



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für elektrotechnische Berufe

Rechenbuch Elektrotechnik

Methodische Lösungswege

Gültig ab 22. Auflage

Bearbeitet von Lehrern an beruflichen Schulen und von Ingenieuren
(siehe Rückseite)

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 30960

Autoren der Methodischen Lösungswege zum Rechenbuch Elektrotechnik:

Eichler, Walter	Otterberg
Feustel, Bernd	Kirchheim
Isele, Dieter	Lauterach
Käppel, Thomas	Münchberg
König, Werner	Boxberg
Neumann, Ronald	Oberkail
Tkocz, Klaus	Kronach
Winter, Ulrich	Kaiserslautern

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:

Klaus Tkocz

Bildentwürfe:

Die Autoren

Hinweise zur Buchbenutzung:

1. Die Bezeichnung der Lösungen erfolgte jeweils durch eine Zahlengruppe, gebildet aus der Seiten- und Aufgabennummer der betreffenden Aufgabe im Rechenbuch Elektrotechnik. So bedeutet z.B. **39/4.: Rechenbuch Elektrotechnik, Seite 39, Aufgabe 4.**
Kommen Aufgabennummern auf einer Seite doppelt vor, so ist den Nummern der obenstehenden Aufgaben der Zusatz „oben“, den Nummern der untenstehenden Aufgaben der Zusatz „unten“ hinzugefügt.
2. Bei der Beurteilung von Aufgaben, in denen der Wert π vorkommt, können bei den Ergebnissen kleine Schwankungen auftreten.
3. Beim Auf- bzw. Abrunden der Ergebnisse wurden folgende Regeln für das Runden von Zahlen nach DIN 1333 angewandt:
Ist die auf die letzte mitzuteilende Stelle folgende Ziffer 5 oder größer, so wird aufgerundet.
Beispiele: $16,75 \approx 16,8$ $16,752 \approx 16,8$ $1,76 \approx 1,8$
Ist die betreffende Ziffer kleiner als 5, so wird abgerundet.
Beispiele: $41,34 \approx 41,3$ $41,349 \approx 41,3$
Diese Regeln gelten nicht für das Geldwesen.

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, 73760 Ostfildern

22. Auflage 2020, korrigierter Nachdruck 2024

Druck 5 4 3

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-3939-2

Alle Rechte vorbehalten: Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2020 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz und Layout: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagidee: Klaus Tkocz

Umschlagfotos: Casio Europe GmbH (Taschenrechner); Weltkugel: erdquadrat – Adobe Systems
Software Ireland Ltd., Adobe Stock; Autorenfoto (Widerstände); Elektromotorenwerk
Grünhain GmbH (Motor)

Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

Wegweiser Rechenbuch Elektrotechnik

Methodische Lösungswege

Inhaltsverzeichnis Kurzform

1	Technische Mathematik	7
2	Physikalische Grundlagen	20
3	Elektrotechnische Grundlagen	30
4	Arbeiten mit Kennlinien	69
5	Elektrisches Feld	76
6	Magnetisches Feld	81
7	Wechselstrom- und Drehstromtechnik	88
8	Messtechnik	142
9	Elektronik.	148
10	Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen	204
11	Anlagen- und Gebäudetechnik.	209
12	Elektrische Maschinen	236
13	Regelungstechnik	263
14	Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung	268

Nützliches

Hinweise zur Buchbenutzung	2
Griechisches Alphabet	vordere Innenumschlagseite
Grundformeln Gleichstrom.	hintere Innenumschlagseite

1	Technische Mathematik	7			
1.2	Grundrechnungsarten	7			
1.2.1	Zahlen, Addition und Subtraktion	7			
1.2.2	Multiplikation und Division	7			
1.3	Rechnen mit Brüchen	8			
1.4	Potenzen und Wurzeln	9			
1.4.1	Potenzen	9			
1.4.2	Wurzeln	10			
1.5	Logarithmen	10			
1.5.1	Rechnen mit Logarithmen	10			
1.5.2	Logarithmische Maßstäbe	11			
1.6	Gleichungen und Formeln	12			
1.6.1	Arbeiten mit Gleichungen	12			
1.6.2	Arbeiten mit Formeln	13			
1.6.3	Verhältnisleichungen, Dreisatzrechnen	13			
1.6.4	Verhältnisleichungen, Prozentrechnen	13			
1.7	Funktionen	14			
1.8	Rechnen am Dreieck	14			
1.8.1	Satz des Pythagoras	14			
1.8.2	Winkelfunktionen	15			
1.8.3	Winkel im Grad- und Bogenmaß	16			
1.8.4	Rechnen am beliebigen Dreieck	17			
1.9	Runden	18			
2	Physikalische Grundlagen	20			
2.1	Vorsätze	20			
2.2	Kreisumfang, gestreckte Länge	20			
2.3	Flächen	21			
2.4	Rauminhalt und Masse	22			
2.5	Berechnung von Spulen	22			
2.6	Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit	24			
2.6.1	Gleichförmige Bewegung	24			
2.6.2	Kreisförmige Bewegung mit konstanter Bahngeschwindigkeit	25			
2.7	Kräfte	26			
2.8	Moment und Hebel	27			
2.9	Mechanische Arbeit	28			
2.10	Mechanische Leistung	28			
3	Elektrotechnische Grundlagen	30			
3.1	Umrechnen von Einheiten	30			
3.2	Stromstärke und Ladung	30			
3.3	Elektrische Spannung	30			
3.4	Widerstand und Leitwert	30			
3.5	Ohmsches Gesetz	31			
3.6	Stromdichte	32			
3.7	Elektrischer Widerstand	33			
3.7.1	Leiterwiderstand	33			
3.7.2	Widerstand und Temperatur	33			
3.7.3	Übertemperatur	35			
3.8	Schaltung von Widerständen	35			
3.8.1	Reihenschaltung von Widerständen	35			
3.8.2	Parallelschaltung von Widerständen	37			
3.8.3	Gemischte Schaltungen (Gruppenschaltungen)	40			
3.8.4	Spannungsteiler	48			
3.8.5	Abgeglichene Brückenschaltung	51			
3.8.6	Unabgeglichene Brückenschaltung	52			
3.9	Elektrische Leistung und Arbeit	53			
3.9.1	Elektrische Leistung	53			
3.9.2	Elektrische Arbeit	56			
3.9.3	Leistungsbestimmung mit dem Zähler	56			
3.9.4	Wirkungsgrad	57			
3.10	Wärmeenergie	58			
3.10.1	Wärmemenge und Wassermischung	58			
3.10.2	Elektrowärme und Wärmenutzungsgrad	59			
3.11	Spannungserzeuger	60			
3.11.1	Galvanische Elemente	60			
3.11.2	Schaltung von Spannungserzeugern	60			
3.11.3	Anpassung	62			
3.11.4	Ersatzquellen	63			
3.11.5	Laden und Entladen von Akkumulatoren	64			
3.11.6	Fotovoltaik und Solarmodul	65			
4	Arbeiten mit Kennlinien	69			
4.1	Lineare Widerstände	69			
4.2	Logarithmische Darstellung	70			
4.3	Nichtlineare Widerstände	70			
4.4	Ermittlung des Arbeitspunktes	72			
4.4.1	Reihenschaltung linearer Widerstände	72			
4.4.2	Reihenschaltung linearer und nichtlinearer Widerstände	73			
4.5	Statischer und differentieller Widerstand	75			
5	Elektrisches Feld	76			
5.1	Elektrische Feldstärke	76			
5.2	Kapazität von Plattenkondensatoren	76			
5.3	Ladung und Energie bei Kondensatoren	77			
5.4	Schaltungen von Kondensatoren	78			
5.5	Laden und Entladen von Kondensatoren	79			
5.5.1	Kondensatorspannung und Zeit	79			
5.5.2	Kondensatorstrom und Zeit	79			
6	Magnetisches Feld	81			
6.1	Größen des magnetischen Feldes	81			
6.1.1	Durchflutung und Feldstärke	81			
6.1.2	Magnetischer Fluss, magnetische Flussdichte, Permeabilität	82			
6.1.3	Arbeiten mit Magnetisierungskennlinien	82			
6.2	Magnetische Kreise	83			
6.3	Magnetische Feldkräfte	85			
6.4	Elektromagnetische Induktion	86			
6.5	Spule an Gleichspannung	87			
7	Wechselstrom- und Drehstromtechnik	88			
7.1	Kenngrößen der Wechselstromtechnik	88			
7.2	Winkel und Winkelfunktionen	88			
7.3	Augenblickswert sinusförmiger Wechselspannungen und Wechselströme	89			
7.4	Addition sinusförmiger Wechselgrößen gleicher Frequenz	91			
7.4.1	Addition von Wechselgrößen im Zeigerbild	91			
7.4.2	Addition sinusförmiger Wechselgrößen im Liniendiagramm	92			

