm; $c = \blacksquare$

- 4 Berechne die fehlenden Längen. Runde gegebenenfalls auf eine Kommastelle.



- 5 Berechne die fehlenden Größen für ein rechtwinkliges Dreieck mit $\gamma = 90^\circ$.

	a	b	c	p	q
a)	8 cm	$\blacksquare$	10 cm	$\blacksquare$	$\blacksquare$
b)	$\blacksquare$	$\blacksquare$	$\blacksquare$	5 cm	6 cm
c)	$\blacksquare$	11 cm	$\blacksquare$	$\blacksquare$	7 cm
d)	$\blacksquare$	5,25 cm	9 cm	$\blacksquare$	$\blacksquare$
e)	12,4 cm	$\blacksquare$	$\blacksquare$	10 cm	$\blacksquare$

Lösungen zu 4:

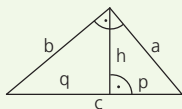
3,7	1,3	2,8
4,7	3,5	7,8
5,1	2,6	3,9
2,3	3,8	6,3

Lösungen zu 5:

17,3	6	3,1
5,4	8,1	15,4
13,3	11	3,6
6,4	10,3	5,9
9,1	7,3	7,4

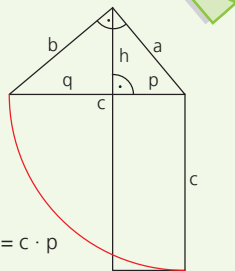
Höhensatz verstehen und anwenden

Satz des Pythagoras



$$h^2 + p^2 = a^2$$

Kathetensatz



$$a^2 = c \cdot p$$

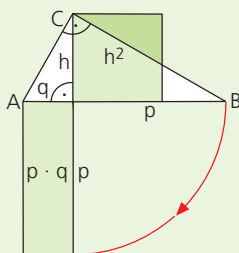
$$a^2 = a^2$$

Höhensatz

$$\begin{aligned} h^2 + p^2 &= c \cdot p \\ h^2 + p^2 &= (p + q) \cdot p \\ h^2 + p^2 &= p^2 + q \cdot p \\ \Rightarrow h^2 &= \blacksquare \end{aligned}$$

- 1 a) Beschreibe und ergänze die Herleitung in der Bildfolge.
- b) Erstelle eine entsprechende Herleitung mit den Seiten b und q.

Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über der Höhe gleich dem Flächeninhalt des Rechtecks aus den beiden Hypotenusenabschnitten.

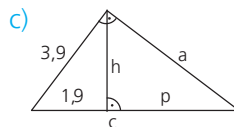
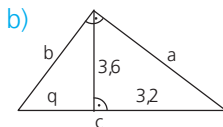
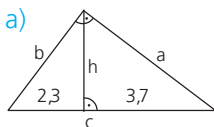


$$h^2 = p \cdot q$$

Höhensatz

- 2 Berechne die gesuchte Länge im rechtwinkligen Dreieck mit $\gamma = 90^\circ$.
 - a) $p = 3,4 \text{ cm}$; $q = 6,2 \text{ cm}$; $h = \blacksquare$
 - b) $q = 3,2 \text{ cm}$; $h = 7,9 \text{ cm}$; $p = \blacksquare$
 - c) $c = 10,4 \text{ cm}$; $p = 4,5 \text{ cm}$; $h = \blacksquare$
 - d) $p = 2,8 \text{ cm}$; $h = 5,7 \text{ cm}$; $c = \blacksquare$
 - e) $p = 3,1 \text{ cm}$; $h = 3 \text{ cm}$; $q = \blacksquare$
 - f) $c = 9,8 \text{ cm}$; $q = 2,3 \text{ cm}$; $h = \blacksquare$

- 3 Berechne die fehlenden Längen im rechtwinkligen Dreieck. Runde gegebenenfalls auf eine Kommastelle.



- 4 Berechne die fehlenden Größen eines rechtwinkligen Dreiecks mit $\gamma = 90^\circ$.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
p	3 cm	$\blacksquare$	2,25 cm	$\blacksquare$	10 cm	0,06 m
q	5 cm	3 cm	$\blacksquare$	3,6 cm	$\blacksquare$	0,34 dm
h	$\blacksquare$	4 cm	4,5 cm	6 cm	1,2 dm	$\blacksquare$

Lösungen zu 2 bis 4:		
3,9	4,7	7,0
7,3	5,3	2,9
6,1	2,9	3,4
5,5	9	14,4
3,7	4,1	4,5
5,2	4,6	19,5
10	8,0	4,8
14,4	6	4,2

- 5 Berechne die fehlenden Größen eines rechtwinkligen Dreiecks.

