Lambacher Schweizer 9:
Auszug aus dem Schulbuch
zum Nachholen in Klasse 10

Lambacher Schweizer 9

Mathematik für Gymnasien

Sachsen

Klett

Lambacher Schweizer 9, Mathematik für Gymnasien, Sachsen

Begleitmaterial
Zu diesem Buch gibt es ergänzend:
– Lösungsheft (ISBN 978-3-12-734193-5)
– Arbeitsheft mit zahlreichen Übungen plus Lösungsheft (ISBN 978-3-12-734194-2)
– Arbeitsheft mit zahlreichen Übungen plus Lösungsheft und Lernsoftware (ISBN 978-3-12-734196-2)
– Kompakt, Klasse 9/10, die wichtigsten Formeln und Merksätze mit Beispielen (ISBN 978-3-12-734395-3)

1. Auflage 1 5 4 3 2 | 2020 19 18 17 16

Alle Drucke dieser Auflage sind unverändert und können im Unterricht nebeneinander verwendet werden.
Die letzten Zahlen bezeichnen jeweils die Auflage und das Jahr des Druckes.

Autorinnen und Autoren: Manfred Baum, Martin Bellstedt, Dr. Dieter Brandt, Heidi Buck, Dr. Detlef Dornieden, Christina Drüke-Noe, Prof. Rolf Dürr, Prof. Hans Freudigmann, Inga Giersemehl, Dieter Greulich, Prof. Dr. Heiko Harborth, Dr. Frieder Haug, Edmund Herd, Thomas Jörgens, Thorsten Jürgensen-Engl, Andreas König, Prof. Dr. Detlef Lind, Peter Neumann, Jutta Parkan, Rolf Reimer, Dr. Wolfgang Riemer, Reinhard Schmitt-Hartmann, Ulrich Schönbach, Raphaela Sonntag, Heike Spielmans, Andrea Stühler, Dr. Heike Tomaschek, Prof. Dr. Ingo Weidig, Dr. Peter Zimmermann
Für das Bundesland Sachsen bearbeitet von: Jens Negwer, Antje Nothnagel, Dr. Manfred Schwier, Prof. Dr. Hartmut Wellstein

Redaktion: Andreas Marte, Anke Schmucker
Mediengestaltung: Ulrike Glauner

Zeichnungen/Illustrationen: Uwe Alfer, Waldbreitbach; Jochen Ehmann, Stuttgart; Christine Lackner-Hawighorst, Ittlingen; Helmut Holtermann, Dannenberg; Anja Malz, Taunusstein; Dorothee Wolters, Köln
Bildkonzept Umschlag: SoldanKommunikation, Stuttgart
Satz: SMP Oehler, Remseck
Reproduktion: Meyle + Müller Medien-Management, Pforzheim
Druck: PASSAVIA Druckservice GmbH & Co. KG, Passau

Printed in Germany
ISBN 978-3-12-734191-1

9 783127 341911

Lambacher Schweizer 9

Mathematik für Gymnasien

Sachsen

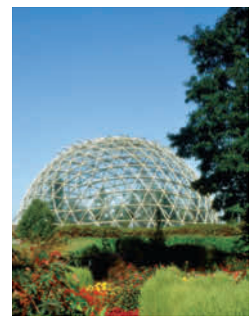
bearbeitet von

Jens Negwer, Grimma
Antje Nothnagel, Grimma
Manfred Schwier, Dresden
Hartmut Wellstein, Würzburg

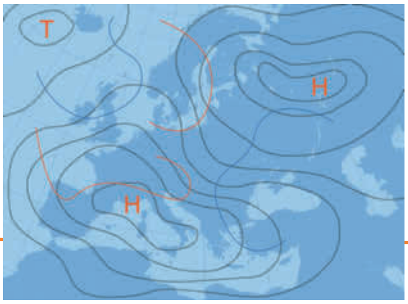
unter Beratung von
Horst Ocholt, Radeburg

Ernst Klett Verlag
Stuttgart · Leipzig

Inhaltsverzeichnis



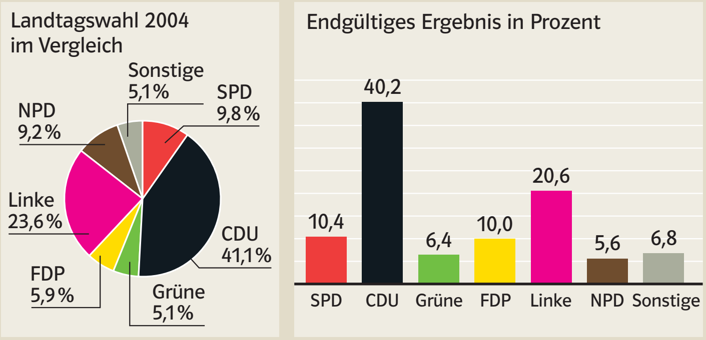
Ein Bild sagt oft mehr als 1000 Worte



Wer nichts Unerwartetes erwartet,
wird das Unerwartete nicht finden,
weil es schwer aufspürbar und
unzugänglich ist.

Heraklit

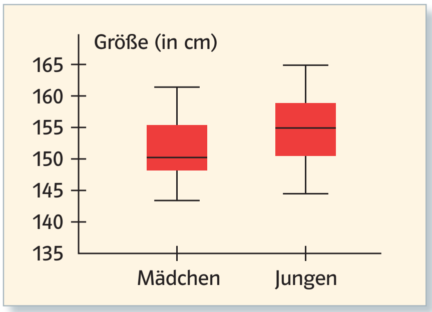
Wahl zum sächsischen Landtag 2009



Das kannst du schon

- Datenmengen erfassen
- Säulen- und Kreisdiagramme erstellen
- Anteile in Prozent schreiben
- mit relativen Häufigkeiten umgehen

Arithmetik/Algebra   Funktionen   Geometrie   **Stochastik**



Das kannst du bald

- Datenmenge durch Kennzahlen charakterisieren
- Histogramme und Boxplots erstellen und lesen
- Daten kritisch beurteilen

Argumentieren / Kommunizieren

Problemlösen

Modellieren

Werkzeuge

Siehe Lerneinheit 4, Seite 211

1. Was uns Daten sagen können

Die nebenstehende Tabelle stellt dar, wie die Mannschaften der 1. Fußballbundesliga nach dem 21. Spieltag der Saison 2012/13 platziert waren und sagt aus, wie viele Spiele jede Mannschaft bisher gewonnen, unentschieden gespielt oder verloren hat. Sie gibt auch an, wie viele Punkte jede Mannschaft bisher erreicht hat, wie viele Tore sie schon geschossen und wie viele Gegentore sie bisher kassiert hat. Sie gibt aber keine Auskunft darüber, wie viele Heim- oder Auswärtsspiele jede einzelne Mannschaft bisher absolviert hat. Genau so wenig kann man erkennen, ob Bayern München erst einmal oder schon zweimal gegen Borussia Dortmund gespielt hat. Aus der Tabelle kann man auch nicht ablesen, ob eine Mannschaft zum Beispiel in den letzten Spielen etwa sehr erfolgreich war oder vielleicht eine Niederlagenserie hatte.

