

II Quadratische Funktionen und Gleichungen

Dieses Modul ermöglicht dir, alle wichtigen Aspekte im Umgang mit quadratischen Funktionen zu wiederholen und intensiv zu üben. Bevor du anfängst zu üben, solltest du eine spontane Selbsteinschätzung in Form einer Schulnote von 1 bis 6 abgeben. Anschließend kannst du die Testaufgaben bearbeiten und mithilfe der ausführlichen Musterlösungen auswerten. Nun kannst du gezielt üben.



Selbsteinschätzung

	Spontane Selbsteinschätzung (SE)	SE nach Bearbeitung der Testaufgaben	SE nach Bearbeitung des Moduls
1. Ich kann zu der Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion den Graphen mithilfe einer Wertetabelle skizzieren.			
2. Ich kann zur gegebenen Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion in Scheitelpunktform den zugehörigen Graphen ohne Wertetabelle skizzieren.			
3. Ich kann zum Graphen einer quadratischen Funktion die Scheitelpunktform aufstellen.			
4. Ich kann zum vorgegebenen Scheitelpunkt sowie einem weiteren Punkt die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion bestimmen.			
5. Ich kann zum vorgegebenen y-Achsenabschnitt sowie zwei weiteren Punkten die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion bestimmen.			
6. Ich kann mithilfe der binomischen Formeln und dem Ausmultiplizieren von Summen Terme umformen.			
7. Ich kann die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion von der Scheitelpunktform in die Normalform umformen.			
8. Ich kann die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion von der Normalform in die Scheitelpunktform umformen.			
9. Ich kann einfache quadratische Gleichungen ohne pq-Formel lösen.			
10. Ich kann quadratische Gleichungen mithilfe der pq-Formel lösen.			
11. Ich kann Nullstellen und Schnittpunkte von Geraden und Parabeln berechnen und die Ergebnisse am Graphen überprüfen.			
12. Ich kann einfache Probleme mithilfe von quadratischen Funktionen lösen.			

II Testaufgaben

Die Aufgaben 1–12 beziehen sich auf die Punkte 1–12 der Selbsteinschätzung. Bearbeite die Aufgaben und kontrolliere dann deine Lösung mithilfe der Musterlösungen auf den folgenden Seiten.

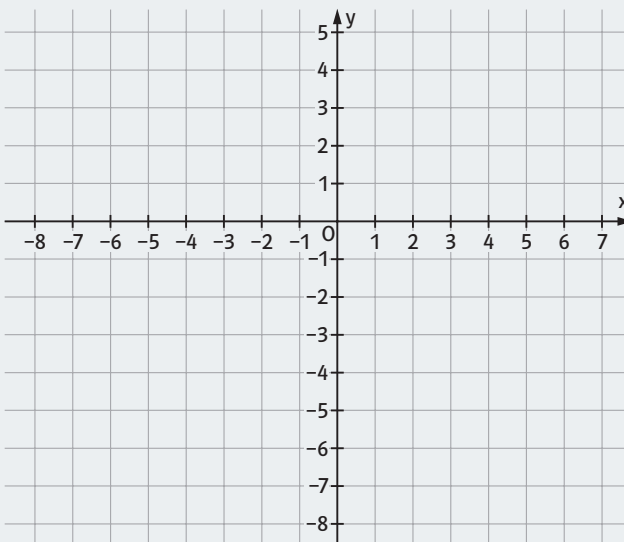
1 Skizziere die Graphen zu den folgenden Funktionen mithilfe einer Wertetabelle in das untere Koordinatensystem.

a) $f(x) = 0,75x^2$

x									
f(x)									

b) $f(x) = -3x^2 - 9x - 3$

x									
f(x)									



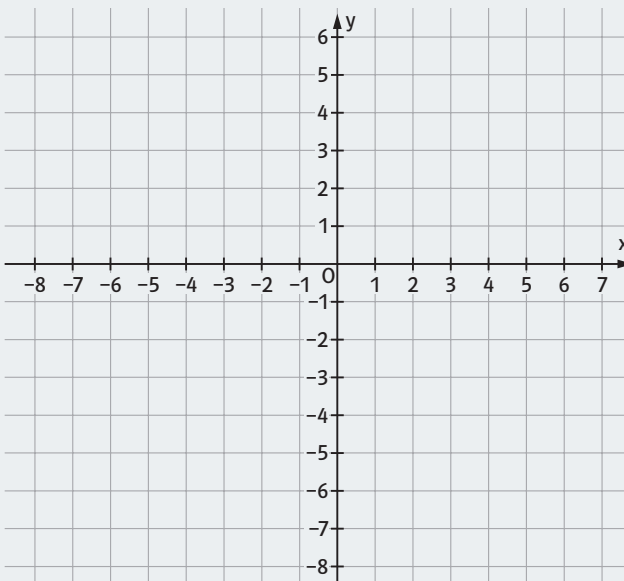
2 Skizziere die Graphen der folgenden quadratischen Funktionen ohne Wertetabelle.

a) $f(x) = (x - 3)^2 - 1$

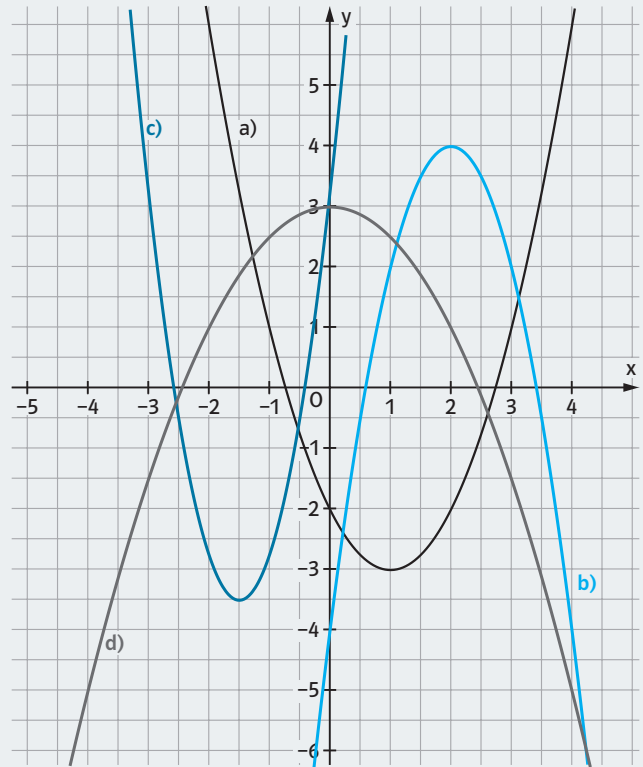
b) $f(x) = -(x + 2)^2 + 4$

c) $f(x) = 0,5(x - 1)^2 - 2,5$

d) $f(x) = -2(x - 1)^2 + 2,5$



3 Bestimme die Funktionsgleichungen in Scheitelpunktform zu den folgenden Graphen.



a) $f(x) =$ _____

b) $f(x) =$ _____

c) $f(x) =$ _____

d) $f(x) =$ _____

4 Bestimme die Funktionsgleichung der quadratischen Funktion f , deren Graph einen Scheitelpunkt $S(1|2)$ besitzt und durch $A(3|0)$ geht.

$f(x) =$ _____

5 Bestimme die Funktionsgleichung der Funktion f .

a) Der Graph von f verläuft durch die Punkte $A(0|3)$, $B(-1|6)$ und $C(2|3)$.

$f(x) =$ _____

b) Der Graph von f verläuft durch die Punkte $A(6|3)$, $B(0|-9)$ und $C(1|3)$.

$f(x) =$ _____

II Testaufgaben

6 Vereinfache die Terme mithilfe der binomischen Formeln und dem Ausmultiplizieren von Summen.

a) $(a + 9)^2 =$ _____

b) $-(7 - 5b)^2 + 2b =$ _____

c) $(6 + 5a)(6 - 5a) =$ _____

d) $(1,5 + 3z)(-2z - 8) =$ _____

7 Führe die Funktionsgleichung in die Normalform über.

a) $f(x) = (x - 3)^2 + 6 =$ _____

b) $f(x) = -2(x + 5)^2 - 7 =$ _____

8 Überführe in die Scheitelpunktform.

a) $f(x) = x^2 + 6x - 3 =$ _____

b) $f(x) = -3x^2 + 6x + 7 =$ _____

c) $f(x) = 4x + 0,4x^2 - 8 =$ _____

9 Gib die Lösung bzw. die Lösungen der quadratischen Gleichung an.

a) $x^2 - 49 = 0$

$x_1 =$ _____ ; $x_2 =$ _____

b) $-91 + 4x^2 = -3x^2$

$x_1 =$ _____ ; $x_2 =$ _____

c) $6x^2 - 72x = 0$

$x_1 =$ _____ ; $x_2 =$ _____

d) $28x^2 - 4x = 6(5x^2 + 2x)$

$x_1 =$ _____ ; $x_2 =$ _____

10 Löse die folgenden quadratischen Gleichungen.

a) $x^2 + 6x + 8 = 0$

$x_1 =$ _____ ; $x_2 =$ _____

b) $79 - 3x^2 - 8x = 5$

$x_1 =$ _____ ; $x_2 =$ _____

c) $-11x - 2 + 2x^2 = 4$

$x_1 =$ _____ ; $x_2 =$ _____

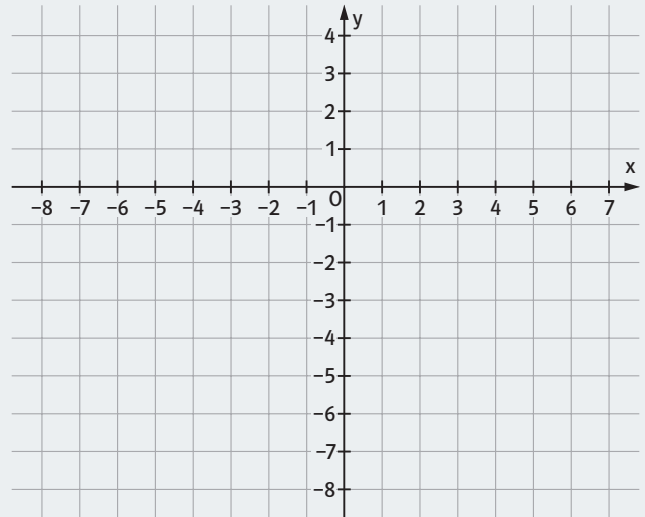
11 Bestimme die Nullstellen und Schnittpunkte der Funktionen f mit $f(x) = x^2 + 5x + 4$ und g mit $g(x) = 0,5x + 1$.