$\alpha = 90^\circ$	a	b	c	h_a	p	q
a)	12,5 cm	$\blacksquare$	$\blacksquare$	$\blacksquare$	4,2 cm	$\blacksquare$
b)	13 cm	5,5 cm	$\blacksquare$	$\blacksquare$	$\blacksquare$	$\blacksquare$
c)	$\blacksquare$	$\blacksquare$	16 cm	5 cm	$\blacksquare$	$\blacksquare$

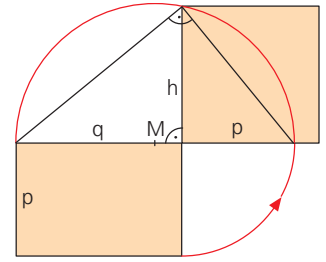
TIPP!

Erstelle erst eine Skizze mit $\alpha = 90^\circ$.

TIPP!

Runde Zwischen- und Endergebnisse auf dieser Seite stets auf eine Kommastelle.

- 1 Mithilfe des Höhensatzes kann ein Rechteck in ein flächengleiches Quadrat verwandelt werden.
 - a) Erkläre die Konstruktion.
 - b) Verwandle zeichnerisch ein Rechteck mit den Seitenlängen 7 cm und 3 cm in ein flächengleiches Quadrat.
 - c) Berechne die Seitenlänge des Quadrats und vergleiche mit der Zeichnung.



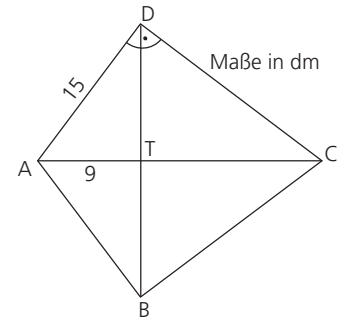
Lösungen zu 2:		
7	4,4	6,3
6,6	5,5	3,5

- 2 Verwandle das Rechteck mit den angegebenen Seitenlängen mithilfe des Höhensatzes (Kathetensatzes) zeichnerisch in ein flächengleiches Quadrat.

- a) 8,5 cm und 3,5 cm b) 6 cm und 2 cm c) 7,2 cm und 6 cm
- d) 5 cm und 8 cm e) 6,3 cm und 7,8 cm f) 6 cm und 3,3 cm

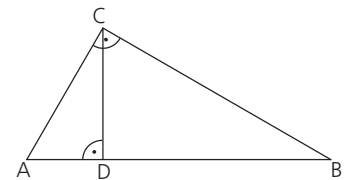
- 3 Konstruiere zu einem Quadrat mit der Seitenlänge 5 cm ein Rechteck mit demselben Flächeninhalt. Eine Rechtecksseite soll 4 cm lang sein. Überprüfe das Ergebnis der Zeichnung rechnerisch.

- 4 Für eine Werbeveranstaltung wird ein Drachen entsprechend der Skizze gefertigt. Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Drachens.

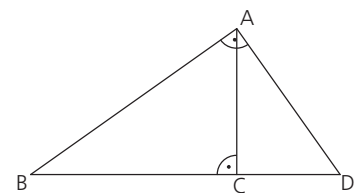


Lösungen zu 3 bis 7:		
6	10,4	13,5
12	23,9	22,9
5,2	3	70
300	6,25	9,6

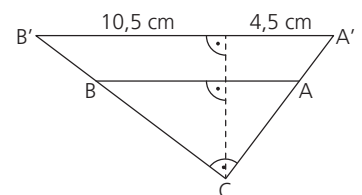
- 5 Die Schüler Andrea (A), Bernd (B), Claudia (C) und Daniel (D) möchten mithilfe eines Stadtplans berechnen, wie weit ihre Wohnorte voneinander entfernt liegen (Luftlinie). Sie zeichnen die Verbindungslinien ein (siehe Skizze). Sie wissen bereits, dass die Strecke $\overline{AC}$ doppelt so lang ist wie die Strecke $\overline{AD}$ und dass Daniel von Bernd 9 km entfernt wohnt. Berechne die Längen der Strecken $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CD}$.



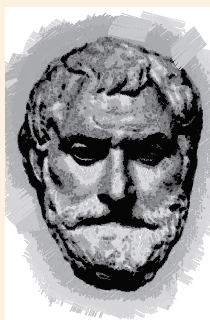
- 6 Bei einer Segelregatta werden von zwei verschiedenen Bootsklassen unterschiedlich lange Kurse gefahren. Die Bojen B und C liegen voneinander doppelt so weit entfernt wie C und D. A und D sind 4 km voneinander entfernt. Berechne die Längen der Segelstrecken $\overline{ABCA}$ und $\overline{ACDA}$.