7.5 Wechselstromkreis mit idealen Widerständen	94
7.5.1 Ohmscher Widerstand im Wechselstromkreis (Wirkwiderstand) . .	94
7.5.2 Induktivität im Wechselstromkreis (ideale Spule)	95
7.5.3 Kapazität im Wechselstromkreis (idealer Kondensator)	96
7.5.4 Schaltungen von idealen Induktivitäten und idealen Kapazitäten	97
7.6 Reihenschaltungen bei gemischter Belastung	100
7.6.1 Wirkwiderstand und induktiver Blindwiderstand in Reihe	100
7.6.2 Verlustwinkel und Gütefaktor einer Spule	102
7.6.3 Reihenschaltung realer Spulen	103
7.6.4 Wirkwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand in Reihe	104
7.6.5 Wirkwiderstand, induktiver Blindwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand in Reihe	107
7.7 Parallelschaltungen bei gemischter Belastung	110
7.7.1 Wirkwiderstand und induktiver Blindwiderstand parallel	110
7.7.2 Parallelschaltung mehrerer Spulen. . . .	112
7.7.3 Wirkwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand parallel	115
7.7.4 Verlustwinkel und Gütefaktor eines Kondensators	117
7.7.5 Wirkwiderstand, induktiver Blindwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand parallel	118
7.8 Schwingkreise	121
7.8.1 Reihenschwingkreis	121
7.8.2 Parallelschwingkreis	121
7.9 Leistung bei Wechselstrom	122
7.10 Siebschaltungen	124
7.10.1 RL-Hochpass und RL-Tiefpass	124
7.10.2 RC-Hochpass und RC-Tiefpass.	125
7.11 Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)	127
7.11.1 Sternschaltung	127
Sternschaltung, symmetrische, gleichartige Last	127
Sternschaltung, unsymmetrische, gleichartige Last	127
Sternschaltung, unsymmetrische, ungleichartige Last.	129
7.11.2 Dreieckschaltung	130
Dreieckschaltung, symmetrische, gleichartige Last	130
Dreieckschaltung, unsymmetrische, gleichartige Last	131
Dreieckschaltung, unsymmetrische, ungleichartige Last.	133
7.11.3 Leistung bei Dreiphasenwechselstrom .	135
7.12 Kompensation	139
7.12.1 Kompensation bei Wechselstromverbrauchern.	139
7.12.2 Kompensation bei Drehstromverbrauchern	140

8 Messtechnik	142
8.1 Analoge Messgeräte	142
8.1.1 Anzeigefehler bei analogen Messgeräten	142
8.1.2 Eigenverbrauch von analogen Messgeräten	142
8.2 Digitale Messgeräte	143
Anzeige und Messfehler	143
8.3 Echteffektivwertmessung und Messkategorie	143
8.4 Indirekte Widerstandsermittlung	144
8.5 Messen über Messwandler	145
8.6 Messen mit dem Oszilloskop	146
9 Elektronik	148
9.1 Kühlung elektronischer Bauelemente	148
9.2 Leuchtdioden	149
9.3 Gleichrichter	151
9.3.1 Gleichrichterschaltungen	151
9.3.2 Glättung und Siebung	153
Glättung	153
Siebung.	154
9.4 Bipolarer Transistor	154
9.4.1 Kennwerte	154
9.4.2 Arbeiten mit Transistorkennlinien. . . .	155
9.4.3 Arbeitspunkteinstellung	158
9.4.4 Arbeitspunktstabilisierung	160
9.4.5 Wechselstromverstärker in Emitterschaltung.	161
9.5 Spannungsstabilisierung	164
9.5.1 Z-Dioden	164
9.5.2 Parallelstabilisierung mit Z-Diode	165
9.5.3 Reihenstabilisierung	166
9.5.4 Spannungsstabilisierung mit Spannungsreglern	168
9.6 Transistor als Schalter	169
9.7 Kippschaltungen	171
9.7.1 Astabile Kippschaltung	171
9.7.2 Monostabile Kippschaltung	172
9.7.3 Schmitt-Trigger	173
9.8 Feldeffekttransistor (FET)	175
9.8.1 Kenngrößen des Feldeffekttransistors. .	175
9.8.2 Einstellung des Arbeitspunktes.	175
9.8.3 Arbeiten mit Kennlinien beim Feldeffekttransistor	176
9.9 Operationsverstärker	177
9.9.1 Invertierender Operationsverstärker . .	177
9.9.2 Nichtinvertierender Operationsverstärker.	177
9.9.3 Summierversrärker (Addierer)	178
9.9.4 Differenzverstärker (Subtrahierer)	180
9.9.5 Integrierer.	181
9.9.6 Differenzierer.	183
9.10 Thyristor und Triac	184
9.10.1 Zünden von Thyristoren und Triacs . . .	184
9.10.2 Gesteuerte Gleichrichter.	184
9.10.3 Wechselstromsteller, Vielperiodensteuerung	186
9.11 Digitaltechnik	187
9.11.1 Zahlensysteme	187

Umwandlung von Dual- und Sedezimalzahlen in Dezimalzahlen	188	11.2.8 Beleuchtungswirkungsgrad bei Innenraumbeleuchtung	227
Umwandlung von Dezimal- in Dual- oder in Sedezimalzahlen	189	11.2.9 Ermittlung der Lampenzahl nach dem Wirkungsgradverfahren	227
Umwandlung von Sedezimalzahlen und Dualzahlen	189	11.3 Antennentechnik	228
9.11.2 Rechnen mit Dualzahlen	190	11.3.1 Verstärkungsfaktor, Dämpfungsfaktor . .	228
9.11.3 BCD-Code	191	11.3.2 Verstärkungsmaß, Dämpfungsmaß . . .	229
9.11.4 Schaltalgebra	192	11.3.3 Pegel	229
Rechenregeln für eine Variable und Umkehrterme	192	11.3.4 Mechanische Sicherheit von Antennenstandrohren	231
Kommutativgesetze	192	11.4 Kostenrechnen	232
Assoziativgesetze	192	11.4.1 Rechnungspreis und Gewinn	232
Distributivgesetze	192	11.4.2 Kostenarten	232
Umkehrgesetze für mehrere Variablen .	193	11.5 Handelskalkulation	233
Schaltungen in NAND- oder in NOR- Technik	193	11.6 Angebotserstellung	234
9.11.5 Analyse und Synthese von Binärschaltungen	194		
Analyse von Binärschaltungen	194	12 Elektrische Maschinen	236
Synthese von Binärschaltungen	196	12.1 Transformatoren	236
9.11.6 Minimieren von Schaltnetzwerken . . .	197	12.1.1 Einphasentransformatoren	236
Algebraisches Minimieren	197	Übersetzung der Spannung	236
KV-Diagramm	199	Übersetzung der Stromstärke	236
9.12 Datenmengen und Datenübertragungsrate	203	Übersetzung des Widerstandes	237
9.12.1 Datenmengen	203	Transformatorhauptgleichung	238
9.12.2 Datenübertragungsrate	203	Wirkungsgrad von Transformatoren . .	239
		Kurzschlussspannung und Kurzschlussstrom	241
10 Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen	204	Spartransformatoren für Einphasenwechselstrom	242
10.1 Schutzmaßnahmen	204	Berechnung von Kleintransformatoren .	242
10.1.1 Fehlerstromkreis	204	12.1.2 Transformatoren für Dreiphasenwechselstrom	244
10.1.2 Isolationswiderstand von Fußböden oder Wänden	204	Übersetzung der Spannung	244
10.1.3 Schutzmaßnahmen im TN-System . . .	205	Parallelschalten von Transformatoren .	246
10.1.4 Schutzmaßnahmen im TT-System . . .	206	12.2 Antriebstechnik	247
10.1.5 Kurzschlusschutz von isolierten Leitungen und Kabeln	207	12.2.1 Leistung, Drehzahl und Drehmoment .	247
10.1.6 Fehlerstrom-Schutzeinrichtung (RCD) .	208	12.2.2 Einfache Übersetzungen	248
		12.2.3 Mehrfache Übersetzung	250
11 Anlagen- und Gebäudetechnik	209	12.2.4 Antriebe mit Servomotoren	251
11.1 Leitungen	209	12.3 Umlaufende elektrische Maschinen . .	252
11.1.1 Unverzweigte Leitungen für Gleichstrom	209	12.3.1 Drehfelddrehzahl	252
11.1.2 Unverzweigte Leitungen für Wechselstrom	210	12.3.2 Synchronmaschine	253
11.1.3 Unverzweigte Leitungen für Drehstrom	212	12.3.3 Zahnläufer und Schrittmotor	254
11.1.4 Verzweigte Leitungen für Wechselstrom	214	12.3.4 Drehstromasynchronmotor	255
11.1.5 Verzweigte Leitungen für Drehstrom .	216	12.3.5 Wechselstromasynchronmotor	258
11.1.6 Ringleitungen	218	12.3.6 Gleichstrommotoren	259
11.1.7 Leitungen mit Oberschwingungen . . .	219	Fremderregter Gleichstrommotor	259
11.2 Beleuchtungstechnik	223	Gleichstrom-Nebenschlussmotor	260
11.2.1 Lichtstrom und Lichtausbeute	223	Gleichstrom-Reihenschlussmotor	261
11.2.2 Energieeffizienzklasse	223	12.3.7 Gleichstromgeneratoren	262
11.2.3 Beleuchtungsstärke und Beleuchtungswirkungsgrad	223		
11.2.4 Lichtstärke und Lichtstärkeverteilung .	224	13 Regelungstechnik	263
11.2.5 Entfernungsgesetz	225	13.1 Unstetiges Regeln	263
11.2.6 Leuchtdichte	226	13.2 Stetiges Regeln	265
11.2.7 Raumindex	226	13.2.1 Regeln mit Proportionalverhalten	265
		13.2.2 Operationsverstärker als Regler	266
		13.2.3 Einstellen eines stetigen Reglers	267
		14 Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung . .	268

