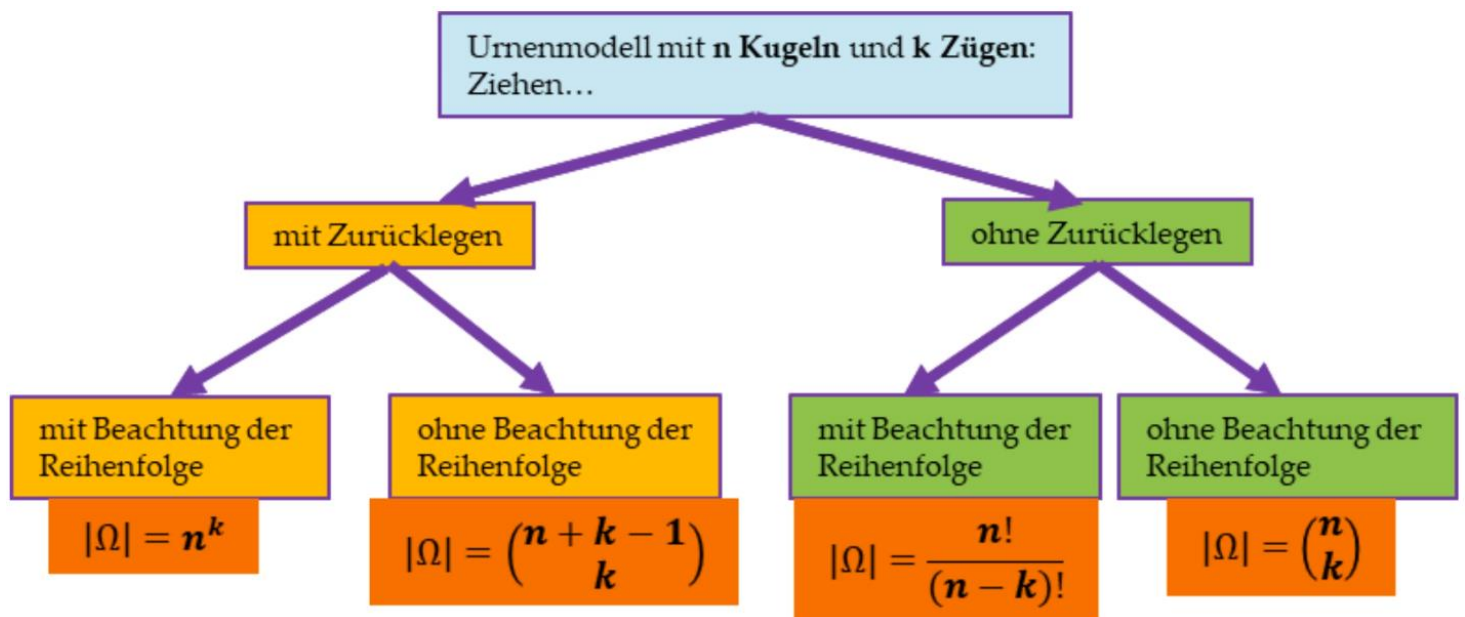


### 5.3 Grundlagen der Kombinatorik

#### 5.3.5 Zusammenfassung, Übung, Anwendung



Hinweis: Der Fall mit Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge wird aktuell in vielen Lehrplänen nicht verlangt.

### Aufgabe 1 (Computerpasswort)

Für ein Computerpasswort aus acht Zeichen sind die 26 Buchstaben des Alphabets und die Zahlen von 0 bis 9 erlaubt.

- Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Passwortkombinationen.
- Um die Passwortsicherheit zu erhöhen, soll im Folgenden zusätzlich genau eines der Umlaute ä, ö oder ü enthalten sein. Bestimmen Sie die Anzahl nun erneut.
- Erläutern Sie was bei einem Vergleich der Ergebnisse von Aufgabe 1 a) und b) auffällt und geben sie mögliche Ursachen an.