Bundesliga

21. Spieltag						
1. Bayern München	21	17	3	1	55: 7	54
2. Borussia Dortmund	21	11	6	4	47:26	39
3. Bayer Leverkusen	21	11	5	5	41:29	38
4. Eintracht Frankfurt	21	11	4	6	38:31	37
5. SC Freiburg	21	8	7	6	26:20	31
6. FSV Mainz	21	9	4	8	28:25	31
7. Hamburger SV	21	9	4	8	26:27	31
8. Mönchengladbach	21	7	9	5	31:32	30
9. Hannover	21	9	2	10	39:39	29
10. FC Schalke 04	21	8	5	8	33:35	29
11. Werder Bremen	21	8	4	9	36:38	28
12. VfL Wolfsburg	21	7	5	9	22:30	26
13. 1. FC Nürnberg	21	6	7	8	20:27	25
14. VfB Stuttgart	21	7	4	10	23:39	25
15. Düsseldorf	21	6	6	9	26:29	24
16. TSG Hoffenheim	21	4	4	13	26:45	16
17. FC Augsburg	21	2	9	10	17:33	15
18. Greuther Fürth	21	2	6	13	13:35	12

Überlege dir, welche der folgenden Fragen mit Hilfe dieser Tabelle eindeutig beantwortet werden können:
1. Welche Mannschaft hat bis zu diesem Zeitpunkt die meisten Unentschieden?
2. Welche Mannschaft verfügt über die wirkungsvollsten Angreifer?
3. Könnte es sein, dass Stuttgart die längste Siegesserie (d.h. hinter einander gewonnene Spiele) erzielt hat?
4. Ist es auf Grund dieser Tabelle möglich festzustellen, ob in den letzten sieben Spielen Greuther Fürth oder Bayern München erfolgreicher war?

Siehe Lerneinheit 4, Seite 211

2. Wie man Daten auswerten kann

Sven und Paul sind sportlich aktiv und eine ihrer Trainingseinheiten besteht darin, 10-mal einen Schlagball möglichst weit zu werfen. Sie erzielen dabei folgende in Meter gemessene Weiten:

Sven	27, 29, 23, 31, 22, 36, 35, 29, 23, 21
Paul	23, 25, 30, 29, 33, 32, 29, 20, 17, 38

Natürlich möchten sie die erzielten Ergebnisse vergleichen und einigen sich dabei auf folgendes Vorgehen:
- Berechnen der bei seinen Würfen durchschnittlich erzielte Weite.
- Ermitteln der bei den 10 Würfen in der Mitte liegenden Weite (hier das Mittel von fünft- und sechstbester Weite).
- Ermitteln der Differenz zwischen größter und kleinster erzielter Weite.

Welche Ergebnisse treten dabei bei Sven und Paul auf? Wenn der Verein nur einen der zwei zu einem Wettkampf im Schlagballweitwurf entsenden darf, wen sollte er dann entsenden? Wen würdest du empfehlen und wie würdest du deine Entscheidung begründen?

3. Wie man Daten darstellen kann

Siehe Lerneinheit 4, Seite 211

Für den bevorstehenden Wandertag wurden in der Klasse vier Ziele ins Auge gefasst, über die man schließlich abstimmte. Dabei stimmten für das Ziel A 28 %, für B 44 %, für C 12 % und für das Ziel D 16 %. Das Ergebnis der Abstimmung sollte an der Wandzeitung grafisch veranschaulicht werden. Durch den Wandzeitungsredakteur wurden dafür folgende drei Vorschläge unterbreitet (Fig. 1 bis Fig. 3):

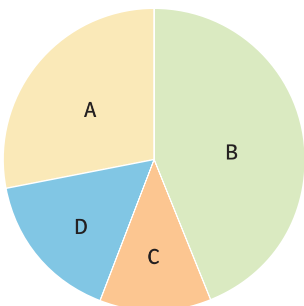


Fig. 1

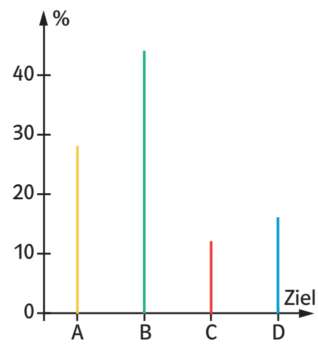


Fig. 2

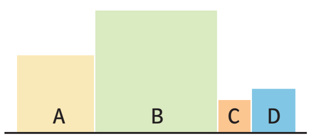


Fig. 3

Welchen dieser Vorschläge würdest du unterstützen und wie würdest du deine Entscheidung begründen?

4. Wie man mit Daten mogeln kann

Siehe Lerneinheit 4, Seite 211

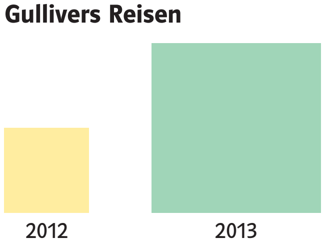
(1) Die Zwillinge Katja und Ron hatten in der Mathematikarbeit, die sie heute zurückbekamen, beide die Note 3 erhalten. Der Notenspiegel für diese Klassenarbeit sah folgendermaßen aus.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	4	10	2	5	7	0

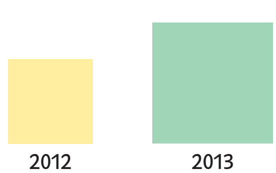
Ohne ihre Note zu nennen berichtete Katja den Eltern stolz, dass sie in der Mathematikarbeit besser war als der Durchschnitt der Klasse. Befragt nach der Leistung ihres Bruders, sagt sie, der gehörte leider nicht zu besseren Hälfte der Klasse.
Muss sie nicht zwangsläufig bei einer ihrer Aussagen die Unwahrheit gesagt haben?