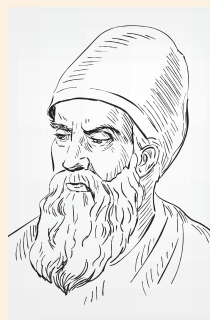
- 7 Der Flächeninhalt des durch zentrische Streckung mit dem Zentrum C entstandenen Dreiecks $A'B'C$ ist 2,25-mal so groß wie der Flächeninhalt des Dreiecks ABC. Berechne Umfang und Flächeninhalt des ursprünglichen Dreiecks ABC.



Thema: Mit Thales und Euklid Probleme lösen



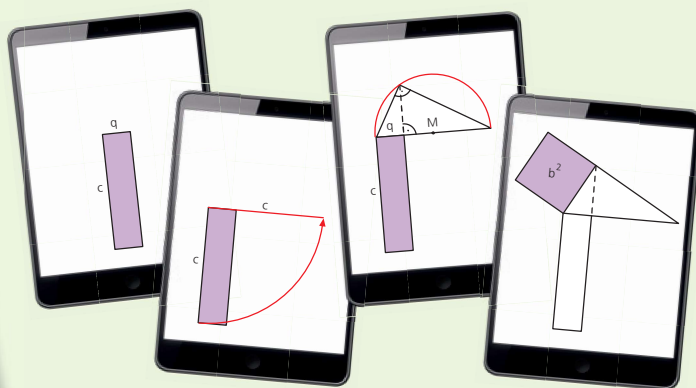
Der Philosoph, Mathematiker und Astronom Thales lebte im 6. Jhd. v. Chr. und wird häufig als einer der Urväter der antiken Geometrie bezeichnet. Von ihm stammt auch die Erkenntnis vom Thaleskreis (siehe Formelsammlung), die du bereits aus der 9. Jahrgangsstufe kennst.



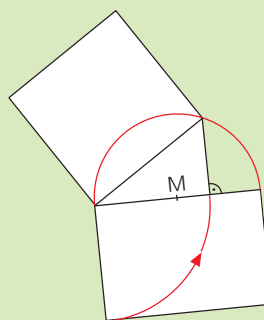
Im 3. Jhd. v. Chr. verfasste Euklid ein Werk in 13 Büchern über das gesamte mathematische Wissen jener Zeit. Neben vielen anderen Erkenntnissen verdanken wir ihm auch den Katheten- und den Höhensatz.

Mit diesen Sätzen von Thales und Euklid wollen wir nachfolgend einige Aufgaben lösen.

- 1 a) Die Abbildungen nebeneinander zeigen, wie man ein Rechteck in ein Quadrat mit gleichem Flächeninhalt umwandeln kann. Erläutere das Vorgehen.
- b) Konstruiere entsprechend mit den Seitenlängen 5 cm und 2 cm.
- c) Konstruiere ein zweites Mal passend zu $a^2 = c \cdot p$.
- d) Berechne die Seitenlänge des Quadrats mithilfe des Kathetensatzes und vergleiche mit der Zeichnung.



- 2 In der Zeichnung wird ein Rechteck mithilfe des Kathetensatzes in ein flächeninhaltsgleiches Quadrat verwandelt.
- a) Erkläre die Konstruktion.
- b) Verwandle zeichnerisch ein Rechteck mit den Seitenlängen 7 cm und 3 cm in ein flächeninhaltsgleiches Quadrat. Konstruiere entsprechend nebenstehender Zeichnung.
- c) Berechne die Seitenlänge des Quadrats und vergleiche mit der Zeichnung.



- 3 Verwandle das Rechteck jeweils zeichnerisch in ein flächeninhaltsgleiches Quadrat.

(A) 4 cm und 6,25 cm

(B) 8 cm und 2 cm

(C) 3 cm und 6 cm

(D) 2 cm und 10 cm

- 4 Verwandle nun ein Quadrat zeichnerisch in ein flächeninhaltsgleiches Rechteck. Überlege dir zunächst einen Lösungsweg.

- a) Länge einer Quadratseite gegeben

(A) 6 cm

(B) 5,5 cm

(C) 4,75 cm

- b) Flächeninhalt des Quadrats gegeben

(A) 49 cm²

(B) 27,5625 cm²



So schätze ich meine
Leistung ein.



1 Volumen von Kugeln berechnen ➦ S. 48, 49

- a) Berechne das Volumen der Kugel.
Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

(A) $r = 6 \text{ cm}$

(B) $r = 15 \text{ cm}$

(C) $d = 9 \text{ cm}$

(D) $d = 1 \text{ cm}$

- b) Berechne den Radius der Kugel.
Runde auf zwei Kommastellen.