1 Technische Mathematik

1.2 Grundrechnungsarten

1.2.1 Zahlen, Addition und Subtraktion

- 10/1. a) $(3 + 7) + 1 = 3 + (7 + 1) = (3 + 1) + 7 = 3 + (1 + 7) =$
 $10 + 1 = 3 + 8 = 4 + 7 = 3 + 8 = 11$
- b) $(11 + 9) - 5 = 11 + (9 - 5) = (11 - 5) + 9 = 11 + (-5 + 9) =$
 $20 - 5 = 11 + 4 = 6 + 9 = 11 + 4 = 15$
- c) $2 + 3 + 4 = (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4) = (2 + 4) + 3 = 2 + (4 + 3) =$
 $5 + 4 = 2 + 7 = 6 + 3 = 2 + 7 = 9$
- d) $8 + 2 + 4 = (8 + 2) + 4 = 8 + (2 + 4) = (8 + 4) + 2 = 8 + (4 + 2) =$
 $10 + 4 = 8 + 6 = 12 + 2 = 8 + 6 = 14$
- e) $(11 + 14) + (16 + 19) = 11 + (14 + 16) + 19 =$
 $(11 + 19) + (14 + 16) = (19 + 14) + (11 + 16) = 60$
- 10/2. a) $400 - (46 + 18 - 120 + 14 + 52 - 16) = 400 - (46 + 14 + 52 + 18 - 120 - 16) =$
 $= 400 - (-6) = 406$
 $400 - 46 - 18 + 120 - 14 - 52 + 16 = 400 + 120 + 16 - (46 + 14 + 18 + 52) = 536 - 130 = 406$
- b) $647 - 123 - (79 - 68 + 37 + 21 - 67 + 20) = 647 - 123 - (79 + 21 + 37 + 20 - 68 - 67) =$
 $= 524 - 22 = 502$
 $647 - 123 - 79 + 68 - 37 - 21 + 67 - 20 = 647 + 68 + 67 - (123 + 37 + 79 + 21 + 20) =$
 $= 782 - 280 = 502$
- c) $288 - (50 - 12 + 88) - 12 - 90 - 180 = 288 - 126 - (12 + 90 + 180) =$
 $= 288 - 126 - 282 = -120$
 $288 - 50 + 12 - 88 - 12 - 90 - 180 = 288 + 12 - (50 + 88 + 12 + 90 + 180) =$
 $= 300 - 420 = -120$
- d) $368 - (152 - 32 - 77) - (28 + 103 - 120) = 368 - 43 - 11 = 368 - (43 + 11) = 314$
 $368 - 152 + 32 + 77 - 28 - 103 + 120 = (368 + 32 + 77 + 120) - (152 + 28 + 103) =$
 $= 597 - 283 = 314$
- 10/3. a) $5a + 6x + 4a + 3b + 4x = 5a + 4a + 3b + 6x + 4x = 9a + 3b + 10x$
- b) $9x + 3y + 2 + 5x + 7y + 4 = 9x + 5x + 3y + 7y + 2 + 4 = 6 + 14x + 10y$
- c) $8,7a + 21,2n + 5,3a + 12,4n = 8,7a + 5,3a + 21,2n + 12,4n = 14a + 33,6n$

1.2.2 Multiplikation und Division

- 11/1. a) $3a \cdot 5b = 15ab$ b) $8c \cdot 3ab = 24abc$
- c) $3 \cdot 4,5a \cdot 3bc + 4ac \cdot 3b = 40,5abc + 12abc = 52,5abc$
- d) $4,5ab \cdot 8x - 2,5ax \cdot 9b + 5bx \cdot 3a = 36abx - 22,5abx + 15abx = 28,5abx$
- 11/2. a) $8 \cdot (-5b) = -40b$ b) $4b \cdot (-e) = -4be$ c) $(-10a) \cdot (-12x) = 120ax$
- d) $(-n) \cdot (-m) \cdot (-x) = -nmx$ e) $(-2x) \cdot 3y \cdot (-4z) = 24xyz$ f) $0,5x \cdot (-0,3y) \cdot 4 = -0,6xy$
- g) $40 : (-8) = -5$ h) $(-63c) : (-9) = 7c$ i) $(24 : 4) : 2 = 3$
- j) $[24 : (-4)] : 2 = -3$ k) $[(-24) : (-4)] : 2 = 3$ l) $[(-24) : (-4)] : (-2) = -3$
- 11/3. a) $(a + 3) \cdot 6 = 18 + 6a$ b) $(a - b) \cdot 7 = 7a - 7b$
- c) $8 \cdot (2a - 5b + 6) = 48 + 16a - 40b$ d) $(8 + 4x - a) \cdot (-4) = -32 + 4a - 16x$
- e) $(a + b) \cdot 5 + 4 \cdot (a - b) = 9a + b$ f) $(2a + 3b) \cdot 2c + 4bc = 4ac + 10bc$
- g) $(y - 9) \cdot (x - 3) = 27 + xy - 9x - 3y$ h) $(n - 3) \cdot (a + 6) = an + 6n - 3a - 18$

11/4. a) $25 \cdot 12 + 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25 = 25 \cdot (12 + 15 - 2) = 25 \cdot 25 = 625$

b) $ax - 4az + 7ay = a \cdot (x + 7y - 4z)$

c) $24ab - 12by + 48ab = 12b \cdot (2a - y + 4a) = 12b \cdot (6a - y)$

d) $25ab + 125ac + 100ax = 25a \cdot (b + 5c + 4x)$

e) $5bx - 2bx - 15bx = bx \cdot (5 - 2 - 15) = -12bx$

f) $am + bm - cm + zm = m \cdot (a + b - c + z)$

g) $(a + b) \cdot x + (a + b) \cdot y = (a + b) \cdot (x + y)$

h) $(b - c) \cdot y + b - c = (b - c) \cdot (y + 1)$

i) $(a - b) \cdot x + (a - b) \cdot y = (a - b) \cdot (x + y)$

1.3 Rechnen mit Brüchen

12/1. a) $\frac{1}{4} - \frac{3}{14} - \frac{3}{35} = \frac{1 \cdot 35}{4 \cdot 35} - \frac{3 \cdot 10}{14 \cdot 10} - \frac{3 \cdot 4}{35 \cdot 4} = \frac{35 - 30 - 12}{140} = -\frac{7}{140} = -\frac{1}{20} = -0,05$

b) $\frac{9}{14} - \frac{1}{42} - \frac{17}{28} + \frac{2}{7} = \frac{9 \cdot 6}{14 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 2}{42 \cdot 2} - \frac{17 \cdot 3}{28 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 12}{7 \cdot 12} = \frac{54 - 2 - 51 + 24}{84} = \frac{25}{84} = 0,298$

c) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{35} = \frac{3}{14} = 0,214$ d) $18 : \frac{24}{35} = \frac{105}{4} = 26,25$ e) $\frac{121}{27} : \frac{66}{45} = \frac{55}{18} = 3,056$

12/2. a) $\frac{7}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{7}{\frac{4+3}{12}} = \frac{7 \cdot 12}{7} = 12$

b) $\frac{1}{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}} = \frac{1}{\frac{15-8}{20}} = \frac{20}{7} = 2,857$

c) $\frac{-22}{\frac{1}{8} - \frac{5}{18}} = \frac{-22}{\frac{9-20}{72}} = \frac{-22 \cdot 72}{-11} = 144$

d) $\frac{104 \text{ gIm}}{130 \text{ gm}} = \frac{4 \text{ l}}{5}$

e) $\frac{28ef}{-84ef} = -\frac{1}{3}$

f) $\frac{-68 \text{ kmr}}{-102 \text{ kr}} = \frac{2 \text{ m}}{3}$

12/3. a) $\frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \frac{e+d}{e \cdot d}$

b) $\frac{6}{t} - \frac{1}{s} = \frac{6s-t}{st}$

c) $\frac{3}{ab} + \frac{2}{bc} = \frac{3c+2a}{abc}$

d) $\frac{15}{k} - 3 + \frac{7}{l} = \frac{15l - 3kl + 7k}{kl}$

e) $\frac{3}{uv} + \frac{12}{uw} - 15 = \frac{3w + 12v - 15uvw}{uvw} = \frac{3(w + 4v - 5uvw)}{uvw}$

12/4. a) $\frac{2f}{3r} + \frac{g}{2s} - \frac{5h}{rs} = \frac{4fs + 3gr - 30h}{6rs}$

b) $\frac{5l}{6a} - k + \frac{h}{12ab} + \frac{5l}{18a} = \frac{30bl - 36abk + 3h + 10bl}{36ab} = \frac{40bl - 36abk + 3h}{36ab}$

c) $\frac{6ab}{38cd} \cdot \frac{57}{48a} = \frac{3b}{16cd}$

d) $\frac{32b}{21cd} : \frac{20ab}{49d} = \frac{32b \cdot 49d}{21cd \cdot 20ab} = \frac{56}{15ac}$