(2) Das Reisebüro „Gullivers Reisen" hat innerhalb eines Jahres seine Kundenzahl verdoppelt und will mit diesem Erfolg weitere Kunden werben.
Für Prospekte und Plakate stehen folgende Entwürfe zur Diskussion:

Gullivers Reisen



Gullivers Reisen



Welche Darstellung ist deiner Meinung nach korrekt und weshalb?

1 Erhebung von Daten

„Jeder zweite Deutsche hat schon einmal die Unwahrheit gesagt.“
„Meine Güte, in Deutschland wohnen circa 85 Millionen Menschen. Das muss ja sehr lange gedauert haben, bis man die alle befragt hat.“

Um genauere Informationen über die Gewohnheiten einer sehr großen Anzahl von Personen zu erhalten werden **statistische Erhebungen** durchgeführt. Beispiele für solche statistischen Erhebungen sind u. a. Umfragen oder Verkehrskontrollen. Häufig ist es zu aufwändig alle Personen zu befragen, daher wählt man gezielt eine kleinere Gruppe von Personen aus. Diese ausgewählte Teilgruppe nennt man **Stichprobe**. Sie muss die gleichen Eigenschaften wie die gesamte Gruppe – die so genannte **Gesamtheit** – aufweisen. Man befragt die Mitglieder der Stichprobe und überträgt die Ergebnisse auf die Gesamtheit.

Die Menge aller Personen oder Dinge, über die man etwas wissen möchte, nennt man **Gesamtheit**. Die Menge der ausgewählten Personen oder Dinge, die man befragt oder untersucht, nennt man **Stichprobe**.
Eine Stichprobe heißt **repräsentativ**, wenn ihre Eigenschaften mit denen der Gesamtheit weitgehend übereinstimmen.

Fragebogen zur Handynutzung
☐ *Mädchen* ☐ *Junge*
Wie viele SMS verschickst du pro Woche?
☐ *0 – 4*
☐ *5 – 8*
☐ *9 – 12*
☐ *13 – 16*
☐ *17 – 20*
☐ *21 – 24*
☐ *25 – 28*
☐ *29 – 32*
☐ *33 – 36*
☐ *37 – 40*
☐ *mehr als 40*

Fig. 1

Zur Erinnerung:
Anteile werden häufig in Prozent angegeben.

Beispiel Handynutzung
Mithilfe eines Fragebogens (s. Fig. 1) will die Klasse 9b herausfinden, wie viele SMS die Schülerinnen und Schüler der neunten Klassen ihrer Schule pro Woche versenden.
Lösung:
Um nicht den gesamten Jahrgang (Gesamtheit) befragen zu müssen, wählt die Klasse sich selbst und eine Parallelklasse als Stichprobe. Die beiden ausgewählten Klassen haben vergleichbare Eigenschaften wie die anderen neunten Klassen ihrer Schule, die Stichprobe ist also repräsentativ.
Die Klasse sammelt die Ergebnisse in einer Tabelle und stellt sie grafisch dar (siehe Fig. 2).

Anzahl SMS/ Woche	Häufigkeit Jungen	Häufigkeit Mädchen
0 bis 4	17	11
5 bis 8	3	2
9 bis 12	0	1
13 bis 16	0	4
17 bis 20	0	1
21 bis 24	0	1
25 bis 28	1	2
29 bis 32	1	0
33 bis 36	1	1
37 bis 40	0	0
mehr als 40	0	6

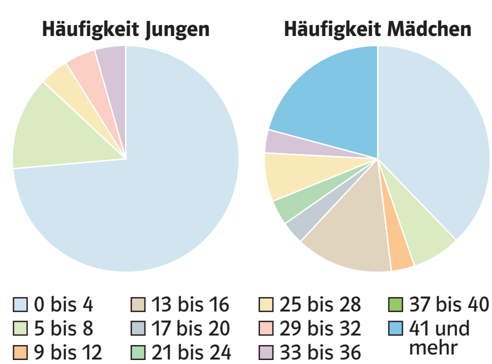
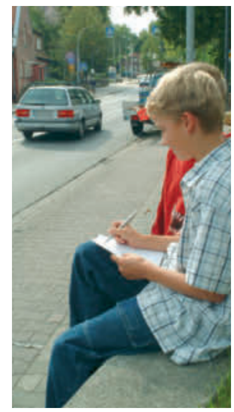


Fig. 2

Aus den Diagrammen kann man ablesen, dass etwa drei Viertel der Jungen nur 0 bis 4 SMS pro Woche verschicken. Bei den Mädchen beträgt dieser Anteil etwa ein Drittel. Man kann auch ablesen, dass etwa ein Fünftel der Mädchen, aber keiner der Jungen der Stichprobe 41 und mehr SMS monatlich verschickt. Insgesamt lässt sich bei dieser Stichprobe feststellen, dass die Mädchen mehr Kurznachrichten als die Jungen versenden. Da die Stichprobe repräsentativ ist, kann man diese Aussagen auf die gesamte Jahrgangsstufe übertragen.

Aufgaben



1 Um zu entscheiden, ob vor einer Schule eine Geschwindigkeitsbegrenzung eingeführt werden soll, ist die Durchführung einer Verkehrszählung geplant.
a) Was ist die Gesamtheit?
b) Wie sollte die Stichprobe gewählt werden? Begründe deine Antwort.

2 Schülerinnen und Schüler wählen in verschiedenen Bundesländern zu verschiedenen Zeiten ihre zweite Fremdsprache. In den vergangenen Jahren blieb das Wahlverhalten im Wesentlichen unverändert. Im letzten Schuljahr wählten an der Marie-Curie-Schule 84 Schüler Französisch, 59 wählten Latein.
a) Lassen sich die Erfahrungen zum Wahlverhalten aus den vergangenen Schuljahren auf die anstehende Wahl übertragen?
b) Falls man von gleich bleibendem Wahlverhalten ausgehen darf, wie viele Schüler werden wohl Französisch wählen, wenn der Jahrgang aus 134 Schülern besteht?

3 Überprüfe die folgenden Stichproben und gib jeweils an, ob sie für die Gesamtheit repräsentativ sind. Erläutere andernfalls, wie die Stichprobe verändert werden muss.
a) In einer Autowerkstatt wird einen Werktag lang jeder fünfte Kunde befragt, ob er mit den Arbeiten der Werkstatt zufrieden ist.
b) Herr Schmidt kauft eine Großpackung Glühbirnen. Um herauszufinden, ob alle Glühbirnen funktionieren, nimmt er die oberste Lage heraus und prüft diese.