(A) $V_{\text{Ku}} = 520 \text{ cm}^3$

(B) $V_{\text{Ku}} = 1080 \text{ cm}^3$

2 Oberflächeninhalt von Kugeln berechnen ➦ S. 50, 51

- a) Berechne den Oberflächeninhalt der Kugel.
Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

(A) $r = 7,5 \text{ dm}$

(B) $d = 21 \text{ cm}$

(C) $r = 2,5 \text{ m}$

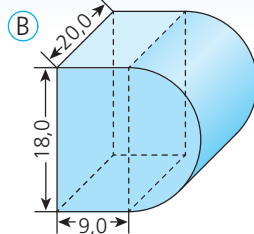
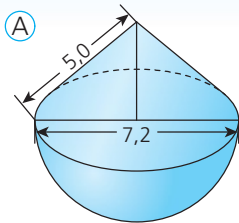
(D) $d = 31 \text{ mm}$

- b) Ein Fußball in Größe 5 hat einen Umfang von ca. 68 cm und wiegt rund 450 g. Wie viele cm^2 Leder werden bei der Herstellung benötigt, wenn mit einem Verschnitt von 15 % gerechnet wird? Runde auf zwei Kommastellen.

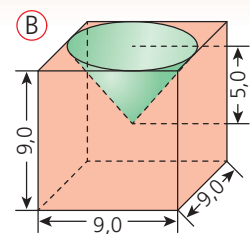
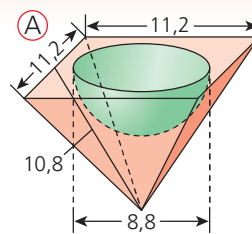


3 Größen an zusammengesetzten Körpern berechnen ➦ S. 54

- a) Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt der Werkstücke (Maße in cm).
Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

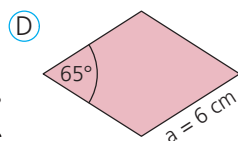
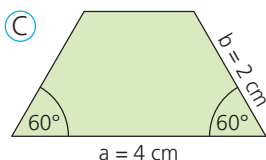
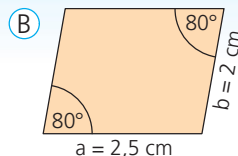
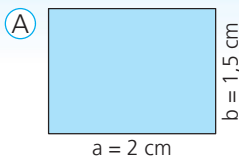


- b) Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt der Körper (Maße in cm).
Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.



4 Ähnliche Figuren erkennen ➦ S. 56

- a) Zeichne jeweils zur Originalfigur die ähnliche Figur mit der Länge $a' = 8 \text{ cm}$ in dein Heft.



- b) In einem Rechteck beträgt das Verhältnis von Länge zu Breite 5 : 6. Welche der folgenden Rechtecke sind dazu ähnlich? Begründe.

(A) $a = 4 \text{ cm}; b = 5 \text{ cm}$

(B) $a = 7,5 \text{ cm}; b = 9 \text{ cm}$

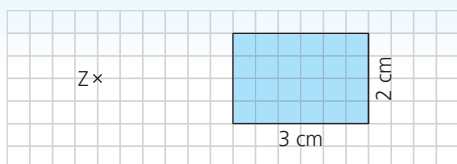
(C) $a = 10 \text{ cm}; b = 14 \text{ cm}$

(D) $a = 6,5 \text{ cm}; b = 7,8 \text{ cm}$



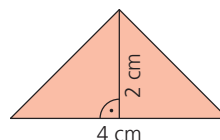
5 Figuren zentrisch strecken ➡ S. 60, 61

- a) (A) Übertrage ins Heft und strecke mit $k = 2$.
(B) Berechne den Flächeninhalt der Bildfigur.



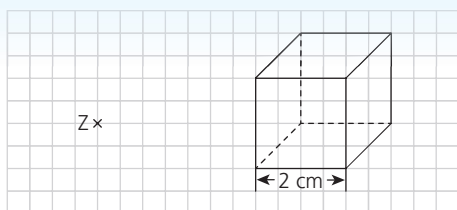
- b) Das abgebildete Dreieck wurde zentrisch auf ein Bilddreieck mit dem Flächeninhalt 9 cm^2 gestreckt.

- (A) Ermittle den Streckungsfaktor k .
(B) Gib die Höhe des Bilddreiecks an.



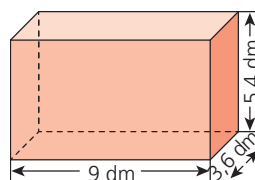
6 Körper zentrisch strecken ➡ S. 62

- a) (A) Übertrage ins Heft und strecke mit $k = 1,5$.
(B) Berechne das Volumen des Bildwürfels.



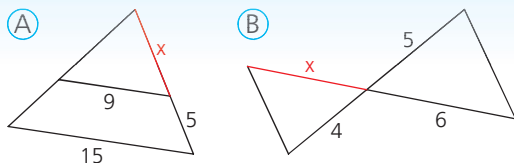
- b) Der abgebildete Quader wurde gestreckt. Sein Bildquader hat ein Volumen von $6,48 \text{ dm}^3$.