Überprüfe deine Ergebnisse an den beiden Graphen.

Nullstellen: $f: x_1 =$ _____ ; $x_2 =$ _____ ; $g: x =$ _____

Schnittpunkte von f und g :

$S_1($ _____ $|$ _____ $); S_2($ _____ $|$ _____ $).$



12 Die Flugkurve eines Speers kann mithilfe der Funktion h mit $h(x) = -0,02x^2 + 0,8x + 1,8$ beschrieben werden (x und $h(x)$ in m).



a) Was bedeutet $h(0)$ im Anwendungskontext?

$h(0)$ _____

b) Wie weit fliegt der Speer?

Antwort: _____

c) Wie hoch ist der Speer am höchsten Punkt seiner Flugbahn?

Antwort: _____

Kontrolliere mithilfe der folgenden Musterlösungen deine Lösungen der Testaufgaben. Führe dann eine erneute Selbsteinschätzung der wichtigsten Kompetenzen im Bereich „Quadratische Funktionen und Gleichungen“ durch.

1 Graphen mithilfe einer Wertetabelle skizzieren

Zunächst müssen für x sinnvolle Werte in $f(x)$ eingesetzt werden, sodass der Scheitelpunkt der Parabel beim Zeichnen zu sehen ist.

Die Funktion in Aufgabenteil a) hat ihren Scheitelpunkt offensichtlich in $(0|0)$, weshalb Werte um $x = 0$ sinnvoll sind (vgl. Wertetabelle). Wenn man Werte rechts von $x = 0$ in $f(x)$ einsetzt, kann man aufgrund der Symmetrie einer Parabel auf die entsprechenden Werte links von $x = 0$ schließen, ohne zu rechnen.

Um herauszufinden, welche Werte in Aufgabenteil b) sinnvoll sind, setzt man zunächst einen beliebigen x -Wert in $f(x)$ ein, z. B. $x = 0$.

$f(0) = -3$, also ist $(0|-3)$ ein Punkt des Graphen von f , der ins Koordinatensystem eingetragen werden kann. Jetzt wird ein x -Wert rechts oder links von $x = 0$ in $f(x)$ eingesetzt, z. B. $x = 1$: $f(1) = -15$. Da $y = -15$ nicht mehr im vorgegebenen Koordinatensystem zu sehen ist, ist dieser Punkt $(1|-15)$ nicht sehr sinnvoll.

Man setzt also z. B. $x = -1$ ein und erhält: $f(-1) = 3$. Da auch $f(-2) = 3$ und jede Parabel symmetrisch ist, kann man folgern, dass der Scheitelpunkt der Funktion genau zwischen $x = -1$ und $x = -2$ liegt, also bei $x = -1,5$.

$f(-1,5) = 3,75$, also ist $S(-1,5|3,75)$ der Scheitelpunkt von f .

2 Graphen skizzieren ohne Wertetabelle

Im Folgenden wird das Vorgehen exemplarisch an Aufgabenteil c) erläutert.

Der Funktionsgleichung $f(x) = 0,5(x - 1)^2 - 2,5$ in Scheitelpunktform kann man die Koordinaten des Scheitelpunkts $S(1|-2,5)$ direkt entnehmen und ins Koordinatensystem einzeichnen (rechts).

Da der Streckfaktor ($a = 0,5$) vor der Klammer positiv ist, ist die Parabel nach oben geöffnet.

Um die Parabel zu skizzieren, kann man vom Scheitelpunkt aus eine Einheit nach rechts und 0,5 Einheiten nach oben gehen.

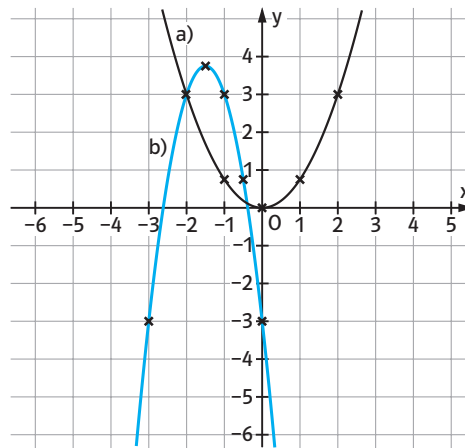
a) $f(x) = 0,75x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	6,75	3	0,75	0	0,75	3	6,75

b) $f(x) = -3x^2 - 9x - 3$

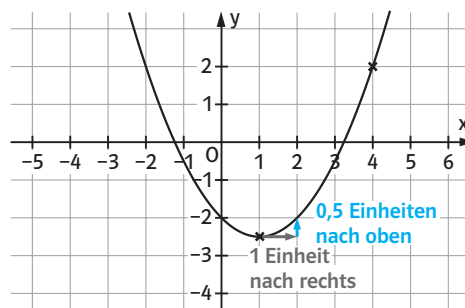
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-3	3	3,75	3	0,75	-3	-15

Graphen der Funktionen aus a) und b):



Sinnvolle x -Werte durch Ausprobieren finden.

Symmetrie einer Parabel ausnutzen.



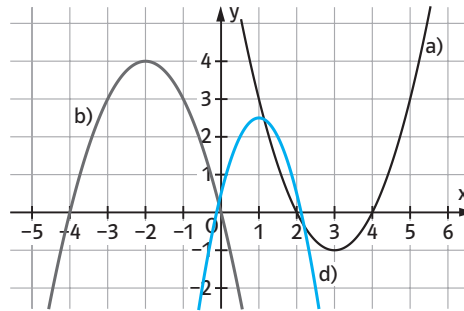
Scheitelpunktform
 $f(x) = a(x - d)^2 + e$
 SP($d|e$)
 Streckfaktor a

$a > 0 \Rightarrow$ Parabel nach oben geöffnet.

$a < 0 \Rightarrow$ Parabel nach unten geöffnet.

Damit die Skizze des Funktionsgraphen etwas genauer ist, kann ein weiterer beliebiger Punkt $P(4|2)$ durch Einsetzen in $f(x)$ bestimmt und anschließend ins Koordinatensystem eingetragen werden.

Die Graphen zu den Funktionsgleichungen in a), b) und d) werden entsprechend skizziert (vgl. rechts). Handelt es sich um eine Normalparabel, geht man vom Scheitelpunkt aus immer eine Einheit nach rechts und eine Einheit nach oben bzw. unten.



$d > 0 \Rightarrow$ Parabel ist um d Einheiten nach links verschoben.
 $d < 0 \Rightarrow$ Parabel ist um d Einheiten nach rechts verschoben.
 $e > 0 \Rightarrow$ Parabel ist um e Einheiten nach oben verschoben.
 $e < 0 \Rightarrow$ Parabel ist um e Einheiten nach unten verschoben.

3 Funktionsgleichungen zu Graphen bestimmen

Im Folgenden wird das Vorgehen exemplarisch an Aufgabenteil c) erläutert. Zunächst liest man die Koordinaten des Scheitelpunkts $S(-1,5 | -3,5)$ im Koordinatensystem ab und setzt sie in die allgemeine Scheitelpunktform

$f(x) = a(x - d)^2 + e$ für d bzw. e ein:

$$f(x) = a(x - (-1,5))^2 - 3,5 = a(x + 1,5)^2 - 3,5.$$

Nun muss der Faktor a bestimmt werden.

Diesen kann man entweder direkt aus dem Koordinatensystem ablesen oder mithilfe eines beliebigen Punktes P der Parabel durch Einsetzen der Koordinaten für x und y berechnen.

Zum Ablesen des Streckfaktors a geht man vom Scheitelpunkt $S(-1,5 | -3,5)$ aus eine Einheit nach rechts und anschließend nach oben, bis man wieder auf den Graphen trifft. Die Einheiten, die man nach oben geht, entsprechen dem Streckfaktor a . Der Streckfaktor a ist also 3 , da man vom Scheitelpunkt S aus eine Einheit nach rechts und drei Einheiten nach oben geht, um wieder auf die Parabel zu treffen.

Die Funktionsgleichung lautet also $f(x) = 3(x + 1,5)^2 - 3,5$.

Auf den Streckfaktor $a = 3$ kommt man ebenfalls rechnerisch, wenn man z. B. den Punkt $P(-2,5 | -0,5)$ in $f(x)$ einsetzt und anschließend die Gleichung nach a auflöst:

$$-0,5 = a(-2,5 + 1,5)^2 - 3,5$$

$$-0,5 = a \cdot 1 - 3,5 \quad | + 3,5$$

$$3 = a$$

Die Funktionsgleichungen zu den Aufgabenteilen a), b) und c) erhält man entsprechend:

$$a) f(x) = (x - 1)^2 - 3$$

$$b) f(x) = -2(x - 2)^2 + 4$$

$$c) f(x) = -0,5x^2 + 3$$

4 Funktionsgleichung in SP-Form bestimmen

Gegeben sind ein Punkt und der Scheitelpunkt der Parabel. Als allgemeiner Ansatz wird also die Scheitelpunktform gewählt.

Allgemeiner Ansatz: $f(x) = a(x - d)^2 + e$

$S(1 | 2)$ in $f(x)$ einsetzen: $f(x) = a(x - 1)^2 + 2$

Um den Streckfaktor a zu bestimmen, wird der Punkt $A(3 | 0)$ in die Gleichung eingesetzt:

$$0 = a(3 - 1)^2 + 2 \quad | \text{ Vereinfachen}$$

$$0 = a \cdot 2^2 + 2 \quad | \text{ Vereinfachen}$$

$$0 = 4a + 2 \quad | - 2$$

$$-2 = 4a \quad | : 4$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

Die gesuchte Funktionsgleichung der Funktion f ist also $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 + 2$.