Info

Ordnen von Daten einer Stichprobe
Kann man innerhalb einer Stichprobe Daten ordnen und auf diese Weise eine Reihenfolge festlegen, z. B. bei Schulnoten, Körper- oder Schuhgrößen, so entsteht eine **Ordinalskala**. Sind die Abstände zwischen je zwei benachbarten Folgegliedern einer Ordinalskala gleich groß, dann bezeichnet man diese als **metrische Skala**. Lassen sich die Daten nicht eindeutig in eine Reihenfolge bringen, so erhält man eine **Nominalskala**. Das ist z. B. bei Eigenschaften wie Farben oder Geschlecht der Fall. Große Datenmengen, die bei statistischen Erhebungen gewonnen werden, stellt man häufig in Diagrammen dar, um eine bessere Übersicht zu gewinnen oder um Prognosen anstellen zu können. Dazu ordnet man, sofern möglich, zuerst die Daten.

Beispiel Ordinalskala: Noten im Vokabeltest: 2, 4, 3, 1, 6, 3, 5, 2, 2, 2, 1, 4, 1, 4, 2, 1
Beispiel Nominalskala: Lieblingsfarbe: rot, blau, gelb, grün, grün, rot, weiß, blau, blau, blau, schwarz

4 An einer Blutspendeaktion nahmen 83 Personen mit Blutgruppe A, 31 Personen mit Blutgruppe B, 14 Personen mit Blutgruppe AB und 78 Personen mit Blutgruppe 0 teil.
a) Passen diese Zahlen zu der in Fig. 1 dargestellten Verteilung der Blutgruppen?
b) Was sind in diesem Beispiel die Stichprobe und die Gesamtheit?
c) Lässt sich das Merkmal „Blutgruppe“ auf einer Nominal- oder einer Ordinalskala darstellen?

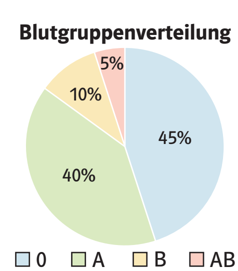


Fig. 1

2 Lagemaße

	Klasse 9 a	Klasse 9 b
1	–	12
2	4	–
3	11	–
4	14	–
5	3	–
6	–	12

Angelina: „Oh je, der Notendurchschnitt unserer Mathearbeit beträgt nur 3,5." Berit: „Der Notendurchschnitt unserer Klasse ist auch 3,5, aber wir sind besser!"

Der Durchschnitt heißt auch ***arithmetisches Mittel****. Kurz:* $\bar{x}$

Tina	Mareike
8,4 s	8,5 s
8,8 s	8,3 s
8,9 s	8,8 s
8,6 s	8,7 s
8,6 s	9,0 s
8,7 s	8,8 s
8,5 s	8,4 s

Zwischen Tina und Mareike soll sich entscheiden, wer von ihnen bei einem 50-m-Lauf für den Verein starten darf. Ihre durchschnittlichen Laufzeiten in sieben Läufen (jeweils 60,5 s : 7) sind genau gleich und damit als Entscheidungskriterium nicht geeignet. Ein genauerer Vergleich der Laufzeiten zeigt, dass Tina am häufigsten 8,6 s benötigte, Mareike hingegen 8,8 s. Diesen am häufigsten vorkommenden Wert nennt man **Modalwert**. Zudem fällt auf, dass Mareikes Laufzeiten stärker streuen als Tinas. Mareikes Werte streuen zwischen 8,3 s und 9,0 s, Tinas nur zwischen 8,4 s und 8,9 s. Sie lief insgesamt beständiger. Ordnet man die jeweiligen Laufzeiten nach der Größe, so liegt bei Tina 8,6 s genau in der Mitte, bei Mareike 8,7 s. Diesen mittleren Wert nennt man **Zentralwert** oder **Median**. Tina darf starten, da bei ihren Leistungen Modalwert und Median kleiner sind und sie beständiger ist.

Den Median kann man nur bei Ordinalskalen angeben.
Den kleinsten Wert nennt man auch ***Minimum*** *(kurz: Min), den größten Wert* ***Maximum*** *(kurz: Max).*

Modalwert, Median und arithmetisches Mittel bezeichnet man auch als **Lagemaße**.
Der **Modalwert** ist der häufigste Wert in einer Liste, er wird mit m bezeichnet.
Der **Median** (Zentralwert) ist der in der Mitte liegende Wert einer geordneten Liste.
Der Median teilt einen Datensatz in zwei Hälften. Man schreibt dafür z.

Der Abstand zwischen dem größten und dem kleinsten Wert heißt **Spannweite**, kurz: d.

Beispiel 1 Ausgaben
Fabian notiert während einer Klassenfahrt seine Ausgaben.

Tag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ausgaben in €	2,60	3,80	2,24	1,10	3,70	2,63	1,40	1,10	7,34	1,91

Geordnete Liste:
1,10 €; 1,10 €; 1,40 €; 1,91 €; 2,24 €; 2,60 €; 2,63 €; 3,70 €; 3,80 €; 7,34 €

Gib für die Ausgaben a) die Spannweite, b) den Modalwert und c) den Median an.
Lösung:
a) Niedrigste Ausgabe (Min): 1,10 €
Höchste Ausgabe (Max): 7,34 €.
Spannweite s = 7,34 € − 1,10 € = 6,24 €.
b) 1,10 € ist der Modalwert.
c) *Ist die Anzahl der Werte gerade, nimmt man als Median das arithmetische Mittel der beiden mittleren Werte:*
Median: z = (2,24 € + 2,60 €) : 2 = 2,42 €

Beispiel 2 Übernachtungszahlen
Die Tabelle (s. Fig. 1) zeigt die Aufenthaltsdauer von Touristen in einer Urlaubsregion.
a) Welche Bedeutung hat der Modalwert?
b) Berechne das arithmetische Mittel der Aufenthaltsdauern.

Aufenthaltsdauer	Anzahl
Ein Tag	280
Wochenende	130
Eine Woche	112
Zwei Wochen	130
Drei Wochen	51

Fig. 1

Lösung:
a) Die am häufigsten vorkommende Aufenthaltsdauer ist ein Tag.
b) $\overline{x} = (280 \cdot 1 + 130 \cdot 2 + 112 \cdot 7 + 130 \cdot 14 + 51 \cdot 21) : (280 + 130 + 112 + 130 + 51) = 4215 : 703 \approx 6$
Im Mittel bleiben die Touristen ca. sechs Tage lang in dieser Urlaubsregion.