- (A) Ermittle den Streckungsfaktor k .
(B) Gib die Seitenlängen des Bildquaders an.

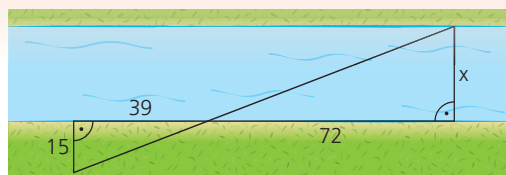


7 Mit den Strahlensätzen rechnen ➡ S. 64, 65

- a) Berechne die Länge der Strecke x . Runde auf eine Kommastelle (Maße in cm).

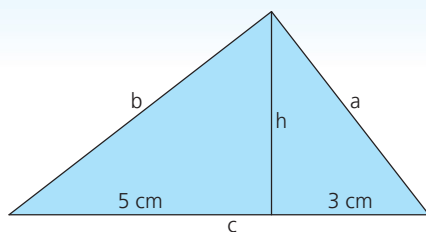


- b) Berechne die Breite des Flusses (Maße in m). Runde auf eine Kommastelle.

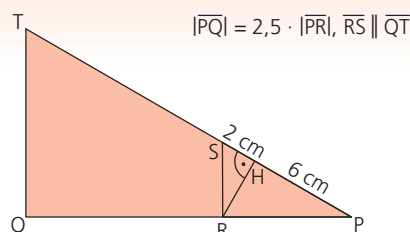


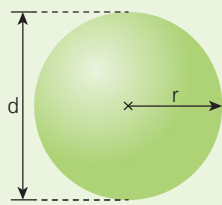
8 Kathetensatz und Höhensatz anwenden ➡ S. 68, 69

- a) Berechne die fehlenden Längen im rechtwinkligen Dreieck.



- b) Berechne den Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks QPT.



Volumen und Oberflächeninhalt Kugel

$$V_{Ku} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$$

$$O_{Ku} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$= \pi \cdot d^2$$

Ähnliche Figuren

Figuren, bei denen die Längenverhältnisse zusammengehöriger Strecken gleich sind und zusammengehörige Winkel gleich groß sind.

Zentrische Streckung

Vergrößerung bzw.

Verkleinerung vom

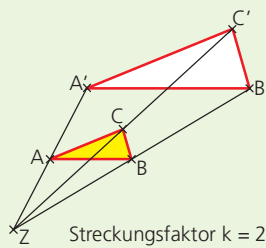
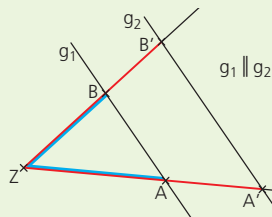
Punkt Z aus um den

Streckungsfaktor k

Streckenlänge: $a' = k \cdot a$

Flächeninhalt: $A' = k^2 \cdot A$

Volumen: $V' = k^3 \cdot V$

**Strahlensätze****1. Strahlensatz**

Die Strecken liegen auf den beiden Strahlen.

$$\frac{|ZA'|}{|ZA|} = \frac{|ZB'|}{|ZB|} \quad \frac{|ZA|}{|AA'|} = \frac{|ZB|}{|BB'|}$$

2. Strahlensatz

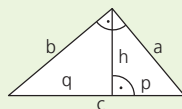
Die Strecken liegen auf einem Strahl und den beiden Parallelen.

$$\frac{|ZA'|}{|ZA|} = \frac{|A'B'|}{|AB|} \quad \frac{|ZB'|}{|ZB|} = \frac{|A'B'|}{|AB|}$$

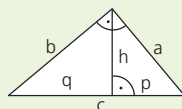
Kathetensatz

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

**Höhensatz**

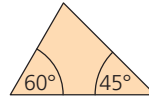
$$h^2 = p \cdot q$$

**1 Berechne die fehlenden Werte der Kugeln.**

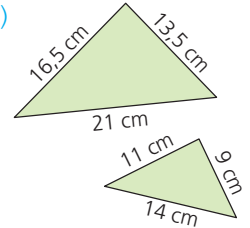
	a)	b)	c)	d)
r	2,4 cm	■	■	■
d	■	■	1,5 dm	■
V_{Ku}	■	■	■	2,5 m ³
O_{Ku}	■	254,34 cm ²	■	■

2 Begründe, dass die Dreiecke jeweils ähnlich sind.

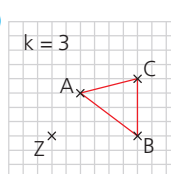
a)