1. Scheitelpunkt $S(d | e)$ ablesen und einsetzen in die allgemeine Scheitelpunktform $f(x) = a(x - d)^2 + e$.
2. Streckfaktor a durch Ablesen aus dem Graphen oder rechnerisch durch Einsetzen eines Punktes des Graphen in die Funktionsgleichung für x und y bestimmen.

Scheitelpunktform

$$f(x) = a(x - d)^2 + e$$

SP($d | e$)

Streckfaktor a

5 Funktionsgleichung in Normalform bestimmen

a) Aus den Koordinaten von A(0|3) kann man den y-Achsenabschnitt $c = 3$ entnehmen. Durch Einsetzen von A und C lässt sich die Normalform bestimmen.

Allgemeiner Ansatz: $f(x) = ax^2 + bx + c$

y-Achsenabschnitt $c = 3$ einsetzen: $f(x) = ax^2 + bx + 3$

$$\begin{aligned} \text{B}(-1|6) \text{ einsetzen: } 6 &= a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + 3 && | \text{ vereinfachen} \\ 6 &= a - b + 3 && | -3 + b \\ a &= 3 + b && \text{(I)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C}(2|3) \text{ einsetzen: } 3 &= a \cdot (2)^2 + b \cdot (2) + 3 && | \text{ vereinfachen} \\ 3 &= 4a + 2b + 3 && | -3 \\ 0 &= 4a + 2b && \text{(II)} \end{aligned}$$

Nach obigen Umformungen bietet sich das **Einsetzungsverfahren**

an, $a = 3 + b$ wird in Gleichung II eingesetzt:

$$\begin{aligned} 0 &= 4 \cdot (3 + b) + 2b = 12 + 4b + 2b = 12 + 6b && | -12 \\ -12 &= 6b && | :6 \\ b &= -2 \end{aligned}$$

Es wird $b = -2$ in Gleichung I eingesetzt, um a zu erhalten: $a = 3 + (-2) = 1$.

a und b werden in die allgemeine Gleichung eingesetzt:

Die gesuchte Funktionsgleichung der Funktion f ist also $f(x) = x^2 - 2x + 3$.

b) Aus den Koordinaten von B(0|-9) kann man den y-Achsenabschnitt $c = -9$ entnehmen. Durch Einsetzen von A und C lässt sich die Normalform bestimmen.

Allgemeiner Ansatz: $f(x) = ax^2 + bx + c$

y-Achsenabschnitt ist $c = -9$ einsetzen: $f(x) = ax^2 + bx - 9$

$$\begin{aligned} \text{A}(6|3) \text{ einsetzen: } 3 &= a \cdot (6)^2 + b \cdot (6) - 9 && | \text{ vereinfachen} \\ 3 &= 36a + 6b - 9 && | +9 \\ 12 &= 36a + 6b && | :(-6) \\ -2 &= -6a - b && \text{(I)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C}(1|3) \text{ einsetzen: } 3 &= a \cdot (1)^2 + b \cdot (1) - 9 && | \text{ vereinfachen} \\ 3 &= a + b - 9 && | +9 \\ 12 &= a + b && \text{(II)} \end{aligned}$$

Nach obigen Umformungen bietet sich das **Additionsverfahren**

an, Gleichung I und Gleichung II werden addiert:

$$\text{I} + \text{II: } 10 = -5a, \text{ also } a = -2$$

Jetzt wird $a = -2$ in Gleichung II. eingesetzt, um b zu erhalten:

$$12 = -2 + b, \text{ also } b = 14$$

a und b werden in die allgemeine Gleichung eingesetzt:

Die gesuchte Funktionsgleichung der Funktion f ist also $f(x) = -2x^2 + 14x - 9$.

6 Binomischen Formeln/Ausmultiplizieren von Summen

a) Anwenden der 1. binomischen Formel ergibt: $(a + 9)^2 = a^2 + 18a + 81$

b) Anwenden der 2. binomischen Formel ergibt:

$$\begin{aligned} -(7 - 5b)^2 + 2b &= -(49 - 70b + 25b^2) + 2b && | \text{ Klammer auflösen} \\ &= -49 + 70b - 25b^2 + 2b = -49 + 72b - 25b^2 \end{aligned}$$

c) Anwenden der 3. binomischen Formel ergibt: $(6 + 5a)(6 - 5a) = 36 - 25a^2$

d) Ausmultiplizieren der Summen ergibt:

$$\begin{aligned} (1,5 + 3z)(-2z - 8) &= -3z - 12 - 6z^2 - 24z && | \text{ zusammenfassen} \\ &= -6z^2 - 27z - 12 \end{aligned}$$

7 Funktionsgleichung in Normalform umformen

a) $f(x) = (x - 3)^2 + 6$ | 2. BF

$$= x^2 - 6x + 9 + 6$$

$$= x^2 - 6x + 15$$

b) $f(x) = -2(x + 5)^2 - 7$ | 1. BF

$$= -2(x^2 + 10x + 25) - 7$$

$$= -2x^2 - 20x - 50 - 7$$

$$= -2x^2 - 20x - 57$$

Normalform

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

y-Achsenabschnitt c
Streckfaktor a

Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme

Einsetzungsverfahren

- eine Gleichung nach einer Variablen auflösen
- diese Gleichung in die andere einsetzen

Gleichsetzungsverfahren

- beide Gleichungen besitzen denselben Term mit Variable auf einer Seite des Gleichheitszeichens (z. B. $y = \dots$)
- die Gleichungen gleichsetzen und lösen

Additionsverfahren

- in beiden Gleichungen befindet sich ein identischer Summand mit Variable, aber gegensätzlichen Vorzeichen (z. B. $5a$ und $-5a$)
- die Gleichungen addieren und lösen

Binomische Formeln (BF)

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Ausmultiplizieren von Summen

$$(a + b)(c + d) =$$

$$ac + ad + bc + bd$$

8 Funktionsgleichungen von Normalform in Scheitelpunktform

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= x^2 + 6x - 3 \\ &= x^2 + 6x + 3^2 - 3^2 - 3 \\ &= (x + 3)^2 - 3^2 - 3 \\ &= (x + 3)^2 - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x) &= -3x^2 + 6x + 7 \\ &= -3(x^2 - 2x) + 7 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1^2 - 1^2) + 7 \\ &= -3((x - 1)^2 - 1) + 7 \\ &= -3(x - 1)^2 + 3 + 7 \\ &= -3(x - 1)^2 + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } f(x) &= 4x + 0,4x^2 - 8 && | \text{ Faktor „0,4“ vor } x^2 \text{ ausklammern} \\ &= 0,4(x^2 + 10x) - 8 && | \text{ mit } \left(\frac{10}{2}\right)^2 \text{ quadratisch ergänzen} \\ &= 0,4(x^2 + 10x + 5^2 - 5^2) - 8 && | \text{ 1. BF anwenden} \\ &= 0,4((x + 5)^2 - 25) - 8 && | \text{ äußere Klammer auflösen} \\ &= 0,4(x + 5)^2 - 10 - 8 \\ &= 0,4(x + 5)^2 - 18 \end{aligned}$$

9 Lösen einfacher quadratischer Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 - 49 &= 0 && | + 49 \\ x^2 &= 49 && | \text{ Wurzelziehen} \\ x_1 &= 7; x_2 &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } -91 + 4x^2 &= -3x^2 && | - 4x^2 \\ -91 &= -7x^2 && | : (-7) \\ 13 &= x^2 && | \text{ Wurzelziehen} \\ x_1 &= \sqrt{13}; x_2 &= -\sqrt{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 6x^2 - 72x &= 0 && | \text{ Ausklammern} \\ x(6x - 72) &= 0 \\ x_1 &= 0 \text{ oder } 6x - 72 = 0 && | + 72 \\ &6x = 72 && | : 6 \\ &x_2 &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 28x^2 - 4x &= 6(5x^2 + 2x) && | \text{ Umformung} \\ 28x^2 - 4x &= 30x^2 + 12x && | -28x^2 + 4x \\ 0 &= 2x^2 + 16x && | \text{ Ausklammern} \\ 0 &= 2x(x + 8) \\ x_1 &= 0 \text{ oder } x + 8 = 0 && | - 8 \\ x_2 &= -8 \end{aligned}$$

10 Lösen allgemein quadratischer Gleichungen

$$\text{a) } x^2 + 6x + 8 = 0; p = 6 \text{ und } q = 8$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 8}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{1} = -3 \pm 1$$

$$x_1 = -2; x_2 = -4$$

b) Die Gleichung wird zunächst in die Form $x^2 + px + q = 0$ gebracht, um anschließend die pq-Formel anzuwenden:

$$79 - 3x^2 - 8x = 5 \quad | - 5$$

$$-3x^2 - 8x + 74 = 0 \quad | : (-3)$$

$$x^2 + \frac{8}{3}x - \frac{74}{3} = 0; p = \frac{8}{3} \text{ und } q = -\frac{74}{3}$$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{3} \pm \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{74}{3}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{238}{9}} = -\frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{238}}{3}$$

$$x_1 \approx 3,809; x_2 \approx -6,476$$

c) Die Gleichung wird zunächst in die Form $x^2 + bx = c$ gebracht und anschließend mit quadratischer Ergänzung gelöst.

$$-11x - 2 + 2x^2 = 4 \quad | \text{ Summanden vertauschen}$$

$$2x^2 - 11x - 2 = 4 \quad | : 2$$

$$x^2 - 5,5x - 1 = 2 \quad | + 1$$

$$x^2 - 5,5x = 3 \quad | + 2,75^2 \text{ (quadratische Ergänzung)}$$

$$x^2 - 5,5x + 2,75^2 = 10,5625 \quad | \text{ 2. BF anwenden}$$

$$(x - 2,75)^2 = 10,5625 \quad | \text{ Wurzelziehen}$$

$$x - 2,75 = 3,25 \quad \text{oder} \quad x - 2,75 = -3,25$$

$$x = 6 \quad \text{oder} \quad x = -0,5$$

Quadratische Ergänzung

1. Faktor vor dem x^2 ausklammern.
2. Faktor vor dem x erst halbieren, dann quadrieren und anschließend „ergänzen“.

Gleichungen vom Typ

$$ax^2 + c = 0$$

1. x^2 alleine auf eine Seite bringen.
2. Wurzelziehen (die negative Lösung nicht vergessen!).