Aufgaben

1 In einer 9. Klasse werden Schülerinnen und Schüler nach ihrem Gewicht befragt.

Junge/Mädchen	J	J	M	J	M	J	M	M	J	J	J	J	J	M
Gewicht (in kg)	69,7	45	k. A.	47	45	62	42	43	59	43	k. A.	65	38	54

Junge/Mädchen	J	M	J	J	J	M	J	J	J	J	M	M	J	M
Gewicht (in kg)	40	52	70	58	79	55	41	58,5	43	40	50	45	k. A.	k. A.

a) Bestimme den Modalwert, das arithmetische Mittel, den Median und die Spannweite.
b) Welche dieser Werte verändern sich, wenn man das Gewicht der Lehrerin hinzunimmt? Begründe deine Antwort.

Tipp:
Um den größten und den kleinsten Wert einer Liste zu bestimmen, kann man mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms die Werte ordnen lassen.

Die Abkürzung k. A. bedeutet „keine Angabe".

2 Lena schreibt in Latein in sechs Vokabeltests die Noten 2, 2, 5, 2, 3, 1. Welche Note sollte sie erhalten? Begründe deine Antwort unter Verwendung der Lagemaße und der Spannweite.

Bist du sicher?

1 Ermittle den Modalwert, den Median und das arithmetische Mittel für den Notenspiegel der Klassenarbeit (s. Fig. 1).

Note	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit	2	5	12	8	0	2

Fig. 1

3 Herr Sang notiert in einer Strichliste über mehrere Monate seinen Benzinverbrauch.

<table>
<tr><td>Verbrauch in l/100 km</td><td>5,8</td><td>6,0</td><td>6,1</td><td>6,5</td><td>6,6</td></tr>
<tr><td>Häufigkeit</td><td>||||</td><td>||</td><td>|||</td><td>||||</td><td>|</td></tr>
</table>

a) Gib die Spannweite und mögliche Ursachen dafür an.
b) Berechne die Lagemaße und begründe, welches sich für die Angabe des durchschnittlichen Benzinverbrauchs eignet.
c) Herr Sang macht eine weitere Autobahnfahrt und verbraucht 7,0 l auf 100 km. Welche Auswirkungen hat das auf Lagemaße und Spannweite?

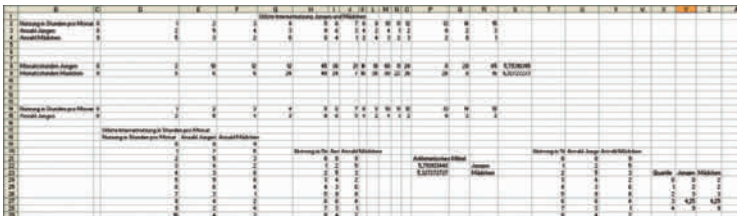
4 **Ein mathematisches Dorf**
Stell dir vor, dass es in einem kleinen Dorf 35 Arbeitnehmer gibt. Sieben von ihnen verdienen monatlich 500 €, acht verdienen 1000 €, zwölf von ihnen 1500 € und acht 2000 €.
a) Bestimme die Lagemaße und gib die Spannweite an.
b) Wie verändern sich die Werte aus a), wenn eine weitere Person in das Dorf zieht, die ein monatliches Einkommen von 1 000 000 € hat?
c) Erläutere, warum manche Lagemaße von „Ausreißern" beeinflusst werden. Gib ein eigenes Beispiel an, bei dem sich die Lagemaße verändern, wenn Ausreißer hinzukommen.

5 a) Gib eine Stichprobe mit sieben Werten an, bei der das arithmetische Mittel und der Median übereinstimmen.
b) Welcher Mittelwert eignet sich zur Auswertung der Erhebung über die persönliche Lieblingsfarbe (s. Fig. 2)? Begründe.

Farbe	Anzahl
Rot	13
Grün	25
Gelb	12
Blau	20
Sonstige	7

Fig. 2

3 Boxplots



Ich habe gar keinen Überblick.

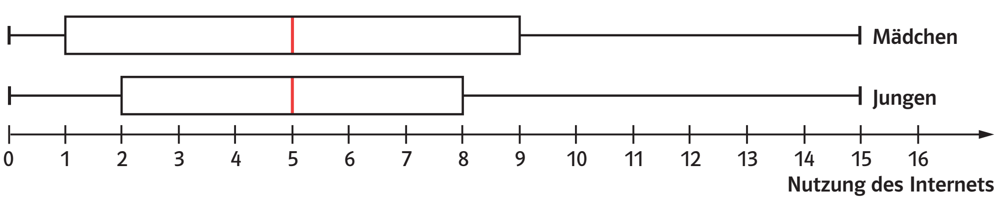
In einer Umfrage wurden 58 Jungen und 55 Mädchen danach befragt, wie viele Stunden sie monatlich das Internet nutzen. Das Ergebnis der Umfrage ist in der Tabelle dargestellt.

Anzahl Stunden	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Jungen	8	2	5	4	3	9	6	3	4	2	4	1	2	0	2	3
Mädchen	9	5	3	2	6	8	4	1	2	4	3	2	3	2	0	1

*Die mittlere Hälfte aller Daten (die mittleren 50 %) wird mit einer **Box** dargestellt, das untere und das obere Viertel durch so genannte **Antennen**.*

Boxplots können waagerecht oder senkrecht dargestellt werden.

Die Jungen benutzen das Internet durchschnittlich etwa 5,8 h pro Monat, die Mädchen ca. 5,3 h. Da die arithmetischen Mittelwerte sich nicht deutlich voneinander unterscheiden, ergibt es Sinn, sich die Streuung und die Verteilung der Daten genauer anzuschauen. Dazu ordnet man sie nach ihrer Größe und stellt sie in einem Diagramm dar. Ein besonderes Diagramm, in dem der kleinste und der größte Wert sowie der Median erkennbar sind, ist der **Boxplot**. Um diesen zu zeichnen, ordnet man zunächst alle Werte der Größe nach, liest Minimum und Maximum ab und bestimmt den Median. Auf diese Weise erhält man die **obere** und die **untere Hälfte** aller Werte. Von beiden Hälften bestimmt man ebenfalls die Mediane und erhält so das **obere** und das **untere Viertel** sowie die **mittlere Hälfte** aller Daten.