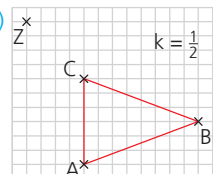
b)

**3 Übertrage die Figuren ins Heft und führe zentrische Streckungen durch.**

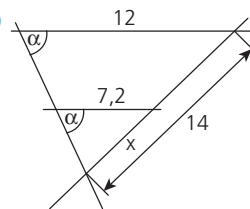
a)



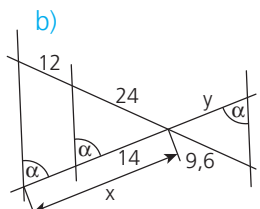
b)

**4 Berechne jeweils die Länge der Strecken x und y (Maße in cm).**

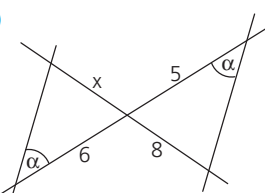
a)



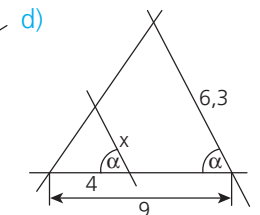
b)



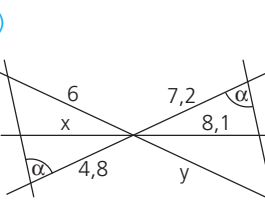
c)



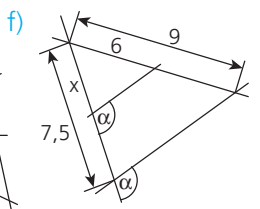
d)



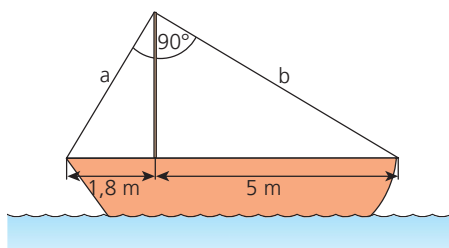
e)



f)



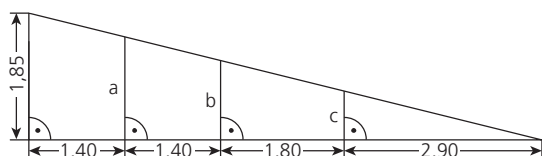
5



Auf einem Schiff befindet sich der Mastfuß vom hintersten Punkt des Schiffs 5 m, von der Bugspitze 1,8 m entfernt.

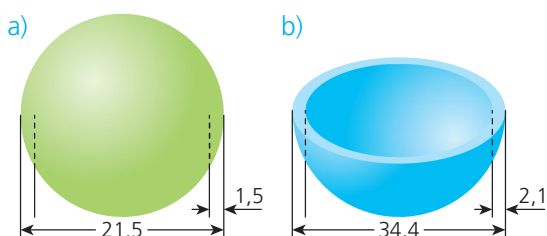
- Wie hoch ragt der Mast über das Deck?
- Wie lang sind die Spannleinen a und b?

6 Berechne die Länge der Stützen a, b und c der Dachkonstruktion (Maße in m).



7 Eine halbkugelförmige Kuppel auf einem Gebäude hat einen inneren Durchmesser von 46 m. Wie groß ist die von innen sichtbare Fläche der Kuppel?

8 Berechne das Fassungsvermögen des Hohlkörpers (Maße in cm).

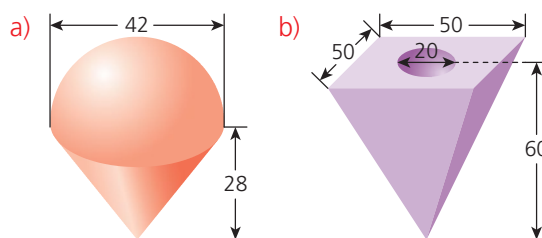


9 Eine Stahlkugel mit der Dichte $7,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ wiegt 606,8 g. Sie wird gleichmäßig um 3 mm abgeschliffen. Wie groß ist dann ihr Volumen? Runde auf drei Dezimalstellen.

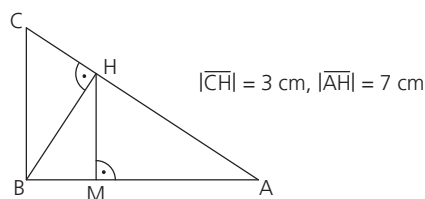
10 Gegeben ist ein Rechteck mit den Seiten a und b. Konstruiere dazu ein flächengleiches Quadrat und überprüfe die Seitenlänge rechnerisch.

- $a = 5,5 \text{ cm}$; $b = 8,1 \text{ cm}$
- $a = 2,9 \text{ cm}$; $b = 6,3 \text{ cm}$

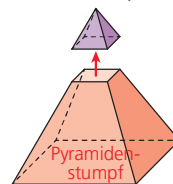
11 Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt der Werkstücke (Maße in cm).