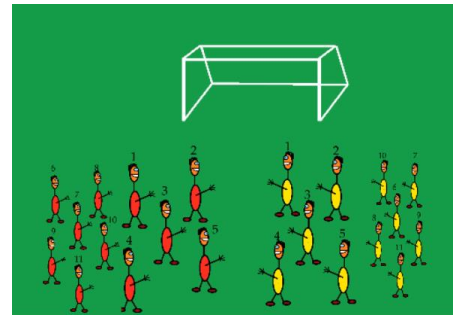
Bitte geben Sie ein  
Passwort ein:

\_\_\_\_\_

### Aufgabe 2 (Fußball WM 2014)

An der Endrunde der Fußballweltmeisterschaft 2014 nahmen insgesamt 32 Nationen teil.

- Bestimmen Sie die Anzahl an Möglichkeiten für Achtelfinalteilnehmer (16 Mannschaften).
- Berechnen Sie die Anzahl an Möglichkeiten für die ersten drei Plätze, wobei die Reihenfolge von Bedeutung ist.
- Bestimmen Sie die Anzahl an Möglichkeiten, um 32 Mannschaften auf jeweils Vierergruppen aufzuteilen.



### Aufgabe 3 (Kniffel)

Beim Spiel Kniffel werden in jeder Runde zunächst 5 Würfel gleichzeitig geworfen. Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Kombinationen.



Lösungen:

vgl. Video

## Arbeitsblatt

### Aufgabe 1 (Eisessen)

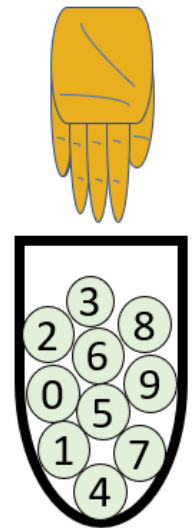
Horst und seine Kumpels Markus und Angela gehen zusammen Eis essen. In der Eisdiele gibt es 10 Sorten. Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Kombinationen unter den folgenden Bedingungen.

- a) Markus kauft sich 3 verschiedene Sorten im Becher.
- b) Horst kauft sich 4 Kugeln Eis. Er könnte auch gleiche Sorten kaufen und ihm ist die Reihenfolge, mit der die Kugeln auf der Waffel liegen wichtig.
- c) Angela kauft sich immer drei verschiedene Kugeln Eis, möchte diese aber selber in der Waffel anordnen.

### Aufgabe 2

Beim Samstagslotto werden 6 aus 49 gezogen.

- a) Bestimmen Sie die Anzahl an Kombinationen bei der Ziehung.
- b) Bestimmen Sie die Anzahl an Möglichkeiten nach der Ziehung 3 Richtige zu erhalten.
- c) Geben Sie die Anzahl an Möglichkeiten an, nach der Ziehung 6 Richtige zu erhalten.



### Aufgabe 3

Anton hat auf seiner Playliste 100 Schlagerlieder. Er lässt zufällig 5 Lieder ablaufen.

Berechnen Sie die Anzahl an möglichen Kombinationen, wenn

- a) kein Lied zwei Mal gespielt werden kann.
- b) jedes Lied beliebig oft gespielt werden kann.

### Aufgabe 4

Für ein Hiphopkonzert hat der Junge namens Icy-T 7 Freikarten ergattert. Eine behält er natürlich selbst. Um von seinen 8 guten Freunden niemanden zu benachteiligen verlost er die anderen 6 Karten.

- a) Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Verteilungen an seine Freunde.
- b) Zwei seiner Freunde sind ein Paar und kommen entweder gemeinsam oder gar nicht. Bestimmen Sie die Anzahl an Möglichkeiten erneut.

Lösungen:

### Aufgabe 1

a)

- Da er keine Sorte mehrmals kauft hat man ein Ziehen ohne Zurücklegen.
- Die Reihenfolge, in der die Kugeln platziert werden, spielt keine Rolle.

Also gilt:  $|\Omega| = \binom{10}{3} = 120$

b)

- Da gleichen Sorten mehrmals gewählt werden können, handelt es sich um ein Ziehen mit Zurücklegen.
- Aus der Aufgabenstellung ist zu entnehmen, dass auch die Reihenfolge beachtet wird.