Gleichungen vom Typ

$$ax^2 + bx = 0$$

1. x ausklammern.
2. Da ein Produkt dann gleich null ist, wenn einer der Faktoren gleich Null ist, werden beide Faktoren gleich 0 gesetzt und die entstehenden Gleichungen gelöst.

1. Möglichkeit

1. Gleichung in die Form $x^2 + px + q = 0$ bringen.
2. p und q ablesen und in pq-Formel einsetzen.
$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
3. Vereinfachen.

2. Möglichkeit

1. Auf einer Seite der Gleichung die 1. oder 2. BF erzeugen.
2. BF als Klammerterm schreiben.
3. Wurzelziehen.

11 Nullstellen und Schnittpunkte

$$f(x) = x^2 + 5x + 4; \quad g(x) = 0,5x + 1$$

Nullstellen von f:

$$x^2 + 5x + 4 = 0; \quad p = 5 \text{ und } q = 4$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = -\frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$x_1 = -1; \quad x_2 = -4$$

Schnittpunkte von f und g:

$$x^2 + 5x + 4 = 0,5x + 1 \quad | -0,5x - 1$$

$$x^2 + 4,5x + 3 = 0; \quad p = 4,5 \text{ und } q = 3$$

$$x_{1,2} = -\frac{9}{4} \pm \sqrt{\left(-\frac{9}{4}\right)^2 - 3}$$

$$x_{1,2} = -\frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{33}{16}} = -\frac{9}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

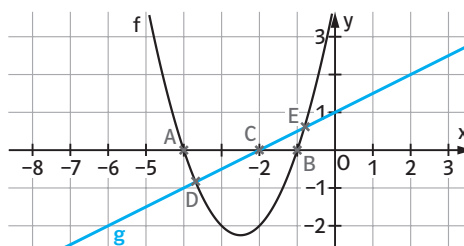
$$x_1 \approx -0,814; \quad x_2 \approx -3,686$$

Nullstelle von g:

$$0,5x + 1 = 0 \quad | -1$$

$$0,5x = -1 \quad | : 0,5$$

$$x = -2$$



Nullstellen von f
Gleichung $f(x) = 0$ lösen.

Schnittpunkte von f und g

1. Gleichung $f(x) = g(x)$ lösen.
2. Lösungen der Gleichung in $f(x)$ oder $g(x)$ einsetzen (es muss dasselbe herauskommen).

Um die y-Werte der Schnittpunkte zu erhalten, setzt man die x-Werte in $f(x)$ oder $g(x)$ ein:

$$g(-0,814) = 0,593; \quad g(-3,686) = -0,843.$$

Also $S_1(\approx -0,814 | \approx 0,593)$ und $S_2(\approx -3,686 | \approx -0,843)$.

Die Überprüfung am Graphen bestätigt die berechneten Werte.

12 Anwendung quadratischer Funktionen

a) $h(0) = 1,8$ entspricht der Höhe des Speers bei einer Entfernung von 0 m vom Abwurfpunkt. Also entsprechen 1,8 m der Abwurfhöhe, die beim Speerwurf etwa der Kopfhöhe des Werfers entspricht.

b) Um die Weite des Speers zu bestimmen, werden die Nullstellen von h bestimmt, denn eine Nullstelle entspricht der Höhe $h = 0$ und damit der Bodenhöhe beim Aufprall.

$$\text{Also gilt } -0,02x^2 + 0,8x + 1,8 = 0$$

$$x^2 - 40x - 90 = 0;$$

$$| : (-0,02)$$

$$p = -40 \text{ und } q = -90$$

$$x_{1,2} = 20 \pm \sqrt{(20)^2 + 90} = 20 \pm \sqrt{490}$$

$$x_1 \approx 42,14; \quad x_2 \approx -2,14$$

Für den Speerwurf ist nur die Nullstelle x_1 interessant, der Speer wird also etwa 42,14 m weit geworfen.

c) Die Höhe am höchsten Punkt entspricht dem y-Wert des Scheitelpunktes von h . Um den Scheitelpunkt von h zu bestimmen, kann man die Funktionsgleichung von der Normalform mithilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform überführen (vgl. Lösungen zu Aufgabe 8).

Hat man aber die Nullstellen der Funktion bereits gegeben, lässt sich der Scheitelpunkt auch mithilfe der Nullstellen und der Symmetrieeigenschaften einer Parabel bestimmen.

Der x-Wert des Scheitelpunktes muss genau zwischen den beiden Nullstellen,

also bei $x = \frac{42,14 + (-2,14)}{2} = 20$, liegen. $x = 20$ wird nun in $h(x)$ eingesetzt, um den

y-Wert zu erhalten:

$$h(20) = -0,02 \cdot 20^2 + 0,8 \cdot 20 + 1,8 = 9,8.$$

Der Speer ist an seinem höchsten Punkt also 9,8 m hoch.

Lösungsstrategie

1. Anwendungskontext in mathematischen Term oder Gleichung übersetzen (y-Achsenabschnitt, Punkt des Graphen, Nullstellen, Scheitelpunkt gesucht?)
2. Ggf. Gleichung lösen.
3. Lösung im Kontext interpretieren.

II Standardaufgaben

Die Standardaufgaben ähneln den Testaufgaben mit der jeweiligen Aufgabennummer auf Seite 17–18. Daher kannst du die Musterlösungen der Standardaufgaben auf Seite 19–23 verwenden, wenn du nicht weißt, wie man bei der Lösung der Aufgabe vorgehen soll.

1 Graphen mithilfe einer Wertetabelle skizzieren

Skizziere die Graphen zu den folgenden Funktionen mithilfe einer Wertetabelle in das nebenstehende Koordinatensystem.

a) $f(x) = 1,25x^2 - 2$

x									
f(x)									

b) $f(x) = x^2 + 4x + 1$

x									
f(x)									

c) $f(x) = -0,5x^2 + 2x - 2$

x									
f(x)									

2 Graphen skizzieren ohne Wertetabelle

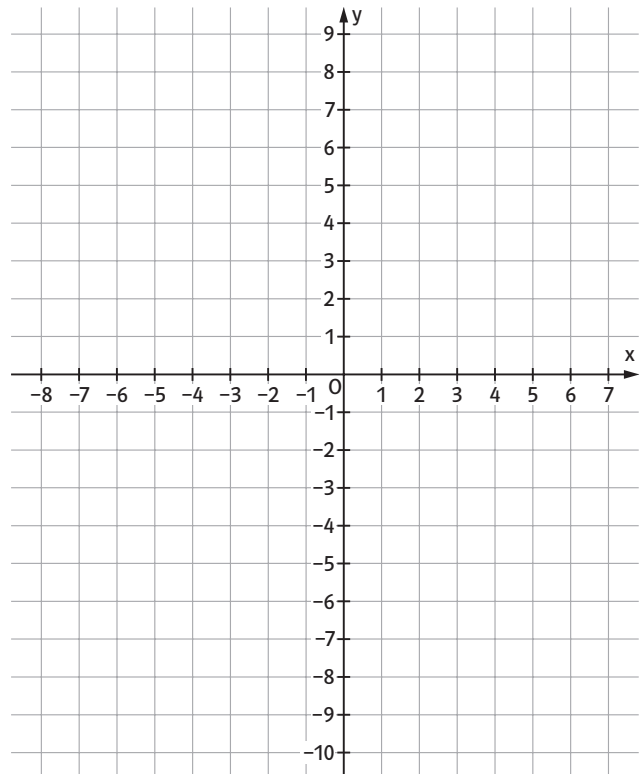
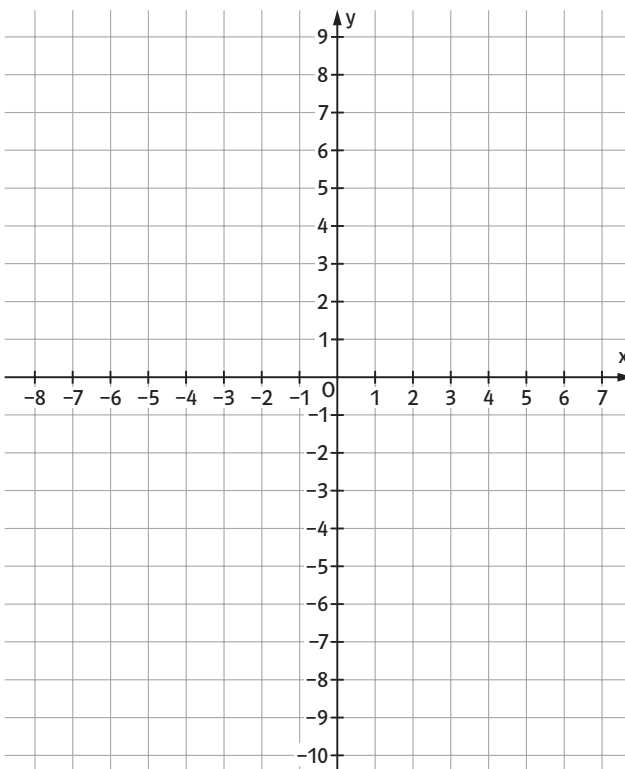
Skizziere die Graphen der folgenden quadratischen Funktionen ohne Wertetabelle.

a) $f(x) = (x - 2)^2 - 3$

b) $f(x) = -(x + 3)^2 + 1$

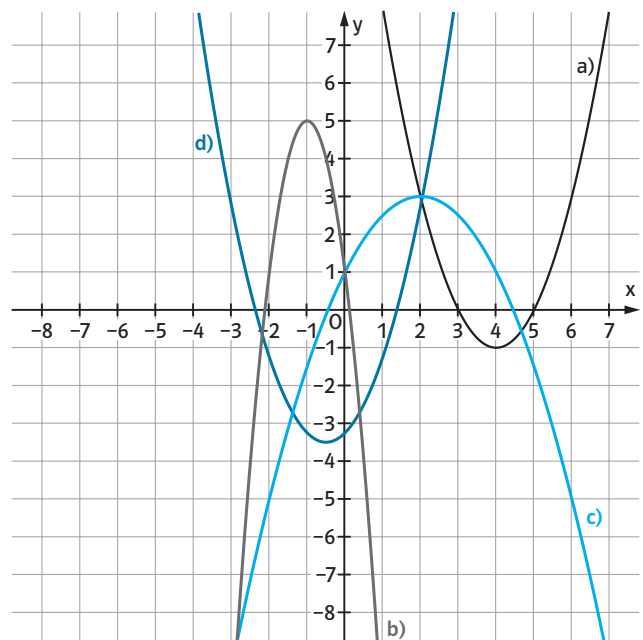
c) $f(x) = -3x^2 - 3,5$

d) $f(x) = 0,5(x + 5)^2 - 4$



3 Funktionsgleichungen zu Graphen bestimmen

Bestimme die Funktionsgleichungen in Scheitelpunktform zu den folgenden Graphen.



a) $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

4 Funktionsgleichung in SP-Form bestimmen

Bestimme jeweils eine Funktionsgleichung der quadratischen Funktion f.

a) Der Graph von f verläuft durch A(3|11) und der Scheitelpunkt der Parabel liegt in S(-1|-5).