12 Bestimme den Umfang des Dreiecks ABC.



13 Eine Pyramide (Grundfläche 26 cm^2 , Höhe 5 cm) wird von der Spitze aus mit dem Faktor $k = 3,5$ gestreckt. Berechne das Volumen des Pyramidenstumpfes, der sich ergibt, wenn man die Originalpyramide von der Bildpyramide abtrennt.



14 In einem zylinderförmigen Glas mit einem Innendurchmesser von 9,4 cm steht das Wasser 24 cm hoch. Nachdem man drei Kugeln gleicher Größe eingetaucht hat, steigt das Wasser um 4 cm. Welchen Radius hat jede Kugel?

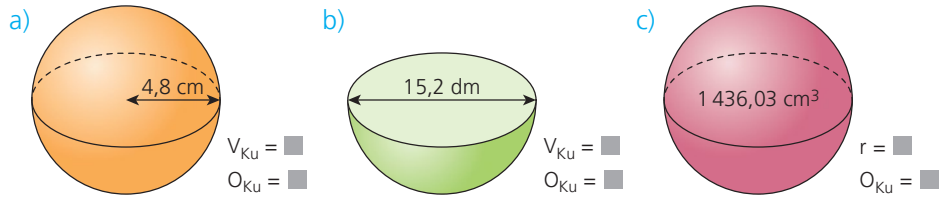
15 Gegeben sind die Punkte $A' (2|6)$, $B' (11|6)$ und $C' (6|12)$ des Bilddreiecks sowie der Punkt $C (3|6)$ des Originaldreiecks ABC. Das Streckungszentrum Z liegt im Koordinatenursprung.

- Zeichne die gegebenen Punkte in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm und konstruiere das Originaldreieck ABC.
- Bestimme den Streckungsfaktor k und berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC, wenn das Bilddreieck $A'B'C'$ einen Flächeninhalt von 27 cm^2 hat.
- Berechne den Flächeninhalt eines weiteren Bilddreiecks $A''B''C''$, das mit dem Streckungsfaktor $k = 4$ gestreckt wurde.



●●●

1 Berechne die gesuchten Größen.



●●

2 Welche Dreiecke sind jeweils ähnlich? Begründe rechnerisch.

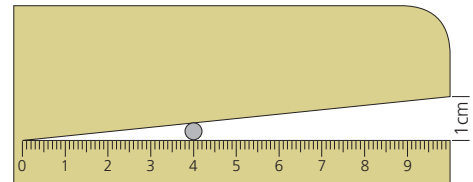
- a) **A** $a = 4,5 \text{ cm}; b = 3,6 \text{ cm}; c = 6,3 \text{ cm}$ **B** $a = 6,5 \text{ cm}; b = 5,6 \text{ cm}; c = 8,3 \text{ cm}$ **C** $a = 6 \text{ cm}; b = 4,8 \text{ cm}; c = 8,4 \text{ cm}$
- b) **A** $a = 3,2 \text{ cm}; \beta = 67^\circ; \gamma = 33^\circ$ **B** $b = 5,6 \text{ cm}; \alpha = 29^\circ; \beta = 84^\circ$ **C** $c = 8 \text{ cm}; \alpha = 67^\circ; \beta = 29^\circ$

●●●

3 Berechne die Länge der Strecken x und y (Maße in cm).

●●●

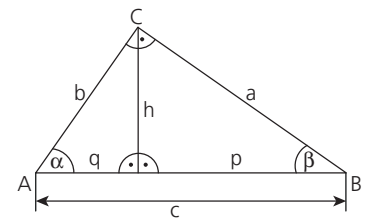
4 Mit einer Messlehre lässt sich die Dicke eines Drahtes bestimmen. Wie dick ist dieser?



●●●

5 Berechne die gesuchten Größen.

	gegebene Größen	gesuchte Größen
a)	$b = 4,7 \text{ cm}; q = 2,1 \text{ cm}$	$c; h$
b)	$h = 3,6 \text{ cm}; p = 2,5 \text{ cm}$	$c; b$
c)	$p = 4,4 \text{ cm}; q = 2,3 \text{ cm}$	$a; b$

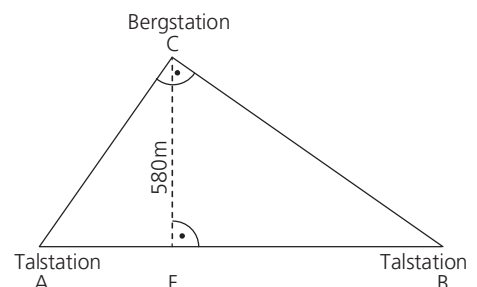


●●●

6 In einem gleichschenkelig-rechtwinkligen Dreieck ist die Höhe $h_c = 7,8 \text{ cm}$ und $\gamma = 90^\circ$. Berechne die Längen der Dreiecksseiten.