Damit folgt:  $|\Omega| = 10^4 = 10000$

c)

- Es handelt sich um ein Ziehen ohne Zurücklegen, da verschiedene Sorten gewählt werden.
- Aus der Aufgabenstellung ist zu entnehmen, dass die Reihenfolge beachtet wird.

Damit folgt:  $|\Omega| = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$

### Aufgabe 2

a)  $|\Omega| = \binom{49}{6} = 13983816$

- b) Von den 6 gezogenen Kugeln sollen drei Kugeln richtig getippt sein. Es wird ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen. Also gibt es dafür  $\binom{6}{3}$  viele Möglichkeiten. Nun gibt es noch aus den 43 anderen Zahlen verschiedene Möglichkeiten, um 3 nichtrichtige Kugeln zu tippen. Auch hier wird ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen, so dass nochmal  $\binom{43}{3}$  viele Möglichkeiten dazu kommen.

Anzahl an Möglichkeiten:  $\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3} = 246820$

Alternative Sichtweise:

Aus den gezogenen Kugeln gibt es 6 "richtige" und 43 "falsche". Um die Kombinationen zu erhalten in denen jeweils 3 richtige getippt wurden, stellt man sich alles am Baumgraphen vor. Man will ja die Anzahl an Möglichkeiten für 3 Richtige aus 6 Kugeln, die gezogen wurden.

Für die erste Richtige hat man 6 Möglichkeiten, für die zweite noch 5 und für die dritte noch 4. Also hat man zunächst  $6 \cdot 5 \cdot 4$  Möglichkeiten. Da die Reihenfolge keine Rolle spielt, muss man noch durch  $3!$  teilen (vgl. dazu auch Kapitel 5.3.6). Also hat man

$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \binom{6}{3}$  viele Möglichkeiten. Nach der gleichen Logik hat man dann noch  $43 \cdot 42 \cdot 41$  viele Möglichkeiten, um falsche Zahlen zu tippen. Auch hier muss nochmal durch  $3!$  geteilt werden, da die Reihenfolge der gezogenen Zahlen keine Rolle spielt:  $\frac{43 \cdot 42 \cdot 41}{3!} = \frac{43!}{(43-3)! \cdot 3!} = \binom{43}{3}$ .

Damit erhält man insgesamt  $\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3} = 246820$ .

- c) Anzahl an Möglichkeiten: Um 6 Richtige beim Lotto zu tippen, muss man genau die 6 Zahlen tippen, die gezogen werden. Dafür gibt es natürlich nur eine Möglichkeit.

### Aufgabe 3

Die Lieder werden in einer festen Reihenfolge abgespielt, also hat man ein Ziehen mit Beachtung der Reihenfolge.

- a)  $\frac{100!}{(100-5)!} = 9034502400$   
 b)  $100^5 = 10000000000$

### Aufgabe 4

- a)  $\binom{8}{6} = 28$   
 b) Entweder kommen beide nicht mit, dann gibt es noch 6 Karten für 6 Freunde. Das ist die erste Möglichkeit.  
 Wenn beide mitkommen, dann gibt es noch 4 Karten für 6 Freunde, also  $\binom{6}{4} = 15$  viele Möglichkeiten. Damit hat man insgesamt 16 Möglichkeiten.

Alternativ kann man sich jeweils ein Ziehen aus einer Urne von 6 Kugeln ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge überlegen. Dabei werden aus einer Urne mit zwei Kugeln (steht für das Pärchen) im ersten Fall keine Kugeln und aus einer Urne mit 6 Kugeln (steht für die anderen 6 Freunde) alle Kugeln gezogen. Im zweiten Fall werden aus der Urne mit zwei Kugeln beide Kugeln gezogen und aus der anderen Urne 4 Kugeln aus 6 gezogen. Damit erhält man

$$\binom{2}{0} \binom{6}{6} + \binom{2}{2} \binom{6}{4} = 16 \text{ Möglichkeiten.}$$