12/5. a) $\frac{6x-30}{8} : \frac{5x-25}{20y-4} = \frac{(6x-30) \cdot (20y-4)}{8 \cdot (5x-25)} = \frac{24 \cdot (x-5) \cdot (5y-1)}{40 \cdot (x-5)} = \frac{3 \cdot (5y-1)}{5}$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{1-6v}{14s-2} : \frac{36v-6}{8-56s} &= \frac{(1-6v) \cdot (8-56s)}{(14s-2) \cdot (36v-6)} = \frac{-(6v-1) \cdot 8 \cdot (1-7s)}{-2(1-7s) \cdot 6 \cdot (6v-1)} = \frac{2}{3} \\ \text{c)} \quad \frac{1}{\frac{2}{m} + \frac{3}{n}} &= \frac{1}{\frac{2n+3m}{mn}} = \frac{mn}{2n+3m} \quad \text{d)} \quad \frac{15a+10}{\frac{3}{2} + \frac{1}{a}} = \frac{5 \cdot (3a+2)}{\frac{3a+2}{2a}} = 10a \end{aligned}$$

1.4 Potenzen und Wurzeln

1.4.1 Potenzen

13/1. a) x^6 b) b^{2x+2} c) 10^{3x} d) $7d^{-2}$ e) $3x^{-3} \cdot y^6$ f) 2^{-2x}

13/2. a) $a^2 + 2a + 1$ b) $16y^2 - 40y + 25$ c) $9 + 12b + 4b^2$
 d) $x^2 + 2xy + y^2$ e) $x^2 - 2xy + y^2$ f) $4r^2 + 12rs + 9s^2$

13/3. a) $(a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$ b) $(a-b) \cdot (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$
 c) $(a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 d) $(a-b) \cdot (a-b) \cdot (a-b) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
 e) $(a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b) = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
 f) $(a-b) \cdot (a-b) \cdot (a-b) \cdot (a-b) = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$

13/4. a) $\frac{4t^2}{9}$ b) $\frac{125}{8b^3}$ c) $\frac{16y^2}{49x^2}$ d) $\frac{4}{x^2 + 2x + 1}$ e) $\frac{25 - 10x + x^2}{25 + 10x + x^2}$

13/5. a) x^{10} b) y^6 c) 10^{2x} d) 2^{5y} e) 10^{2x+2} f) 2^{3y-6}

13/6. a) 9; 900; 90 000 b) 64; 6400; 640 000; 64 000 000
 c) 49; 0,49; 0,0049 d) 81; 0,81; 0,0081; 0,000081
 e) 8; 8000; 8 000 000 f) 0,125; 125; 125 000; 125 000 000
 g) -1000; -0,001 h) -64; -0,064; -0,000064

13/7. a) $4 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^2 = 20 \cdot 10^{-1} = 2$ b) $35 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^4 = 210 \cdot 10^1 = 2100 = 2,1 \cdot 10^3$
 c) $48 \cdot 10^{-5} \cdot 75 \cdot 10^4 = 3600 \cdot 10^{-1} = 360$ d) $24 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 10^2 = 360 \cdot 10^{-4} = 36 \cdot 10^{-3}$
 e) $16 \cdot 10^{-5} \cdot 45 \cdot 10^3 = 720 \cdot 10^{-2} = 7,2$ f) $6 \cdot 10^2 / (12 \cdot 10^3) = 0,5 \cdot 10^{-1} = 50 \cdot 10^{-3}$
 g) $48 \cdot 10^1 / (16 \cdot 10^4) = 3 \cdot 10^{-3}$ h) $20 \cdot 10^{-3} / (5,5 \cdot 10^3) = 3,6364 \cdot 10^{-6}$
 i) $72 \cdot 10^{-4} / (36 \cdot 10^2) = 2 \cdot 10^{-6}$ j) $42 \cdot 10^{-5} / (35 \cdot 10^3) = 12 \cdot 10^{-9}$

13/8. a) $10^{2+7+3-5} = 10^7$ b) $10^{3-9+3} = 10^{-3}$ c) $10^{2-12+7+2} = 10^{-1}$
 d) $10^{5-2+12-9} = 10^6$

13/9. a) $\frac{48000 \cdot 500}{0,06} = \frac{48 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^2}{6 \cdot 10^{-2}} = 40 \cdot 10^7$
 b) $\frac{34000 \cdot 05}{50000} = \frac{34 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^4} = 34 \cdot 10^{-2} = 0,34$
 c) $\frac{0,0078 \cdot 0,025}{13000 \cdot 0,0005} = \frac{78 \cdot 10^{-4} \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{13 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 30 \cdot 10^{-6}$
 d) $\frac{56000 \cdot 0,005}{35000} = \frac{56 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{35 \cdot 10^3} = 8 \cdot 10^{-3}$

1.4.2 Wurzeln

- 14/1. a) a^3 b) b^{2n} c) x^{2s} d) k^{2y} e) $9 \cdot \sqrt{z}$ f) $8 \cdot b^{\frac{3}{2}}$ g) $4 \cdot a^{\frac{2}{3}}$
- 14/2. a) $\frac{4a}{7c^2}$ b) $\frac{2a \cdot c^2}{5b}$ c) $\frac{16q}{25s^2t}$ d) $\frac{7m^2}{6n}$ e) $\frac{3d^2}{5f}$ f) $\frac{4x}{7z^2}$
- 14/3. a) 2 6,32; 20; 63,2; 200 b) 2,65; 8,37; 26,5; 83,7; 265
c) 30; 9,49; 3; 0,949; 0,3; 0,0949 d) 22,4; 7,07; 2,24; 0,707; 0,224; 0,0707
- 14/4. a) 8; 25; 32; 4; 9 b) 300; $(60 \cdot 10^6)^{1/3} = 400$; $(169 \cdot 10^{-6})^{1/2} = 0,013$
- 14/5. a) $\sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$
b) $\sqrt{10^2 + 7,5^2} = \sqrt{100 + 56,25} = \sqrt{156,25} = 12,5$
c) $\sqrt{0,28^2 + 0,36^2} = \sqrt{0,2304 + 0,1296} = \sqrt{0,3600} = 0,60$
- 14/6. a) $18 \cdot \sqrt{ab}$ b) $2 \cdot \sqrt{2 \cdot 25x} = 10 \cdot \sqrt{2x}$
c) $90 \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{3}{2}} = 90 \cdot \sqrt{\frac{48}{54}} = 90 \cdot \sqrt{\frac{16 \cdot 3}{6 \cdot 9}} = 120 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$
d) $11 \cdot \sqrt{x+y}$
- 14/7. a) $\frac{4}{7} \cdot \sqrt[3]{\frac{c}{d}}$ b) $3 \cdot \frac{2 \cdot 4}{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{nab}{x}} = 8 \cdot \sqrt[3]{\frac{abn}{x}}$
c) $\sqrt{\frac{5xy}{60} \cdot \frac{30}{10x}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{y}$ d) $\sqrt{\frac{5x}{6} \cdot \frac{12x}{20}} = x \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$
- 14/8. a) $\sqrt{b}$ b) $\sqrt[3]{y}$ c) $a+b$ d) $4\sqrt{m}$
- 14/9. a) $\frac{a^2b}{c^3}$ b) $\frac{27m}{8n}$ c) $\frac{4}{5} \sqrt{\frac{x+2y}{a-2b}}$ d) $\frac{5n}{3m}$

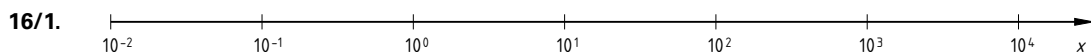
1.5 Logarithmen

1.5.1 Rechnen mit Logarithmen

- 15/1. a) 5; 4; 3; 2; 1; 0; -1 b) 4,7; 3,7; 2,7; 1,7; 0,7; -0,3; -1,3; -2,3
c) 4,4; 3,4; 2,4; 1,4; 0,4; -0,6; -1,6 d) 4,1; 3,1; 2,1; 1,1; 0,1; -0,9; -1,9
- 15/2. a) $\lg 250 + \lg 320 = 4,903$; $\lg (250 \cdot 320) = \lg 80\,000 = 4,903$; $10^{4,903} = 80\,000$;
 $\ln 250 + \ln 320 = 11,29$; $\ln (250 \cdot 320) = \ln 80\,000 = 11,29$; $e^{11,29} = 80\,000$
b) $\lg 25 + \lg 32 = 2,903$; $\lg (25 \cdot 32) = \lg 800 = 2,903$; $10^{2,903} = 800$;
 $\ln 25 + \ln 32 = 6,685$; $\ln (25 \cdot 32) = \ln 800 = 6,685$; $e^{6,685} = 800$
c) $\lg 4,5 + \lg 80 = 2,556$; $\lg (4,5 \cdot 80) = \lg 360 = 2,556$; $10^{2,556} = 360$;
 $\ln 4,5 + \ln 80 = 5,886$; $\ln (4,5 \cdot 80) = \ln 360 = 5,886$; $e^{5,886} = 360$
d) $\lg 0,45 + \lg 8 = 0,556$; $\lg (0,45 \cdot 8) = \lg 3,6 = 0,556$; $10^{0,556} = 3,6$;
 $\ln 0,45 + \ln 8 = 1,281$; $\ln (0,45 \cdot 8) = \ln 3,6 = 1,281$; $e^{1,281} = 3,6$