$f(x) =$ _____

c) Der Graph von f verläuft durch A(-3|9,5) und der Scheitelpunkt der Parabel liegt in S(-2,5|12).

$f(x) =$ _____

e) Der Graph von f verläuft durch A(2|-5/4) und der Scheitelpunkt der Parabel liegt in S(-8/3|6).

$f(x) =$ _____

b) Der Graph von f verläuft durch A(9|2) und der Scheitelpunkt der Parabel liegt in S(10|-1).

$f(x) =$ _____

d) Der Graph von f verläuft durch A(-7/2|10/3) und der Scheitelpunkt der Parabel liegt in S(5/8|-9/2).

$f(x) =$ _____

f) Der Graph von f verläuft durch A(13/4|0,6) und der Scheitelpunkt der Parabel liegt in S(5,2|16/5).

$f(x) =$ _____

5 Funktionsgleichung in Normalform bestimmen

Bestimme jeweils eine Funktionsgleichung der quadratischen Funktion f.

a) Der Graph von f verläuft durch die Punkte A(0|4), B(-1|2) und C(1|2).

$f(x) =$ _____

c) Der Graph von f verläuft durch die Punkte A(-2|1), B(-4|-2) und C(0|-4).

$f(x) =$ _____

e) Der Graph von f verläuft durch die Punkte A(0|-2,5), B(-3|10,7) und C(1,5|-0,1).

$f(x) =$ _____

b) Der Graph von f verläuft durch die Punkte A(1|-9), B(0|-16) und C(-3|-49).

$f(x) =$ _____

d) Der Graph von f verläuft durch die Punkte A(1|32), B(0|18) und C(-3,5|0,5).

$f(x) =$ _____

f) Der Graph von f verläuft durch die Punkte A(-1/2|-3/2), B(0|-1/2) und C(1|-9/4).

$f(x) =$ _____

6 Binomische Formeln/Ausmultiplizieren von Summen

Vereinfache die Terme mithilfe der binomischen Formeln und dem Ausmultiplizieren von Summen.

a) $(a + 7)^2 =$ _____

b) $(12 + 3x)^2 =$ _____

c) $(7 - 5b)^2 =$ _____

d) $(3,4x - \frac{1}{2}y)^2 =$ _____

e) $(8 + 2c)(8 - 2c) =$ _____

f) $(\frac{5}{3}x + 6z)(\frac{5}{3}x - 6z) =$ _____

g) $(-6 + 1,5z)(9z - 12) =$ _____

h) $(\frac{1}{4}u + 2v)(\frac{3}{5}u - 3,2v) =$ _____

7 Funktionsgleichung in Normalform umformen

Führe die Funktionsgleichung in die Normalform über.

a) $f(x) = (x + 7)^2 =$ _____

b) $f(x) = (1,5 - 7x)^2 =$ _____

c) $f(x) = -(x - 2,5)^2 - 5,5 =$ _____

d) $f(x) = \frac{2}{3}(x + \frac{3}{4})^2 - 6 =$ _____

e) $f(x) = -4(\frac{14}{5}x - 6,75)^2 - 7x + \frac{9}{5} =$ _____

f) $f(x) = (1,5 + 7x)(\frac{5}{2} - x) - (x + 7,5)^2 =$ _____

8 Mina hat den Scheitelpunkt der Funktion f falsch bestimmt. Finde ihre Fehler und korrigiere sie. Beschreibe den Graphen der Funktion f .

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - 3 && \underline{\hspace{10em}} \\
 &= -\frac{1}{4}\left(x^2 + \frac{5}{2}x\right) - 3 && \underline{\hspace{10em}} \\
 &= -\frac{1}{4}\left(x^2 + \frac{5}{2}x + 5^2 - 5^2\right) - 3 && \underline{\hspace{10em}} \\
 &= -\frac{1}{4}\left((x-5)^2 - 25\right) - 3 && \underline{\hspace{10em}} \\
 &= -\frac{1}{4}(x-5)^2 - \frac{25}{4} - 3 && \underline{\hspace{10em}} \\
 &= -\frac{1}{4}(x-5)^2 - \frac{22}{4} && \underline{\hspace{10em}} \\
 &= -\frac{1}{4}(x-5)^2 - \frac{11}{2} && \underline{\hspace{10em}}
 \end{aligned}$$

Der Scheitelpunkt der Parabel liegt bei $S\left(-5 \mid -\frac{11}{2}\right)$ und die Parabel ist nach unten geöffnet und gestreckt.

9 Funktionsgleichungen von Normalform in Scheitelpunktform

Überführe in die Scheitelpunktform.

a) $f(x) = x^2 + 2x + 6$ = _____	b) $f(x) = x^2 - 10x + 21$ = _____	c) $f(x) = -x^2 + 8x - 16$ = _____
d) $f(x) = 3x^2 + 12x - 30$ = _____	e) $f(x) = -8x^2 + 2x - 12$ = _____	f) $f(x) = 10x^2 + 40x$ = _____
g) $f(x) = 9x^2 - 12x - 5$ = _____	h) $f(x) = 4 - 10x + 5x^2$ = _____	i) $f(x) = 0,2x^2 + 1,2x - 1,6$ = _____
j) $f(x) = -0,5x^2 - 8,5 - 4x$ = _____	k) $f(x) = 1,5x + 6 + 4x^2$ = _____	l) $f(x) = 3x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{2}$ = _____

10 Lösen einfacher quadratischer Gleichungen

Gib die Lösungen der quadratischen Gleichung an.

a) $x^2 - 169 = 0$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	b) $5 - 3x^2 = -22$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	c) $16 + 7x^2 = 9x^2$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	d) $3x^2 - 18x = 0$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$
e) $\frac{3}{4}x^2 - \frac{6}{27} = \frac{1}{9}$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	f) $-1,2x^2 + 6x = 0$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	g) $\frac{1}{5}x^2 - 0,6x = 0$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	h) $\frac{1}{4}x^2 - 39 = 3$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$
i) $(2x - 11)(2x + 11) = 23$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	j) $(x + 5)^2 = 10x + 146$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	k) $\left(\frac{3}{7}x - 0,3\right)\left(\frac{3}{7}x + 0,3\right) = 9$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	l) $(x + 5)^2 - 25 = 15x$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$
m) $5(x^2 + 2x) = 7x^2 + 4x$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	n) $-91 + 4x^2 = -3x^2$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	o) $(x + 1)(x + 7) = (5x - 4)^2 - (x + 3)^2 + x$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	
p) $(4 - 5u)^2 + 45u = 80 + 5u$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$	q) $(1,5x + 4)(4x + 1,5) = (x - 2)^2 + 2 - 11x$ $x_1 = \underline{\hspace{2em}}; x_2 = \underline{\hspace{2em}}$		

14 Anwendung quadratischer Funktionen II

Theo übt Schlagballwürfe für die Bundesjugendspiele. Die Flugbahn seines weitesten Wurfes kann mithilfe der Funktion f mit $f(x) = -0,01x^2 + 0,594x + 1,612$ beschrieben werden. Hierbei entspricht x der horizontalen Entfernung des Balls vom Abwurfpunkt in m und $f(x)$ der Höhe des Balls in m.

(1) Wie groß ist Theo etwa?

Antwort: _____

(2) Wie weit war Theos weitester Wurf?

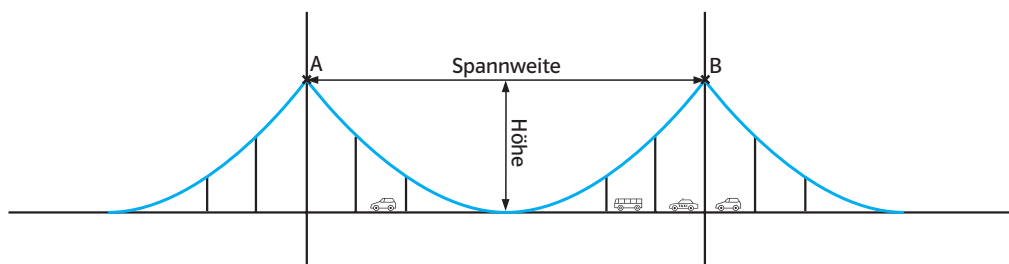
Weite des Wurfes: $w =$ _____

(3) Wie hoch war der Ball in seinem höchsten Punkt?

Höchster Punkt: $S(\text{_____} | \text{_____})$.

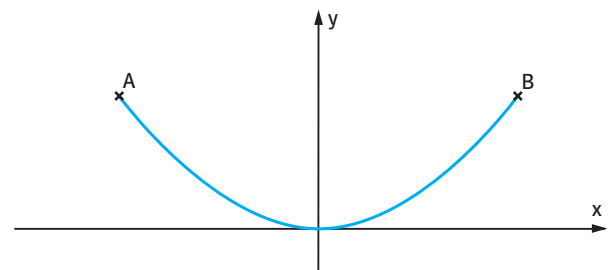
15 Anwendung quadratischer Funktionen III

Die Spannweite der unteren Hängebrücke beträgt 50 m, die Höhe der oberen Befestigungspunkte A und B über der Fahrbahn beträgt 14 m. Die Fahrbahn ist an zwei Haupttrageseilen aufgehängt.



(1) Die Hauptseile im mittleren Abschnitt haben annähernd die Form einer Parabel. Zeichne die Längenangaben in das rechte Koordinatensystem ein und gib dann die Koordinaten der Punkte A und B an.