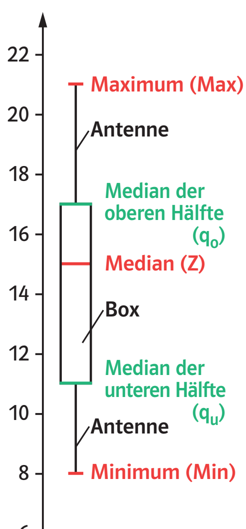


Fig. 1

Man erkennt u.a., dass die größten und kleinsten Werte, die Spannweiten und die Mediane beider Gruppen gleich sind. Im Boxplot der Mädchen ist die Box mit der mittleren Hälfte der Daten länger als bei den Jungen. Das bedeutet, dass die Nutzungsdauern des Internets der mittleren 50 % der Mädchen stärker streuen, als die entsprechenden Zeiten der Jungen.

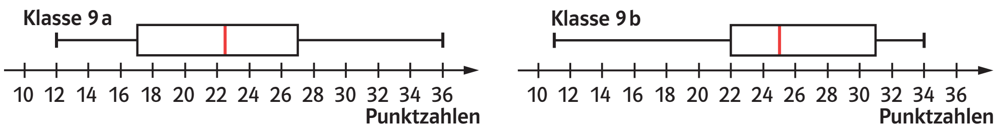
Die Darstellung von Erhebungsdaten im Boxplot (Fig. 1) erfordert folgende Schritte:
1. Daten der Größe nach ordnen.
2. Kleinsten Wert (Minimum), größten Wert (Maximum) und den Median bestimmen.
3. Alle Daten in die obere und die untere Hälfte einteilen.
4. Mediane der oberen und der unteren Hälfte, auch **Quartilen** genannt, bestimmen.

Für den Median der unteren Hälfte schreibt man q_u, für den der oberen Hälfte q_o.
Die Daten der mittleren Hälfte werden durch eine **Box** dargestellt, die Daten des oberen und des unteren Viertels durch **Antennen**.

Beispiel Punkteverteilungen
Die Tabelle gibt an, welche Punktzahlen die Schülerinnen und Schüler in einer Mathematikarbeit erreicht haben. Nutze die auf Seite 208 gegebenen Erläuterungen zum Zeichnen der zugehörigen Boxplots und interpretiere diese.

Punkte	11	12	13	15	16	17	19	20	21	22	23	24	26	27	28	29	30	31	32	34	35	36	37	38
9a	0	1	1	1	2	1	0	2	1	2	2	0	2	2	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
9b	1	1	0	1	0	0	1	0	2	2	2	3	4	0	1	0	1	4	2	1	0	0	0	0

Lösung:

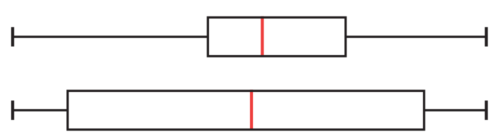


Der Boxplot der Klasse 9b zeigt, dass die erreichten Punktzahlen in der oberen Hälfte der Daten viel weniger streuen (von 25 bis 34 Punkten) als in der unteren Hälfte (von 11 bis 24), also müssen die im unteren Bereich erreichten Punktzahlen sehr weit auseinander liegen. Ein Vergleich der oberen Antennen beider Klassen zeigt, dass die Punktzahlen der besten 25 % der Schülerinnen und Schüler der Klasse 9a über neun Punkte streuen, die der Klasse 9b nur über drei Punkte. Sowohl der Median, als auch die beiden Quartile sind in Klasse 9b größer als in Klasse 9a.

Aufgaben

1 Zeichne die Boxplots zu den angegebenen Werten.
a) Min = 0; Median der unteren Hälfte: $q_u = 15$; Median: $z = 23$;
Median der oberen Hälfte: $q_o = 27$; Max = 35.
b) 10; 3; 1; 4; 2; 2; 9; 8; 11; 2; 5; 8; 8.

2 a) Vergleiche die beiden dargestellten Boxplots. Betrachte dabei die Längen der Antennen und die Formen der Boxen. Was kann man über die Daten aussagen?



b) Die Daten der mittleren Hälfte einer Rangliste streuen stark um den Median. Die Daten im oberen Viertel streuen nur wenig und die Daten im unteren Viertel streuen stark. Skizziere einen passenden Boxplot.

*Werden die Werte einer Liste der Größe nach sortiert, so bezeichnet man sie als **Rangliste**. Ranglisten können nur von ordinalen Daten aufgestellt werden.*

3 Die Schüler einer Klasse werden befragt, wie viele Stunden ihrer Freizeit sie wöchentlich am Computer verbringen oder fernsehen. Ihre Antworten lauten:

5, 9, 25, 25, 5, 48, 3, 9, 18, 4, 62, 34, 18, 32,
6, 34, 56, 18, 7, 25, 71, 20, 18, 22, 39, 4, 26, 50

a) Stelle die Werte in einem Boxplot dar.
b) Bei wie vielen Schülern sind es wöchentlich mehr als 8 Stunden?
c) Welche der folgenden Aussagen sind mit dem dargestellten Boxplot belegbar?
- Bei weniger als der Hälfte der Jugendlichen sind es höchstens 17 Stunden.
- Die durchschnittliche Zahl der Stunden, die die Schüler wöchentlich vor dem Computer oder dem Fernseher sitzen, ist geringer als die Wochenzahl an Unterrichtsstunden.
- Bei mindestens einem Viertel der Befragten sind es wenigstens 33 Stunden.

4 Beim Sportfest haben alle Klassen Geld gesammelt. In der Zeitung sollen einige Aussagen zum Spendenverhalten der Klassen erscheinen. Die gerundeten Beträge sind:
12€; 16€; 17€; 17€; 17€; 19€; 20€; 20€; 20€; 20€; 20€; 20€; 21€; 21€; 22€; 29€
a) Stelle die Daten erst in einem Säulendiagramm und dann in einem Boxplot dar.
b) Vergleiche beide grafischen Darstellungen. Für welche Aussagen ist das Säulendiagramm und für welche Aussagen ist der Boxplot besser geeignet?

5 Neun Schüler haben ihren Pulsschlag über eine viertel Minute gezählt, zuerst ihren Ruhepuls, dann jeweils nach 10, 20, 30 Kniebeugen.
a) Veranschauliche die Daten der drei Spalten durch je einen Boxplot.
b) Untersuche, ob der Puls nach jeweils 10 Kniebeugen durchschnittlich um den gleichen Wert anwächst.
c) Führe dieses Experiment selber durch und fasse die „am eigenen Leib gemachten“ Beobachtungen zusammen.