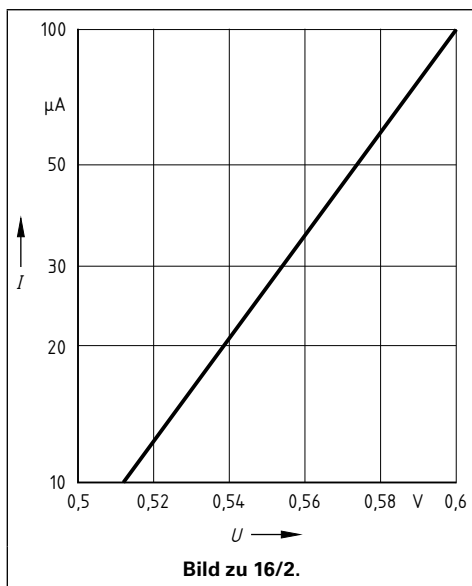
- 15/3. a) $\lg 18,52 = 1,2676$; $\frac{3}{2} \cdot \lg 7 = 1,2676$; $10^{1,2676} = 18,52$
 b) $\lg 4,6416 = 0,6667$; $\frac{2}{3} \cdot \lg 10 = \frac{2}{3} = 0,6667$; $10^{0,6667} = 4,6419$
 c) $\ln 63,00 = 4,143$; $\frac{2}{3} \cdot \ln 500 = 4,143$; $e^{4,143} = 2,718^{4,143} = 62,99$
 d) $\ln 23,68 = 3,1646$; $\frac{3}{4} \cdot \ln 68 = 3,1646$; $e^{3,1646} = 2,718^{3,1646} = 23,68$
 e) $\lg 0,6817 = -0,1664$; $\frac{3}{4} \cdot \lg 0,6 = -0,1664$; $10^{-0,1664} = 0,6817$
 f) $\ln 0,1597 = -1,8346$; $\frac{3}{5} \cdot \ln 0,047 = -1,8346$; $e^{-1,8346} = 0,1597$

1.5.2 Logarithmische Maßstäbe



16/2. $I = 10 \mu\text{A}$ bis $100 \mu\text{A}$

I in μA	10	20	30	50	100
U in V	0,51	0,54	0,56	0,58	0,6



- 16/3. a) 70 A b) 120 A c) 150 A d) 180 A

1.6 Gleichungen und Formeln

1.6.1 Arbeiten mit Gleichungen

19/1. oben a) $x = 44 - 17 = 27$ $x = 27 + 5 = 32$; b) $3x = 12 \Rightarrow x = 4$; $7x = 14 \Rightarrow x = 2$

c) $2x = 2 \Rightarrow x = 1$; $5x = -15 \Rightarrow x = -3$

19/2. oben a) $3y = 45 \Rightarrow y = 15$; $5y = 13 \cdot 15 \Rightarrow y = 39$

b) $\frac{3y}{1} = \frac{5}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{12}$; $y = \frac{5}{4}$ c) $\frac{5y}{3} = \frac{7}{2} \Rightarrow y = \frac{21}{10}$; $\frac{4y}{3} = \frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{3}{10}$

19/3. oben a) $x + 7 = 10 \Rightarrow x = 3$; $8 - x = 6 \Rightarrow x = 2$

b) $5x + 4 = 24 \Rightarrow x = 4$; $\frac{7 + 2x}{5} = 7 \Rightarrow 7 + 2x = 35 \Rightarrow x = 14$

c) $\frac{2}{5} = \frac{2x + 3}{6} \Rightarrow 12 = 10x + 15 \Rightarrow x = -\frac{3}{10}$; $\frac{5}{3} = \frac{7 - 2x}{5} \Rightarrow 25 = 21 - 6x \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$

19/4. oben a) $z^2 = 16 \Rightarrow z = \pm 4$; $\frac{4z^2}{9} = 16 \Rightarrow z = \pm 6$

b) $z^2 = 25 \Rightarrow z = \pm 5$; $\frac{4z^2}{3} = 27 \Rightarrow z = \pm \frac{9}{2}$

c) $75z^2 = 180 \Rightarrow 5z^2 = 12 \Rightarrow z = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}$; $\frac{3}{4z} = \frac{z}{3} \Rightarrow z = \pm \frac{3}{2}$

19/5. oben a) $\frac{1}{x} = \frac{2 + 3}{6} \Rightarrow x = \frac{6}{5}$; $\frac{1}{y} = \frac{1 + 2}{6} \Rightarrow y = 2$

b) $\frac{1}{y} = \frac{6 + 4}{15} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$; $\frac{1}{x} = \frac{10 - 9}{24} \Rightarrow x = 24$

c) $\frac{2}{z} = \frac{5 - 3}{15} \Rightarrow z = 15$; $\frac{11}{z} = \frac{15 - 4}{10} \Rightarrow z = 10$

d) $\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{20} \Rightarrow x = -20$; $\frac{1}{x} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{10} \Rightarrow x = -10$

e) $\frac{1}{x} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = 6$; $\frac{1}{x} = \frac{1}{7} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{14} \Rightarrow x = -\frac{14}{5}$

f) $\frac{3}{2x} = \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = 15$; $\frac{4}{5x} = \frac{2}{5} - \frac{5}{4} = -\frac{17}{20} \Rightarrow x = -\frac{16}{17}$

19/6. oben a) $36 - 15z = 100 - 25z \Rightarrow 10z = 64 \Rightarrow z = 6,4$

b) $5z + 105 = 63 - 9z \Rightarrow 14z = -42 \Rightarrow z = -3$

c) $5z + 120 = 126 - 7z \Rightarrow 12z = 6 \Rightarrow z = 0,5$

19/7. oben a) $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

b) $x^2 = 100 \Rightarrow x = \pm 10$

c) $4x^2 = 64 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$ d) $27x^2 = 12 \Rightarrow 9x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm \frac{2}{3}$

19/8. oben a) $x = \ln 50 = 3,91$; $x = \ln 5 = 1,609$ b) $x = \ln 2 = 0,693$; $x = \ln 0,2 = -1,61$

c) $x = \ln 10 = 2,30$; $2x = \ln 10 \Rightarrow x = 0,5 \cdot \ln 10 = 1,15$

d) $0,2x = \ln 8 \Rightarrow x = 5 \cdot \ln 8 = 10,4$; $0,4x = \ln 8 \Rightarrow x = 2,5 \cdot \ln 8 = 5,20$

19/9. oben a) $-x = \ln 4 \Rightarrow x = -\ln 4 = -1,39$ $-x = \ln 16 \Rightarrow x = -\ln 16 = -2,77$

b) $-x/2 = \ln 3 \Rightarrow x = -2 \cdot \ln 3 = -2,20$; $-x/2 = \ln 9 \Rightarrow x = -2 \cdot \ln 9 = -4,39$

c) $2 = 4 \cdot (1 - e^{-x/8}) \Rightarrow 1 - e^{-x/8} = 0,5 \Rightarrow -x/8 = \ln 0,5 \Rightarrow x = 5,55$

d) $6,3 = 10 \cdot (1 - e^{-x/3}) \Rightarrow 1 - e^{-x/3} = 0,63 \Rightarrow -x/3 = \ln 0,37 \Rightarrow x = 2,98$