A (_____ | _____); B (_____ | _____)



(2) Welche der folgenden vier Funktionsgleichungen gehört zu der abgebildeten Parabel? Begründe.

(A) $f(x) = -0,0224x^2$

(B) $f(x) = 50x + 14$

(C) $f(x) = 0,0224x^2$

(D) $f(x) = 0,0224x^2 + 14$

Antwort: _____ Begründung: _____

(3) In der obigen Abbildung kann man erkennen, dass die Fahrbahn in regelmäßigen Abständen mit senkrechten Stahltrageseilen an den Hauptseilen befestigt ist. Im mittleren Bereich der Brücke befinden sich auf jeder Fahrbahnseite 6 Trageseile. Bestimme rechnerisch die Gesamtlänge der Stahltrageseile, die für den mittleren Brückenabschnitt für beide Fahrbahnseiten benötigt werden.

Gesamtlänge der Stahltrageseile: _____

(4) Ein Unternehmen bietet Snowboardhelme für 39 € das Stück an. Eine Marktanalyse ergab, dass sich der tägliche Gewinn G (in €) bei einem Verkaufspreis x (in €) mit folgender Formel berechnen lässt: $G = -x^2 + 70x - 1000$.

Zu welchem Verkaufspreis sollte das Unternehmen die Snowboardhelme anbieten?

Wie groß wäre dann der tägliche Gewinn?

Gesuchter Verkaufspreis: $x =$ _____

Max. täglicher Gewinn: $G =$ _____



II Vertiefende Aufgaben

1 Zahlenrätsel

a) Multipliziert man eine Zahl mit der Hälfte dieser Zahl, so erhält man 162.

Gesuchte Zahl: _____

c) Die Quadrate dreier aufeinander folgender Zahlen ergeben zusammen 1202. Wie heißen die Zahlen?

Gesuchte Zahlen: _____

e) Multipliziert man das Dreifache einer Zahl mit einem Viertel dieser Zahl, so erhält man 108. Wie heißt die Zahl?

Gesuchte Zahlen: _____

2 Flächen und Seiten

a) Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 6 cm und 5 cm. Verkürze alle Seiten um jeweils dieselbe Länge, sodass der Flächeninhalt $\frac{2}{3}$ des ursprünglichen Inhalts beträgt. Bestimme die neuen Seitenlängen.

Neue Seitenlängen: _____

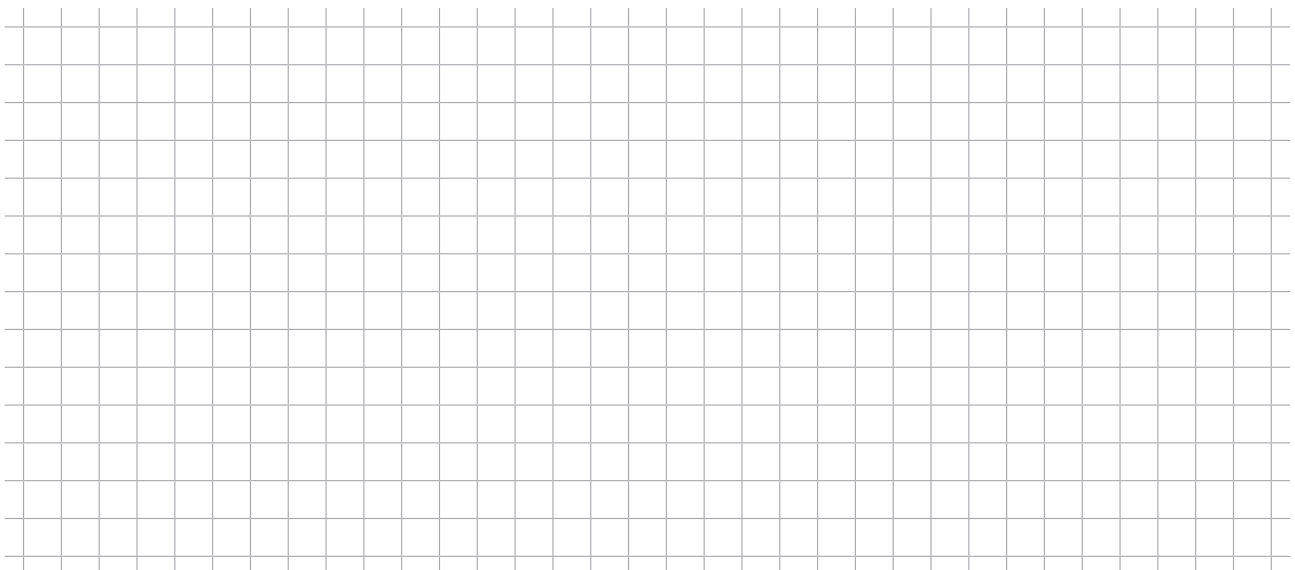
c) Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 65 cm lang, der Umfang beträgt 150 cm. Wie lang ist jede der beiden Katheten?

Kathetenlängen: _____

3 Die Funktion f besitzt die Gleichung $f(x) = (x - 698)^2 + 1543$. Sie wird an der Achse $y = 56$ gespiegelt und anschließend um 278 Einheiten nach rechts verschoben. Welche Gleichung hat die entstehende Funktion g ? Begründe mithilfe einer Skizze.

$g(x) =$ _____.

Begründung:



b) Das Produkt zweier aufeinander folgender ganzer Zahlen ist um 55 größer als ihre Summe. Wie heißen die Zahlen?

Gesuchte Zahlen: _____

d) Verändere die Aufgabe 1c) so, dass sie unlösbar wird.

Neue Aufgabe 1c): _____

b) Von einem Rechteck ist bekannt: Der Umfang beträgt 23 cm, der Flächeninhalt beträgt 30 cm^2 . Bestimme die Seitenlängen des Rechtecks.

Neue Seitenlängen: _____

d) Eine Rechtecksseite ist 17 cm länger als die andere. Die Diagonale beträgt 25 cm. Welchen Umfang hat das Rechteck?

Seiten: _____ Umfang: _____

II Vertiefende Aufgaben

4 Für welche Werte von a hat die Gleichung $x^2 + 12x + a = 0$

- a) zwei Lösungen $a =$ _____ ,
- b) die Zahl 4 und eine weitere Zahl als Lösung $a =$ _____ ,
- c) zwei negative Zahlen als Lösung $a =$ _____ ,
- d) eine negative und eine positive Zahl als Lösung $a =$ _____ ?

5 Ordne die folgenden Funktionsgleichungen den unteren Funktionsgraphen zu. Forme die Gleichungen hierzu ggf. zunächst in Scheitelpunktform um. Es gibt einige Gleichungen und Graphen ohne „Partner“. Finde zu den entsprechenden Graphen die Funktionsgleichung in Normalform und zeichne die Graphen zu den entsprechenden Funktionsgleichungen in das untere Koordinatensystem.

a) $f(x) = 2(x - 3)^2 - 4$

b) $f(x) = 0,5x^2 + 3x + 0,5$

c) $f(x) = 0,75(x - 2)^2 - 3$

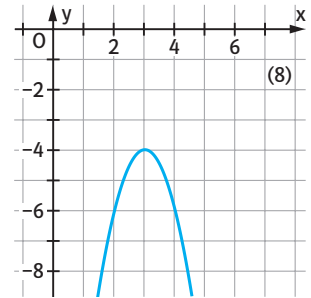
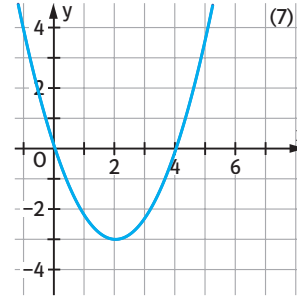
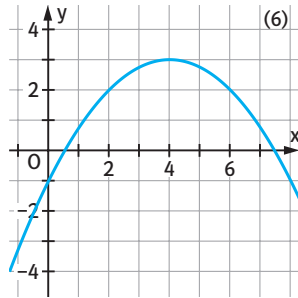
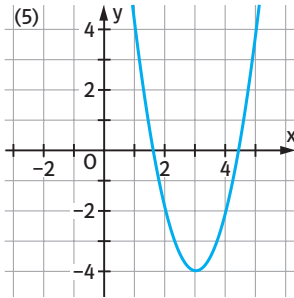
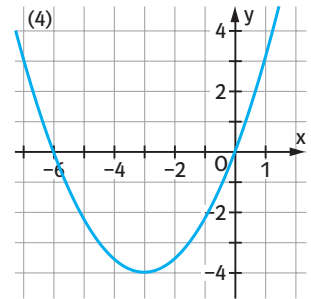
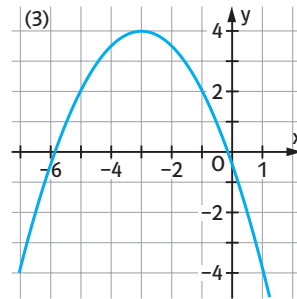
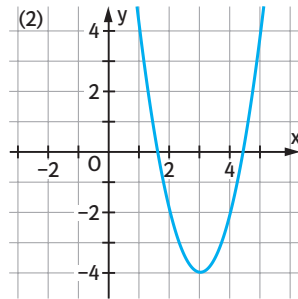
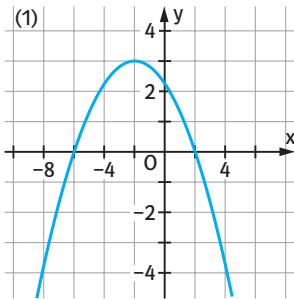
d) $f(x) = -2x^2 + 12x - 22$

e) $f(x) = -0,25x^2 + 3$

f) $f(x) = -0,5(x + 3)^2 + 4$

g) $f(x) = -0,5x^2 + 3$

h) $f(x) = 3x^2 + 18x + 25$



Zuordnungen:

(1) → _____ ; (2) → _____ ;

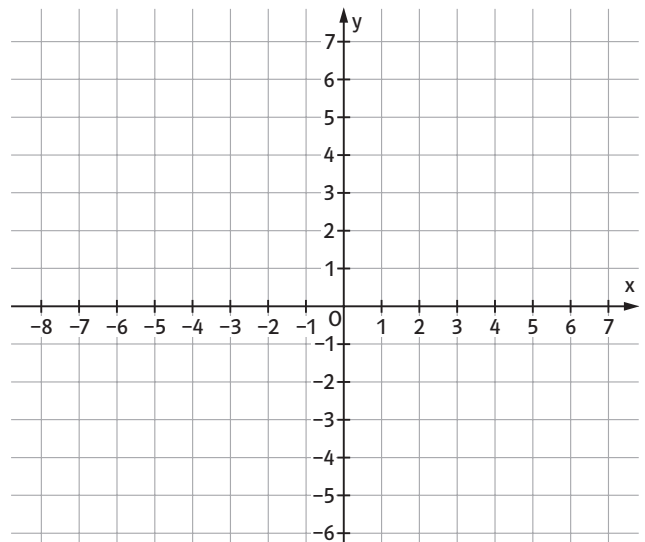
(3) → _____ ; (4) → _____ ;

(5) → _____ ; (6) → _____ ;

(7) → _____ ; (8) → _____

Zusätzliche Funktionsgleichungen:

Zusätzliche Graphen:



6 Gegeben sind die Graphen der Funktionen f , g und a .
 a) Bestimme die Funktionsgleichungen der Funktionen f , g und a .