	Ruhe	10	20	30
Dennis	19	30	39	42
Oliver	22	35	39	41
Michael	21	34	38	40
Stefan	16	25	28	30
Tobi	18	32	33	35
Sven	19	28	32	35
Marc	23	35	40	40
Christopher	15	23	25	27
Thorsten	29	35	36	40

Bist du sicher?

1 a) Zeichne einen Boxplot zu der Zahlenliste −1; 3; 4; 4; 4; 5; 6; 6; 6; 6; 7; 8; 16; 20.
b) Muss der Median immer im Innern der Box liegen? Begründe.
c) Kann es Boxplots „ohne Antennen“ geben? Begründe anhand von Zahlenbeispielen.

6 Eine Maschine verpackt Pralinenpackungen zu 500 g. Vier verschiedene Einstellungen lieferten bei Kontrollen des Verpackungsgewichts die Boxplots aus Fig. 1.
Welche Einstellung ist besonders günstig
a) für die Pralinenfirma,
b) für den Kunden?
c) Wie sieht der Boxplot einer für den Produzenten idealen Verpackungsmaschine aus?

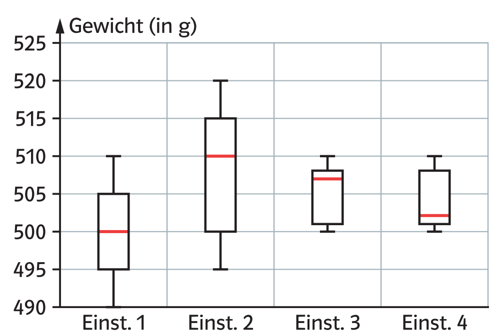


Fig. 1

7 Bei einem Test gab es maximal 16 Punkte.
Fig. 2 zeigt die Ergebnisse für drei Testgruppen von je 100 Personen.
a) Beschreibe in Worten, wie der Test ausgefallen ist.
b) Welcher Boxplot gehört zu welchem Säulendiagramm? Begründe deine Antwort.

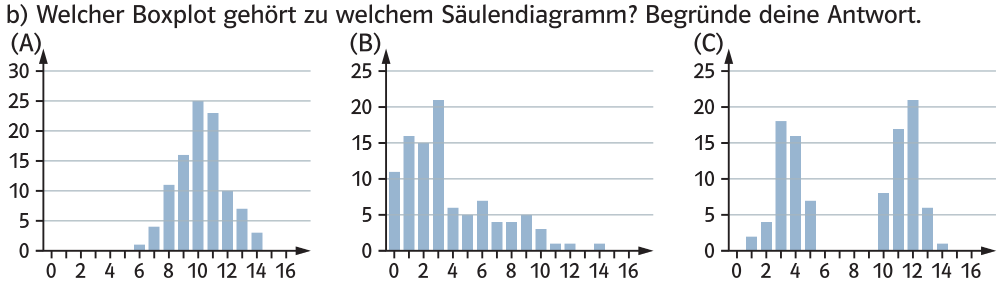


Fig. 2

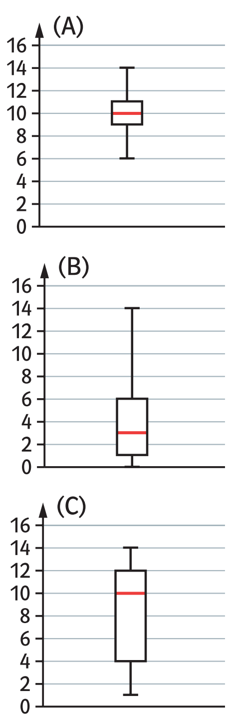


Fig. 3

4 Streuungsmaße

Im Mittel hat man an den Füßen eine angenehme Temperatur, wenn man einen Fuß in den Tiefkühlschrank und den anderen in kochendes Wasser hält.

Im angesprochenen Fall ist der Körper möglicherweise einer Temperatur zwischen −18 °C und 100 °C ausgesetzt. Die beeinflussenden Temperaturen streuen also zwischen diesem Maximal- und Minimalwert. Diese bei den Boxplots bereits eingeführte Spannweite zeigt uns, zwischen welchen Grenzen die Werte liegen. Die ermittelten Werte weichen zumeist vom Mittelwert ab – man sagt auch dazu, sie „streuen“ um den Mittelwert.
Die **Spannweite** als Differenz aus größtem und kleinstem Wert ist also ein Maß für die **Streuung der ermittelten Werte**.

Das folgende Beispiel wird zeigen, dass das Streuungsmaß „Spannweite“ für die Beschreibung einer Messreihe nicht ausreichend ist.

Zwei Stichproben sollen verglichen werden:
Stichprobe I: 15, 14, 16, 13, 17 Stichprobe II: 15, 6, 16, 18, 20
Beide Stichproben haben denselben Durchschnitt $\bar{x} = 15$ und denselben Zentralwert (Median) $z = 16$. Trotzdem unterscheiden sie sich wesentlich.
So beträgt die Spannweite bei der Stichprobe I 4 und bei der Stichprobe II 14.
Die Spannweite wird aber nur vom größten und vom kleinsten Wert beeinflusst, die „Streuung“ der Werte kann sich aber trotzdem noch stark unterscheiden. Neben dem Durchschnitt, dem Zentralwert und der Spannweite betrachtet man daher als ein weiteres Kennzeichen einer Stichprobe die „mittlere Abweichung vom Durchschnitt $\bar{x}$“:

Stichprobe I

Werte x_i	Abweichung von $\bar{x} = 15$
15	0
+ 14	1
+ 16	1
+ 13	2
+ 17	2
75	6
$\bar{x} = \frac{75}{5} = 15$	$\frac{6}{5} = 1{,}2$

Stichprobe II

Werte x_i	Abweichung von $\bar{x} = 15$
15	0
+ 6	9
+ 16	1
+ 18	3
+ 20	5
75	18
$\bar{x} = \frac{75}{5} = 15$	$\frac{18}{5} = 3{,}6$

Die mittlere Abweichung vom Durchschnitt ist bei Stichprobe II größer als bei Stichprobe I.
Man sagt dazu, die Werte von Stichprobe II „streuen“ stärker als die von Stichprobe I.