1.6.2 Arbeiten mit Formeln

- 19/1.**
unten
- a) $v = \frac{P}{F}$ b) $F = \frac{M}{r}$ c) $P = \frac{W}{t}$ d) $R = \frac{U}{I}$
- e) $v = \frac{s}{t}$ f) $\omega = \frac{P}{M}$ g) $\varrho = \frac{m}{V}$ h) $d = \frac{u}{\pi}$
- 19/2.**
unten
- a) $h = \frac{V}{l \cdot b}$ b) $n = \frac{v}{d \cdot \pi}$ c) $B = \frac{U}{v \cdot l}$ d) $L = \frac{X_L}{2\pi \cdot f}$
- 19/3.**
unten
- a) $U_2 = U - U_1$ b) $U_0 = U + U_i$ c) $t_0 = t_1 - \Delta t$ d) $R_i = R - R_v$
- 19/4.**
unten
- a) $Q = I \cdot t$ b) $U = R \cdot I$ c) $P_1 = \frac{P_2}{\eta}$ d) $F = \frac{P \cdot t}{s}$
- e) $A = \frac{l}{\gamma \cdot R}$ f) $Q = \frac{F \cdot s}{U}$ g) $R = \frac{\omega \cdot L}{Q}$ h) $A = \frac{2I \cdot l}{\gamma \cdot \Delta U}$
- 19/5.**
unten
- a) $U = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{C}}$ b) $L = \frac{U^2}{\omega \cdot Q_{bL}}$ c) $I = \sqrt{\frac{Q}{X}}$ d) $U = \sqrt{\frac{Q_{bC}}{\omega \cdot C}}$
- 19/6.**
unten
- a) $X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$ b) $L = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot C}$ c) $I_{bL} = \sqrt{I^2 - I_w^2}$
- 19/7.**
unten
- a) $R_i = \frac{U_0 - U}{I}$ b) $n = \frac{R_v + R_m}{R_m} = \frac{R_v}{R_m} + 1$ c) $F_1 = \frac{F_2 \cdot v - P}{v} = F_2 - \frac{P}{v}$
- 19/8.**
unten
- a) $C_1 = \frac{1}{\frac{1}{C} - \frac{1}{C_2}} = \frac{C_2 \cdot C}{C_2 - C}$ b) $R_1 = \frac{R_2 \cdot R}{R_2 - R}$ c) $R_1 = \frac{(U - U_2) \cdot R_2}{U_2} = R_2 \left(\frac{U}{U_2} - 1 \right)$
- d) $R_m = R_p \cdot (n - 1)$ e) $U = U_0 - R_i \cdot I$ f) $U = \frac{U_{20} \cdot (R_1 + R_2)}{R_2} = U_{20} \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right)$
- 19/9.**
unten
- a) $e^{t/\tau} = \frac{U_0}{u_c} \Rightarrow t = \tau \cdot \ln \left(\frac{U_0}{u_c} \right) = -\tau \cdot \ln \left(\frac{u_c}{U_0} \right)$ b) $\frac{I_0}{i_L} = e^{t/\tau} \Rightarrow \tau = \frac{t}{\ln(I_0/i_L)}$
- c) $I_0 \cdot e^{-t/\tau} = I_0 - i_L \Rightarrow e^{t/\tau} = \frac{I_0}{I_0 - i_L} \Rightarrow t/\tau = \ln \left(\frac{I_0}{I_0 - i_L} \right) \Rightarrow t = \tau \cdot \ln \left(\frac{I_0}{I_0 - i_L} \right)$

1.6.3 Verhältnisleichungen, Dreisatzrechnen

- 20/1.**
oben
- 25 Stück $\triangleq$ 12 € $\Rightarrow$ 6 Stück $\triangleq$ **2,88 €**
- 20/2.**
oben
- 2,25 kg $\triangleq$ 50 m $\Rightarrow$ 1,44 kg $\triangleq$ **32 m**
- 20/3.**
oben
- 5 Leuchten $\triangleq$ 240 h $\Rightarrow$ 3 Leuchten $\triangleq$ **400 h**

1.6.4 Verhältnisleichungen, Prozentrechnen

- 20/1.**
unten
- $(100 - 25)\% \triangleq$ 54 € $\Rightarrow$ 100% = **72 €**
- 20/2.**
unten
- 100% $\triangleq$ 400 V $\Rightarrow$ $\pm 2,5\% \triangleq$ **± 10 V**
- 20/3.**
unten
- 80% $\triangleq$ 84 Ah $\Rightarrow$ 100% $\triangleq$ **105 Ah**

1.7 Funktionen

22/1. a) $t_1 = 16 \text{ h} \Rightarrow U_1 = 11,5 \text{ V}$

b) $U_2 = 12 \text{ V} \Rightarrow t_2 = 12 \text{ h}$

22/2. a) $P_1 = 50 \text{ W} \Rightarrow \eta_1 \approx 0,5$

b) $\eta_m = 0,75 \Rightarrow P_m = 150 \text{ W}$

c) $\eta_2 = 0,7 \Rightarrow P_{21} = 100 \text{ W}$
 $P_{22} = 200 \text{ W}$

22/3. a) $I_0 = 0 \text{ A} \Rightarrow U_0 = 4,5 \text{ V}$

$I_1 = 0,5 \text{ A} \Rightarrow U_1 = 3,5 \text{ V}$

b) $U_2 = 3,7 \text{ V} \Rightarrow I_2 = 0,4 \text{ A}$

$U_3 = 2,5 \text{ V} \Rightarrow I_3 = 0,96 \text{ A}$

c) $R = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{2,5 \text{ V} - 4,5 \text{ V}}{0,96 \text{ A} - 0 \text{ A}}$

$R = \left| -2,1 \frac{\text{V}}{\text{A}} \right| = 2,1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$

22/4. a) $t_1 = 10 \text{ s} \Rightarrow U_{C1} = 30 \text{ V}$

$t_2 = 20 \text{ s} \Rightarrow U_{C2} = 43 \text{ V}$

b) $U_{C3} = 0,63 \cdot 60 \text{ V} = 37,8 \text{ V}$

$U_{C3} = 37,8 \text{ V} \Rightarrow t_3 = 15 \text{ s}$

• 22/6.

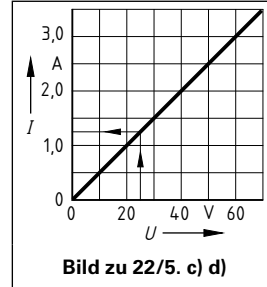
a)

I in A	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,0	1,2
U_i in V	0	0,42	0,85	1,25	1,65	2,05	2,50

22/5. a) b)

U in V	0	10	20	30	40	50	60
I in A	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0

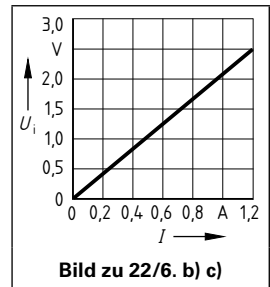
c) d)



e) $U_1 = 25 \text{ V} \Rightarrow I_1 = 1,25 \text{ A}; I_1 = \frac{25 \text{ V}}{20 \Omega} = 1,25 \text{ A}$

f) Steigung = $\frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{3,0 \text{ A}}{60 \text{ V}} = 0,05 \frac{\text{A}}{\text{V}}$

b) c)



d) Steigung = $\frac{\Delta U_i}{\Delta I} = \frac{2,05 \text{ V}}{1,0 \text{ A}} = 2,05 \frac{\text{V}}{\text{A}} = 2,05 \Omega$

1.8 Rechnen am Dreieck

1.8.1 Satz des Pythagoras

23/1. a) $c = \sqrt{(34 \text{ cm})^2 + (47 \text{ cm})^2} = 58,0 \text{ cm}$

b) $a = \sqrt{(76 \text{ cm})^2 - (53 \text{ cm})^2} = 54,5 \text{ cm}$

c) $b = \sqrt{(41 \text{ cm})^2 - (27 \text{ cm})^2} = 30,9 \text{ cm}$

d) $a = \sqrt{(2,3 \text{ m})^2 - (0,92 \text{ m})^2} = 2,11 \text{ m}$

e) $b = \sqrt{(3,4 \text{ cm})^2 - (0,86 \text{ cm})^2} = 3,29 \text{ cm}$

23/2. $l = \sqrt{(320 \text{ mm})^2 + (290 \text{ mm})^2} = 432 \text{ mm}$

23/3. $s_1 = \sqrt{(650 \text{ mm})^2 + (500 \text{ mm})^2} = 820 \text{ mm}; s_2 = \sqrt{(500 \text{ mm})^2 - (400 \text{ mm})^2} = 300 \text{ mm}$

23/4. $s = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{D}{2} \cdot \sqrt{2} = 35 \text{ mm} \cdot 1,414 = 49,5 \text{ mm}$

$$23/5. \quad \frac{s}{2} = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{3D^2}{16}} = \frac{D}{4} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow s = \frac{D}{2} \cdot \sqrt{3} = 24 \text{ mm} \cdot 1,732 = \mathbf{41,6 \text{ mm}}$$

$$23/6. \quad U = \sqrt{U_w^2 + U_{bL}^2} = \sqrt{(208 \text{ V})^2 + (98 \text{ V})^2} = \mathbf{230 \text{ V}}$$

$$23/7. \quad I_{bL} = \sqrt{I^2 - I_w^2} = \sqrt{3,6^2 \text{ A}^2 - 2^2 \text{ A}^2} = \mathbf{3 \text{ A}}$$