$f(x) =$ _____ $g(x) =$ _____ $a(x) =$ _____

b) Bestimme rechnerisch die Nullstellen und die Schnittpunkte der Funktionen f , g und a .

Nullstellen von f : _____

Nullstellen von g : _____

Nullstelle von a : _____

Schnittpunkte von f und g :

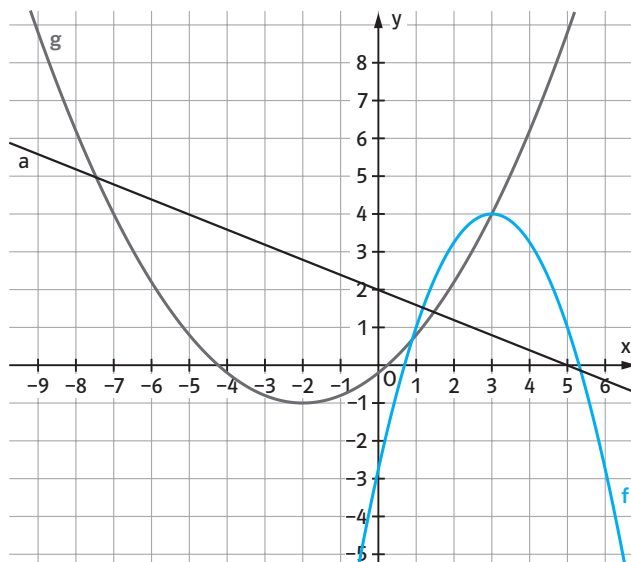
S_1 (____|____); S_2 (____|____)


Schnittpunkte von f und a :

S_1 (____|____); S_2 (____|____)

Schnittpunkte von g und a :

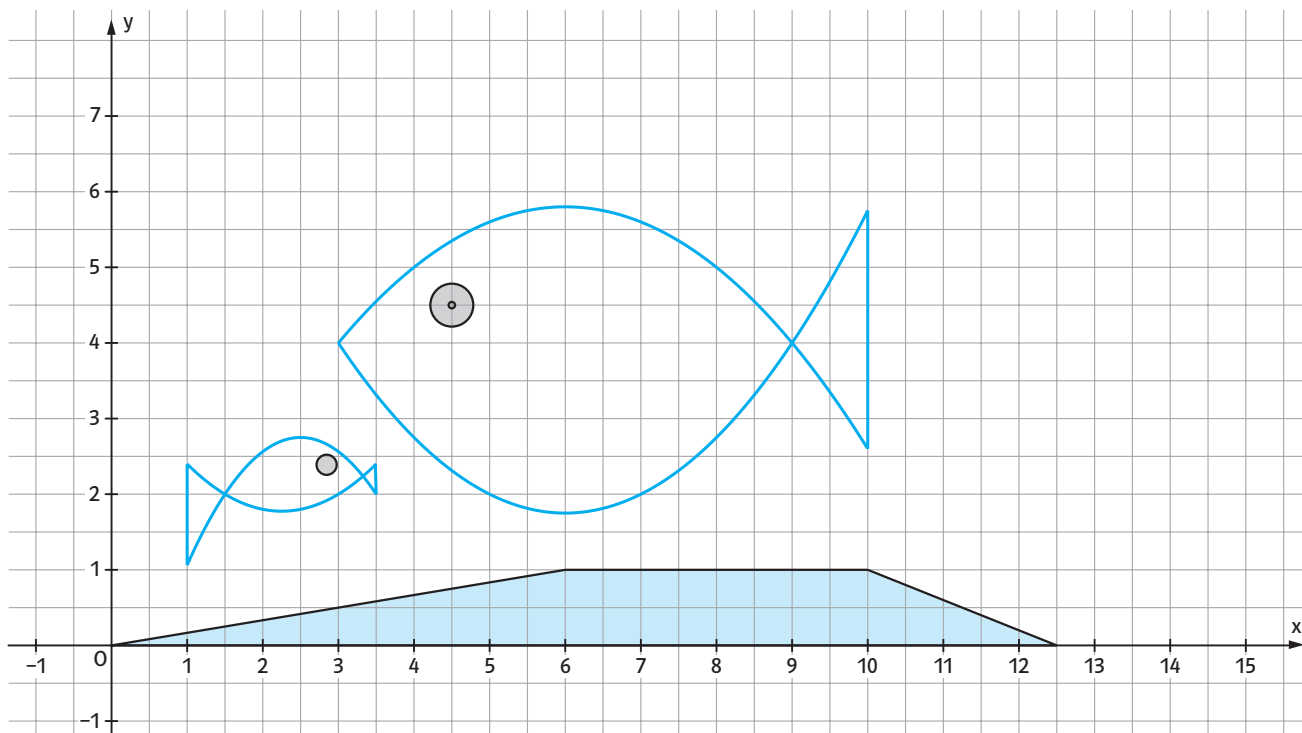
S_1 (____|____); S_2 (____|____)



7  Zeichne mithilfe eines Funktionsplotters das Bild der Parabelfische exakt nach. Nur die Kreise müssen nicht exakt sein. Stelle hierzu zunächst die Funktionsgleichungen der quadratischen Funktionen auf.
 Hinweis: Die nach unten geöffnete Parabel des kleinen Fisches hat den Streckfaktor $a = -0,75$ und die nach oben geöffnete Parabel des kleinen Fisches hat den Streckfaktor $a = 0,4$.

Großer Fisch: obere Parabel: $f(x) =$ _____; untere Parabel: $g(x) =$ _____

Kleiner Fisch: obere Parabel: $f(x) =$ _____; untere Parabel: $g(x) =$ _____



11 Der Gateway-Arch (1959 – 1965 gebaut) in St. Louis, Missouri, ist laut Angaben eines Reiseführers ein parabelförmiger Bogen aus rostfreiem Stahl. Er ist 630 Fuß (ft) hoch und an seiner breitesten Stelle ebenso breit. Er soll als „Tor zum Westen“ an den nach 1800 einsetzenden Siedlerstrom nach Westen in den USA erinnern.

a) Wie breit ist der Bogen in 300 ft Höhe?

Gesuchte Breite: $b =$ _____

b) 1 ft entspricht 0,3048 m. Bestimme die Funktionsgleichung zum Gateway-Arch in Metern.

Funktionsgleichung: $f(x) =$ _____

c) Bei einer Flugshow soll ein Flugzeug mit einer Flügelspannweite von 18 m unter dem Bogen hindurch fliegen. Welche maximale Flughöhe muss der Pilot einhalten, wenn in vertikaler und horizontaler Richtung ein Sicherheitsabstand zum Bogen von 10 m eingehalten werden muss?

Max. Flughöhe: $h_{\max} =$ _____



12 Die Skizze rechts zeigt den Korbwurf eines Basketballspielers.

a) Welche der folgenden Funktionen gibt die dargestellte Flugbahn wieder? Begründe deine Antwort.

$f(x) = -x^2 + 4x - 1,5$; $g(x) = -0,5x^2 + 3x - 1,5$; $h(x) = -2x^2 + 4x - 1,5$

Gesuchte Funktion: _____. Begründung: _____

b) Der Ball verließ die Hand des Spielers beim x-Wert 1,5. Wie hoch war die Hand beim Abwurf?

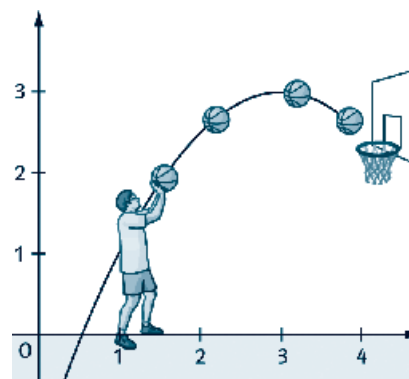
Gesuchte Höhe: $h =$ _____

c) Berechne den höchsten Punkt der Flugbahn des Balles.

d) Angenommen, der Ball fliegt genau durch die Mitte des Korbringes. Bei welchem x-Wert muss sich diese Mitte bei einer Korbhöhe von 2,30 m befinden?

Höchster Punkt: $S(\text{_____} | \text{_____})$.

Gesuchter x-Wert: _____



13 Ein Ball wird über eine 8 m hohe Mauer geschossen. Seine Flugbahn kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = -0,4x^2 + 4,8x - 4,4$ beschrieben werden (vgl. Graph rechts).

a) Von welchem Punkt der x-Achse aus wird der Ball geschossen?

Gesuchter Punkt: $N(\text{_____} | \text{_____})$.

b) Die Mauer steht bei $x = 4$. Fliegt der Ball tatsächlich wie in der Skizze rechts über die Mauer?