●●●

7 Auf einen Berg führen gegenüberliegend von beiden Seiten Seilbahnen. Die Seile der beiden Bahnen treffen sich in der gemeinsamen Bergstation in einem 90° -Winkel. Da der Berg auf der einen Seite steiler ansteigt als auf der anderen, sind die Talstationen vom Fußpunkt F der Höhe im Verhältnis 1:2 entfernt. Berechne die Länge der beiden Seilbahnstrecken.



Zahlen und Operationen

- 1 Berechne Prozentsatz bzw. Wachstumsfaktor.

	a)	b)	c)	d)	e)
p	0,05	0,013	■	■	■
q	■	■	0,995	1,043	0,984

- 2 Liegt lineares oder exponentielles Wachstum vor? Begründe.

- a) Je 10 m Tiefe nimmt der Wasserdruck um 1 bar zu.
b) Die Anzahl der Erkrankungen steigt wöchentlich um 1,2 %.

- 3 a) Erkläre, was die Abkürzungen W_0 , q , n und W_n in der Tabelle bedeuten.

- b) Berechne die fehlenden Werte im Heft.

	W_0	q	n	W_n
A	9000	1,023	5	■
B	■	0,984	8	14062,67
C	73000	■	10	60458
D	56000	0,988	■	47879,88

Größen und Messen

- 1 Bestimme die fehlenden Größen des Kreises im Heft.

	a)	b)	c)	d)
r	4 cm	■	■	■
d	■	9 dm	■	■
u_K	■	■	12 m	■
A_K	■	■	■	78,5 dm ²

- 2 Berechne jeweils die gesuchte Größe.

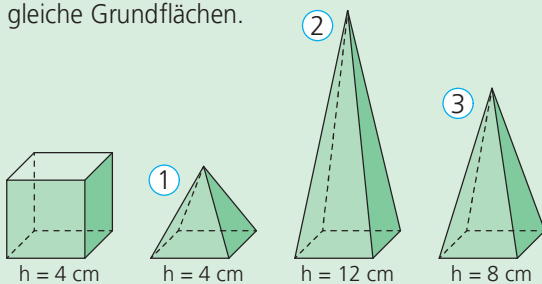
- a) Rechteck
 $A_R = 102,5 \text{ m}^2$ $b = 8,2 \text{ m}$ $a = \text{■}$
b) Dreieck
 $A_D = 31,04 \text{ cm}^2$ $c = 9,7 \text{ cm}$ $h = \text{■}$
c) Quader
 $V_{Qu} = 1,08 \text{ m}^3$ $a = b = 0,3 \text{ m}$ $c = \text{■}$
d) dreiseitiges Prisma
 $V_{Pr} = 49,2 \text{ m}^3$ $c = h = 4 \text{ m}$ $h_K = \text{■}$
e) quadratische Pyramide
 $V_{Py} = 9,75 \text{ m}^3$ $a = 1,5 \text{ m}$ $h_K = \text{■}$
f) Kegel
 $V_{Ke} = 785 \text{ cm}^3$ $h_K = 30 \text{ cm}$ $r = \text{■}$

Raum und Form

- 1 a) Zeichne das Dreieck ABC mit A (4|3), B (-2|3) und C (1|-1) in ein Koordinatensystem (Einheit cm).

- b) Zeichne den Punkt D so ein, dass ein Parallelogramm entsteht und gib seine Koordinaten an.

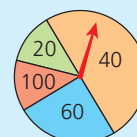
- 2 Die abgebildeten Körper haben alle deckungsgleiche Grundflächen.



- a) Ordne die Körper nach ihrem Volumen.
b) Begründe, warum Pyramide ② das gleiche Volumen hat wie der Würfel.

Daten und Zufall

- 1 Beim Glücksrad bekommt der Spieler so viele Cent, wie das Feld anzeigt, auf dem der Pfeil nach dem Drehen stehen bleibt.



- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt der Spieler 60 ct bzw. weniger als 60 ct?
b) Einmal Drehen kostet 60 ct. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt er mehr wieder zurück, als er bezahlen muss?

- 2 In einer Schachtel liegen 100 Zettel mit den Zahlen von 1 bis 100. Es wird blind gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ergibt sich das jeweilige Ereignis?

- E_1 : Zahl mit zwei gleichen Ziffern
 E_2 : Zahl mit 7 als Ziffer
 E_3 : durch 4 teilbare Zahl
 E_4 : zweistellige Zahl ohne 0 als Ziffer