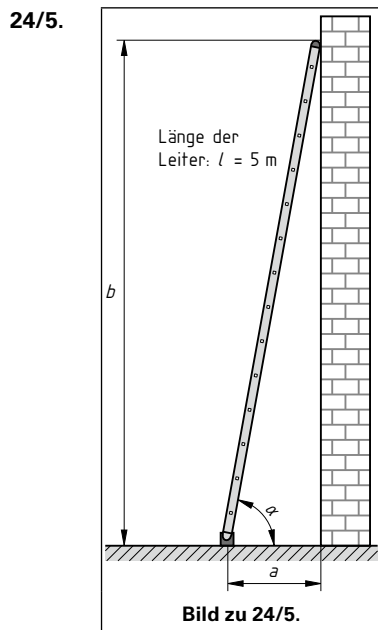
1.8.2 Winkelfunktionen

Teil	a	b	c	d	e	f	g	h	i
b in mm	79,5	26,5	86,6	45	32	21	44	63	50
a in mm	42,3	33,9	50,0	77,9	24	66,8	33	84	50
c in mm	90	43	100	90	40	70	55	105	70,7
β in °	62	38	60	30	53,1	17,5	53,1	36,9	45
α in °	28	52	30	60	36,9	72,5	36,9	53,1	45

$$24/2. \quad s = 4,5 \text{ m} / \cos 25^\circ = 4,5 \text{ m} / 0,906 = \mathbf{4,97 \text{ m}}; \quad h = 4,5 \text{ m} \cdot \tan 25^\circ = 4,5 \text{ m} \cdot 0,466 = \mathbf{2,1 \text{ m}}$$

$$24/3. \quad a = s / \tan \alpha = 2,7 \text{ mm} / \tan 25^\circ = \mathbf{5,79 \text{ mm}}$$

$$24/4. \quad \tan \alpha = s / a = 3,5 \text{ mm} / 8 \text{ mm} = 0,438 \Rightarrow \alpha = \mathbf{23,63^\circ = 23^\circ 37'}$$



$$\text{a) } \cos \alpha = \frac{a}{l} \Rightarrow a = l \cdot \cos \alpha = 5 \text{ m} \cdot \cos 70^\circ = \mathbf{1,71 \text{ m}}$$

$$\text{b) } \sin \alpha = \frac{b}{l} \Rightarrow b = l \cdot \sin \alpha = 5 \text{ m} \cdot \sin 70^\circ = \mathbf{4,7 \text{ m}}$$

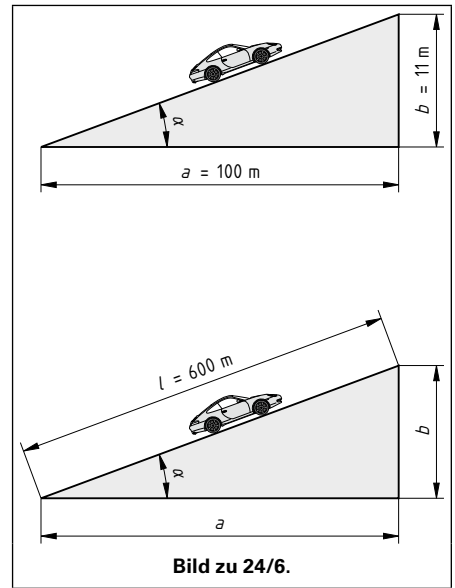
24/6. a) $\tan \alpha = \frac{b}{a} = \frac{11 \text{ m}}{100 \text{ m}} = 0,11$

$\alpha = 6,28^\circ$

b) $\cos \alpha = \frac{a}{l} \Rightarrow$

$a = l \cdot \cos \alpha = 600 \text{ m} \cdot \cos 6,28^\circ = 596,4 \text{ m}$

c) $b = \sqrt{l^2 - a^2} = \sqrt{600^2 \text{ m}^2 - 596,4^2 \text{ m}^2} = 65,6 \text{ m}$



1.8.3 Winkel im Grad- und Bogenmaß

25/1.

Teil	a	b	c	d	e	f	g	h	i
β_G in $^\circ$	16	48	70	140	20,1	43,0	77,3	178	258
β_B in rad	0,279	0,834	1,222	2,443	0,351	0,75	1,35	3,11	4,5

25/2.

Teil	a	b	c	d	e	f	g	h	i
φ in $^\circ$	360	270	180	90	120	60	30	45	15
φ in rad	$2 \cdot \pi$	$3 \cdot \pi/2$	π	$\pi/2$	$2 \cdot \pi/3$	$\pi/3$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/12$

25/3. a) $5,5^\circ = 5^\circ + 0,5^\circ = 5^\circ + 0,5^\circ \cdot \frac{60'}{1^\circ} = 5^\circ + 30' = 5^\circ 30'$

b) $3,28^\circ = 3^\circ + 0,28^\circ = 3^\circ + 0,28^\circ \cdot \frac{60'}{1^\circ} = 3^\circ + 16,8' = 3^\circ + 16' + 0,8' = 3^\circ + 16' + 0,8' \cdot \frac{60''}{1'} = 3^\circ + 16' + 48'' = 3^\circ 16' 48''$

c) $15,53^\circ = 15^\circ + 0,53^\circ = 15^\circ + 0,53^\circ \cdot \frac{60'}{1^\circ} = 15^\circ + 31,8' = 15^\circ + 31' + 0,8' = 15^\circ + 31' + 0,8' \cdot \frac{60''}{1'} = 15^\circ + 31' + 48'' = 15^\circ 31' 48''$

25/4. a) $10^\circ 24' = 10^\circ + 24' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 10^\circ + 0,4^\circ = 10,4^\circ$

b) $7^\circ 5' 24'' = 7^\circ + 5' + 24'' = 7^\circ + 5' + 24'' \cdot \frac{1'}{60''} = 7^\circ + 5' + 0,4' = 7^\circ + 5,4' = 7^\circ + 5,4' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 7^\circ + 0,09^\circ = 7,09^\circ$

c) $50^\circ 25' 30'' = 50^\circ + 25' + 30'' = 50^\circ + 25' + 30'' \cdot \frac{1'}{60''} = 50^\circ + 25' + 0,5' = 50^\circ + 25,5' = 50^\circ + 25,5' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 50^\circ + 0,425^\circ = 50,425^\circ$

1.8.4 Rechnen am beliebigen Dreieck

26/1.

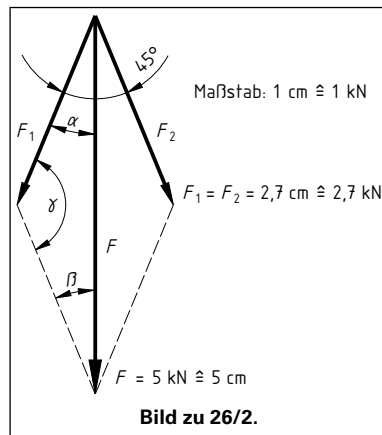
Teil	a	b	c	d	e	f	g
a	40 mm	84,3 mm	73,4 mm	3,5 m	55 cm	40 cm	6,0 cm
b	75,2 mm	55 mm	82,9 mm	5,5 m	35 cm	70 cm	4,0 cm
c	78,8 mm	74,1 mm	90 mm	5,98 m	78,6 cm	50 cm	4,8 cm
α	30°	80°	50°	35,2°	37,3°	34,04°	85,5°
β	70°	40°	60°	64,8°	22,7°	101,5°	41,6°
γ	80°	60°	70°	80°	120°	44,4°	52,9°

26/2.

$$\alpha = \beta = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 22,5^\circ - 22,5^\circ = 135^\circ$$

$$\frac{F}{F_1} = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} \Rightarrow F_1 = F \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = 5 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 22,5^\circ}{\sin 135^\circ} = 2,7 \text{ kN}$$

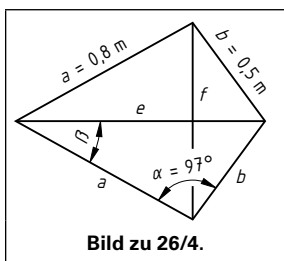


26/3.

$$a = \sqrt{(2,0 \text{ m})^2 + (1,5 \text{ m})^2 - 2 \cdot 2,0 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot \cos 120^\circ} = 3,04 \text{ m}$$

$$h = 2,0 \text{ m} \cdot \sin (180^\circ - 120^\circ) = 2,0 \text{ m} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 \text{ m}$$

26/4.



$$e = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha} = \sqrt{(0,8 \text{ m})^2 + (0,5 \text{ m})^2 - 2 \cdot 0,8 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot \cos 97^\circ} = 0,99 \text{ m}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{e}{b} \Rightarrow \sin \beta = \frac{b}{e} \cdot \sin \alpha = \frac{0,5 \text{ m}}{0,99 \text{ m}} \cdot \sin 97^\circ = 0,5013 \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

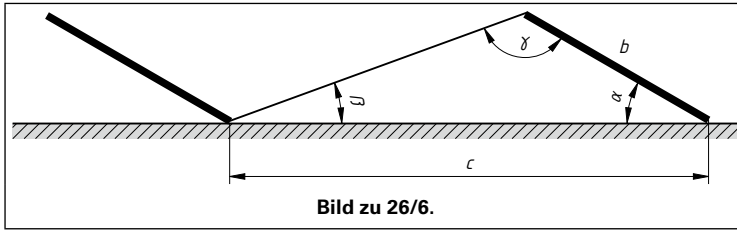
$$\sin \beta = \frac{f}{2a} \Rightarrow f = 2a \cdot \sin \beta = 2 \cdot 0,8 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ = 0,8 \text{ m}$$

• 26/5.

$$b = \frac{1,6 \text{ m}}{\cos (90^\circ - 25^\circ - 40^\circ)} = \frac{1,6 \text{ m}}{\cos 25^\circ} = 1,77 \text{ m}; \quad c = \frac{\sin 40^\circ}{\sin 25^\circ} \cdot b = 2,69 \text{ m}$$

$$c = 1,6 \text{ m} \cdot \tan (90^\circ - 25^\circ) - 1,6 \text{ m} \cdot \tan (90^\circ - 25^\circ - 40^\circ) = 1,6 \text{ m} \cdot (\tan 65^\circ - \tan 25^\circ) = 2,69 \text{ m}$$

• 26/6.