Ja

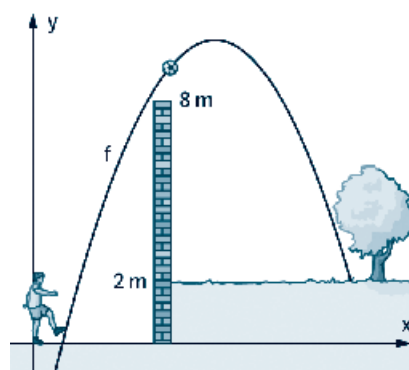
Nein, denn _____

c) Berechne den höchsten Punkt der Flugbahn des Balles.

d) Berechne den Punkt, auf welchen ein Ball hinter der Mauer aufträte, wenn dort der Boden um 2 m höher wäre, als vor der Mauer (vgl. Skizze).

Höchster Punkt: $S(\text{_____} | \text{_____})$.

Gesuchter Punkt: $A(\text{_____} | \text{_____})$.



II Vertiefende Aufgaben

14 Eine Autobahnbrücke hat näherungsweise die Form einer Parabel mit den folgenden Eigenschaften (Längen in m):

Der Scheitelpunkt der Parabel ist $S(0 | 48)$. Der Stützpfeiler p_3 trifft den Parabelbogen im Punkt $P(50 | 18)$. Für den Brückenbogen gilt die allgemeine Gleichung $f(x) = ax^2 + c$.

a) Bestimme die Parameter a und c .

$a =$ _____ ; $c =$ _____

$f(x) =$ _____

15 a) Bei der Analyse eines Vorhandschlages werden die folgenden Daten ermittelt: Der Ball wird genau über der T-Linie in einer Höhe von 50 cm getroffen, fliegt die gesamte Zeit parallel zur Seitenauslinie und hat seine maximale Höhe von 2 m über dem Netz (siehe rechts). Trifft der Ball im Tennisfeld auf?

Antwort: _____

b) Wie weit fliegt der Ball, wenn er über der T-Linie in 55 cm Höhe getroffen wird, seine max. Höhe von 2 m aber auch über dem Netz hat?

Weite des Balls: $w =$ _____

16 Auf der Abschlussfahrt der 9b wird der „Schnick, Schnack, Schnuck-Meister“ ermittelt. Es spielt jeder gegen jeden. Sieger ist derjenige, der insgesamt die meisten Spiele gewonnen hat.

a) Stelle die Situation „Jeder gegen Jeden“ für 3 und 4 Spieler mit einer Skizze dar.

Wie viele Spiele gibt es bei 3, 4 bzw. n Spielern insgesamt? (n steht für eine beliebige Anzahl von Spielern)

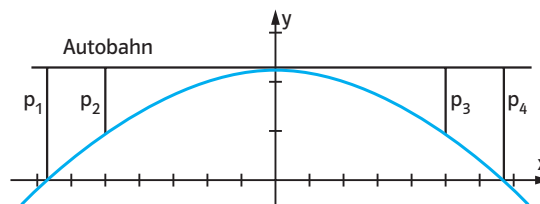
3 Spieler: _____ Spiele

4 Spieler: _____ Spiele

n Spieler: _____ Spiele

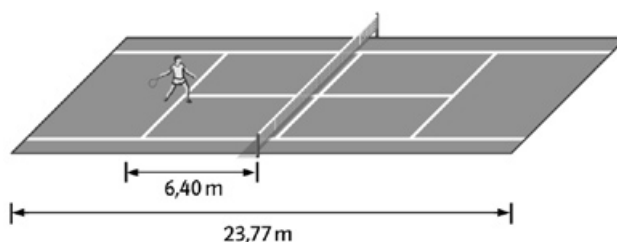
b) Auf der Klassenfahrt wurden insgesamt 406 Spiele gemacht. Wie viele Schülerinnen und Schüler sind in der 9b?

Antwort: _____



b) Wie weit sind die Fußpunkte der Pfeiler p_1 und p_4 voneinander entfernt? Berechne und runde das Ergebnis auf einen ganzzahligen Wert.

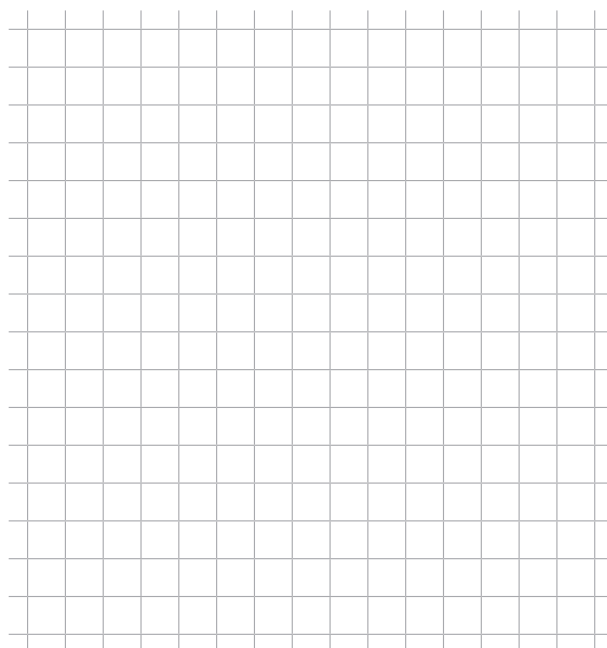
Gesuchte Entfernung $s =$ _____



c) Der Ball wird nun direkt über der Grundlinie in 50 cm Höhe über dem Boden getroffen, fliegt parallel zur Seitenauslinie und trifft genau auf der gegenüberliegenden Grundlinie auf. Über dem Netz hat der Ball eine Höhe von 2,20 m. Wie hoch ist der Ball an seinem höchsten Punkt?

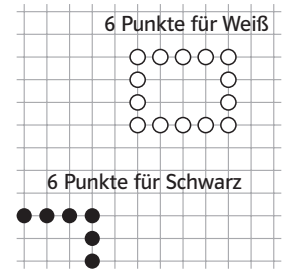
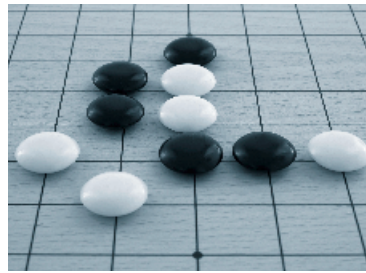
Max. Höhe des Balls: $h_{\max} =$ _____

Skizze:



Extremwertaufgaben

17 Beim „Go-Spiel“ ist das Ziel, mit den Steinen seiner Farbe auf einem „Karo-Spielbrett“ möglichst viele „Kreuzungen“ einzuzäunen. Die Steine liegen ebenfalls jeweils auf einer Kreuzung. Am Rand brauchen keine Steine gesetzt zu werden (vgl. rechts).



a) Stelle jeweils einen Term auf, der beschreibt, wie viele Kreuzungen an den folgenden Positionen von den Spielsteinen eingezäunt werden. Bezeichne hierzu z. B. die Anzahl der Steine der einen Seite des Rechtecks mit x und die Anzahl der Steine der anderen Seite mit y .

(1) In der Mitte des Spielfeldes

(2) Am Rand

(3) In einer Ecke

Term: _____ Term: _____ Term: _____

b) Wie viele Kreuzungen kannst du mit 52 Steinen an den folgenden Positionen maximal lückenlos einzäunen?

(1) In der Mitte des Spielfeldes

(2) Am Rand

(3) In einer Ecke

Max. Kreuzungen: _____ Max. Kreuzungen: _____ Max. Kreuzungen: _____

18 Michelle möchte für ihre Kaninchen im Garten einen rechteckigen Stall bauen. Sie möchte den Stall so bauen, dass er auf einer Seite von der Hausmauer begrenzt wird. Die anderen drei Seiten werden durch Maschendraht begrenzt.

a) Sie hat 16,80 m Maschendraht zur Verfügung. Wie lang muss Michelle die Seitenlängen des Stalls wählen, damit die Auslaufläche für die Kaninchen möglichst groß wird?

Gesuchte Seitenlängen:

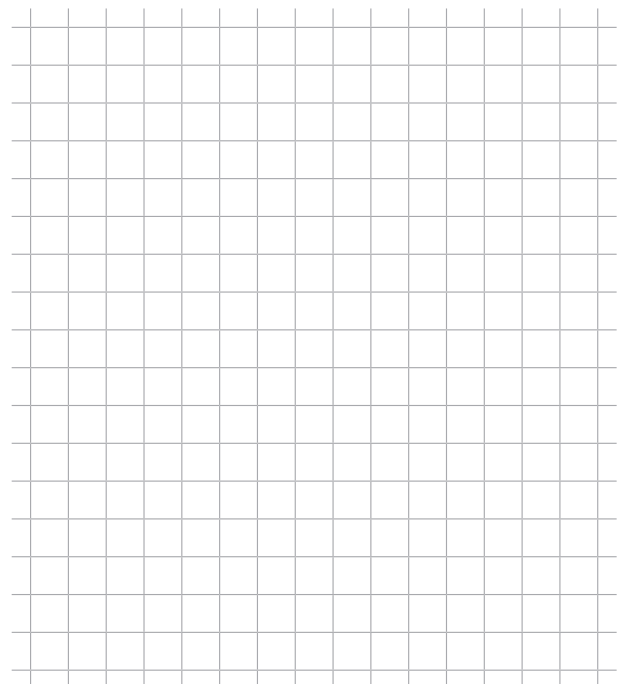
$a =$ _____; $b =$ _____

b) Wie lang muss Michelle die Seitenlängen wählen, wenn sie zwei Hausmauern als Begrenzung hat und nur zwei Seiten mit dem Maschendrahtzaun begrenzen muss?

Gesuchte Seitenlängen:

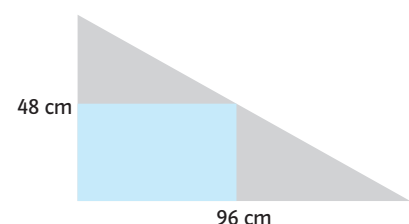
$a =$ _____; $b =$ _____

Platz für Skizzen:



19 Aus einem dreieckigen Stück Stoff (vgl. Skizze) möchte Carlotta ein möglichst großes rechteckiges Stück ausschneiden, um daraus eine Tasche zu nähen.

Welche Seitenlängen muss das rechteckige Stoffstück haben, damit sein Flächeninhalt möglichst groß ist?



Gesuchte Seitenlängen: $a =$ _____; $b =$ _____