$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 30^\circ - 20^\circ = 130^\circ$$

Module im Querformat angeordnet:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{b}{c} \Rightarrow c = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{560 \text{ mm} \cdot \sin 130^\circ}{\sin 20^\circ} = 1254 \text{ mm}$$

$$n_B = \frac{8 \text{ m}}{a} = \frac{8000 \text{ mm}}{1200 \text{ mm}} = 6,6 \Rightarrow 6 \text{ Module}$$

$$d = \frac{10 \text{ m}}{c} = \frac{10000 \text{ mm}}{1254 \text{ mm}} = 7,97 \text{ Abstände} \Rightarrow n_L = 8 \text{ Reihen}$$

$$n_M = n_B \cdot n_L = 6 \cdot 8 = \mathbf{48 \text{ Module}}$$

$$A = n_M \cdot a \cdot b = 54 \cdot 1,2 \text{ m} \cdot 0,56 \text{ m} = \mathbf{32,26 \text{ m}^2}$$

Module im Hochformat angeordnet:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{a}{c} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{1200 \text{ mm} \cdot \sin 130^\circ}{\sin 20^\circ} = 2687,72 \text{ mm}$$

$$n_B = \frac{8 \text{ m}}{b} = \frac{8000 \text{ mm}}{560 \text{ mm}} = 14,3 \Rightarrow 14 \text{ Module}$$

$$d = \frac{10 \text{ m}}{c} = \frac{10000 \text{ mm}}{2687,72 \text{ mm}} = 3,72 \text{ Abstände} \Rightarrow n_L = 4 \text{ Reihen}$$

$$n_M = n_B \cdot n_L = 14 \cdot 4 = \mathbf{56 \text{ Module}}$$

$$A = n_M \cdot a \cdot b = 56 \cdot 1,2 \text{ m} \cdot 0,56 \text{ m} = \mathbf{37,63 \text{ m}^2}$$

Die Module müssen im Hochformat montiert werden.

1.9 Runden

- 27/1. a) 655,837 $\Rightarrow$ 655,84; 655,8; 656; $0,66 \cdot 10^3$; $0,7 \cdot 10^3$
 b) 2174,95 $\Rightarrow$ 2175,0; 2175; $2,17 \cdot 10^3$; $2,2 \cdot 10^3$; $2 \cdot 10^3$
 c) 18,7484 $\Rightarrow$ 18,748; 18,75; 18,7; 19; $0,02 \cdot 10^3$
 d) 5,68458 $\Rightarrow$ 5,6846; 5,685; 5,68; 5,7; 6
 e) 0,963493 $\Rightarrow$ 0,96349; 0,9635; 0,963; 0,96; 1
 f) 0,748396 $\Rightarrow$ 0,74840; 0,7484; 0,748; 0,75; 0,7
 g) 98,3185 $\Rightarrow$ 98,319; 98,32; 98,3; 98; $0,1 \cdot 10^3$
 h) 8,97946 $\Rightarrow$ 8,9795; 8,979; 8,98; 9,0; 9
 i) 0,479658 $\Rightarrow$ 0,47966; 0,4797; 0,480; 0,48; 0,5
 k) 0,0845853 $\Rightarrow$ 0,084585; 0,08459; 0,0846; 0,085; 0,08

27/2. $F = \frac{k \cdot M}{100 \%} = \frac{1 \% \cdot 23,86 \text{ V}}{100 \%} = 0,2386 \text{ V}$
 $w_o = M + F = 23,86 \text{ V} + 0,2386 \text{ V} = 24,0986 \text{ V}$
 $w_u = M - F = 23,86 \text{ V} - 0,2386 \text{ V} = 23,621 \text{ V}$
 $w_u \leq \text{gerundeter } M \leq w_o$
 $23,621 \text{ V} \leq 24 \text{ V} \leq 24,0986 \text{ V}$

27/3. a) $n = 2$

$$x_{\min} = 10; \quad o = 10,49; \quad u = 9,50 \Rightarrow e_{\max} = 0,5$$

$$f_{\max} = \frac{e_{\max}}{x_{\min}} \cdot 100 \% = \frac{0,5}{10} \cdot 100 \% = 5 \%$$

$$x_{\max} = 99; \quad o = 99,49; \quad u = 98,50 \Rightarrow e_{\max} = 0,5$$

$$f_{\min} = \frac{e_{\max}}{x_{\max}} \cdot 100 \% = \frac{0,5}{99} \cdot 100 \% = 0,5 \%$$

b) $n = 3$

$$x_{\min} = 100; \quad o = 100,49; \quad u = 99,50 \Rightarrow e_{\max} = 0,5$$

$$f_{\max} = \frac{e_{\max}}{x_{\min}} \cdot 100 \% = \frac{0,5}{100} \cdot 100 \% = 0,5 \%$$

$$x_{\max} = 999; \quad o = 999,49; \quad u = 998,50 \Rightarrow e_{\max} = 0,5$$

$$f_{\min} = \frac{e_{\max}}{x_{\max}} \cdot 100 \% = \frac{0,5}{999} \cdot 100 \% = 0,05 \%$$

c) $n = 4$

$$x_{\min} = 1000; \quad o = 1000,49; \quad u = 999,50 \Rightarrow e_{\max} = 0,5$$

$$f_{\max} = \frac{e_{\max}}{x_{\min}} \cdot 100 \% = \frac{0,5}{1000} \cdot 100 \% = 0,05 \%$$

$$x_{\max} = 9999; \quad o = 9999,49; \quad u = 9998,50 \Rightarrow e_{\max} = 0,5$$

$$f_{\min} = \frac{e_{\max}}{x_{\max}} \cdot 100 \% = \frac{0,5}{9999} \cdot 100 \% = 0,005 \%$$

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Vorsätze

- 28/1.** a) 1,0 m; 0,075 m; 1,2 m; 6500 m
b) 200 dm; 18,8 dm; 0,14 dm; 0,342 dm
c) 300 cm; 812 cm; 1,72 cm; 2,4 cm
d) 1200 mm; 410 mm; 890 mm; 0,08 mm
e) 405 μm ; 5000 μm ; 1625 μm
f) 5,3 km; 0,625 km; 28,3 km
- 28/2.** a) 1,8 m²; 0,12 m²; 0,00089 m²
b) 190 dm²; 0,0845 dm²; 9,41 dm²
c) 8700 cm²; 1200 cm²; 4,73 cm²
d) 1 050 000 mm²; 160 000 mm²; 18 400 mm²
- 28/3.** a) $115 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$; $61 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$; $12,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
b) $130 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3$; $10\,753 \text{ dm}^3$; $4,2 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3$
c) 10^7 cm^3 ; $28,4 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$; $5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3$
d) 2000 mm^3 ; $15 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$; $127 \cdot 10^9 \text{ mm}^3$
- 28/4.** a) 201,6 mil b) 295,3 mil c) 393,7 mil
- 28/5.** a) 43,18 cm b) 53,34 cm c) 68,58 cm
- 28/6.** a) Abstände: 4,233 mm; 3,175 mm
Längen: 88,9 mm; 139,7 mm; 152,4 mm; 177,8 mm; 215,9 mm; 279,4 mm; 304,8 mm; 355,6 mm
b) 297 mm = 11,69 in $\approx$ 12 in

2.2 Kreisumfang, gestreckte Länge

- 29/1.** a) 56,55 mm b) 5,0 mm c) 138,2 mm d) 2,70 cm
e) 80,11 cm f) 0,205 m g) 1,21 m
- 29/2.** $u_m = \pi \cdot d_m = \pi \cdot (140 \text{ mm} + 16 \text{ mm}) = \mathbf{490,1 \text{ mm}}$
- 29/3.** $d_m = \frac{D+d}{2} = \frac{250 \text{ mm} + 205 \text{ mm}}{2} = 227,5 \text{ mm}$
 $u_m = d_m \cdot \pi = 227,5 \text{ mm} \cdot \pi = 714,7 \text{ mm} \approx \mathbf{715 \text{ mm}}$
- 29/4.** a) $u_i = \pi \cdot d = \pi \cdot 750 \text{ mm} = \mathbf{2356 \text{ mm}}$; $u_a = \pi \cdot D = \pi \cdot 1600 \text{ mm} = \mathbf{5027 \text{ mm}}$
b) $h = \frac{D-d}{2} = \frac{1600 \text{ mm} - 750 \text{ mm}}{2} = \mathbf{425 \text{ mm}}$
c) $d_m = \frac{D+d}{2} = \frac{1600 \text{ mm} + 750 \text{ mm}}{2} = \mathbf{1175 \text{ mm}}$
- 29/5.** $L = \frac{\pi \cdot d_{m1}}{2} + 2 \cdot l_1 + \frac{\pi \cdot d_{m2}}{2} + 2 \cdot l_2 = \frac{\pi \cdot 45 \text{ mm}}{2} + 2 \cdot 10 \text{ mm} + \frac{\pi \cdot 15 \text{ mm}}{2} + 2 \cdot 10 \text{ mm}$
= **134 mm**