Sind $x_1, x_2, \ldots, x_n$ die n Werte einer Stichprobe und $\bar{x}$ der Durchschnitt der Werte der Stichprobe, so heißt

$$\frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$ die **mittlere Abweichung** vom Durchschnitt.

Neben Spannweite und mittlerer Abweichung können weitere Kenngrößen zur Charakterisierung einer Stichprobe verwendet werden:

Sind $x_1, x_2, \ldots, x_n$ die n Werte einer Stichprobe und $\bar{x}$ der Durchschnitt dieser Werte, so heißen

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

die **quadratische Abweichung** vom Durchschnitt oder **Varianz**,

und

$$s = \sqrt{s^2}$$

die **Standardabweichung**.

Beispiel

Von einer Lieferung Fahrradspeichen wurde von einer Stichprobe von 10 Speichen die genaue Länge (in mm) der Speichen gemessen:

269, 274, 269, 268, 272, 270, 269, 270, 268, 271.

a) Gib die Spannweite der Längen an.

b) Berechne die mittlere Abweichung vom Durchschnitt, die quadratische Abweichung vom Durchschnitt (Varianz) sowie die Standardabweichung.

Lösung:

a) *Die Spannweite ist die Differenz aus größtem Wert und kleinstem Wert.*

Spannweite: 274 mm − 268 mm = 6 mm.

b) Die Summe der Speichenlängen beträgt 2700, ihr Durchschnitt also 270. Für die Abweichungen ergeben sich dann die Zahlen 1, 4, 1, 2, 2, 0, 1, 0, 2, 1 mit dem Durchschnitt 1,4. Die mittlere Abweichung beträgt also 1,4 mm.

Die Quadrate der Differenzen von Stichprobenwerten und Durchschnitt sind 1, 16, 1, 4, 4, 0, 1, 0, 4, 1, d.h. die Varianz ist 3,2. Damit ergibt sich als Standardabweichung ein Wert von rund 1,79.

Aufgaben

1 Bei Liegestützen im Sportunterricht erzielten zwei Gruppen folgende Ergebnisse:

Gruppe 1: 18, 15, 12, 27, 6, 28, 16, 8, 15, 13, 29

Gruppe 2: 7, 31, 18, 11, 13, 8, 27, 19, 17, 12, 20

Berechne für jede Gruppe den Durchschnitt der erreichten Anzahl von Liegestützen, den Zentralwert, die Spannweite, die mittlere Abweichung vom Durchschnitt, die Varianz sowie die Standardabweichung.

2 Die Anzahl der Regentage beträgt im langjährigen Mittel für Amsterdam bzw. Rangun:

Monat	Jan.	Feb.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
Amsterdam	10	8	11	8	9	9	11	11	10	13	11	13
Rangun	1	1	1	2	13	23	25	24	20	11	4	1

a) Stelle die Verteilung der monatlichen Regentage grafisch dar.

b) Berechne für beide Messreihen den Durchschnitt der Anzahl der monatlichen Regentage, die Spannweite, die mittlere sowie die quadratische Abweichung vom Durchschnitt und die Standardabweichung.

3 Gegeben sind zehn blaue und zehn rote Zahlen:
10 6,1 10,3 7,1 8,2 12,6 10,4 5,6 1,1 10,6 9,7 5,4 3,9 8,1 3,3 4,5 4,8 12,2 8,4 7,3
a) Berechne den Durchschnitt, die Spannweite, die Varianz und die Standardabweichung.
b) Welche Werte ergeben sich, wenn man die einzelnen Zahlen ganzzahlig rundet?

4 In zwei Betrieben haben die Beschäftigten folgende Monatsgehälter (gerundet):

Gehalt in Euro	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	5000	6000	7000
Beschäftigte in Betrieb I	1	6	10	5	2	–	3	1	–	2	–
Beschäftigte in Betrieb II	1	2	5	7	3	–	1	–	–	–	1

Berechne für beide Betriebe jeweils die durchschnittliche Höhe der gerundeten Gehälter, die Spannweite, die mittlere und die quadratische Abweichung vom Durchschnitt, sowie die Standardabweichung.

5 Eine Fabrik hat die Wahl zwischen zwei gleich teuren Lieferanten von 10-mm-Bolzen. Sie hat aus den Produktionen jeweils eine Stichprobe von 12 Bolzen genommen und die Durchmesser genau vermessen. Bestimme für beide Firmen den durchschnittlichen Durchmesser der Bolzen, die Spannweiten der Durchmesser, die mittleren und die quadratischen Abweichungen vom Durchschnitt und die Standardabweichungen. Welche Firma fertigt genauer?

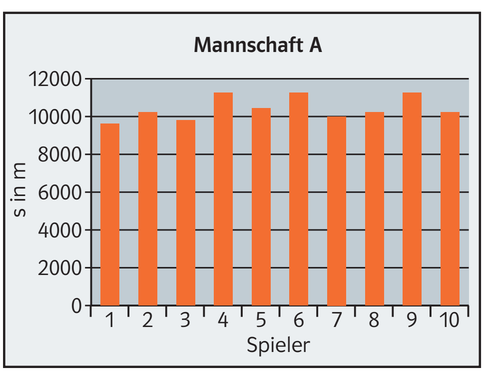
Firma Faller GmbH:
Durchmesser in mm

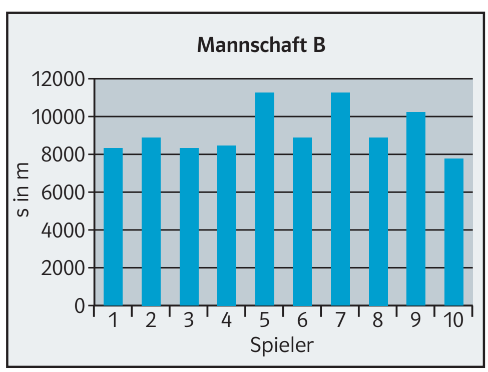
10,16	10,09	9,99	10,03	10,00	10,04
9,85	10,00	10,02	9,95	9,90	9,97

Firma Geiger & Sohn:
Durchmesser in mm

10,03	9,90	9,87	10,01	9,99	9,91
10,10	9,85	9,95	10,08	10,15	10,16

6 Nach einem Fußballspiel von Mannschaft A gegen Mannschaft B wird die Laufstärke der jeweils zehn Feldspieler statistisch ausgewertet. Dazu ist die Laufstrecke s jedes einzelnen Feldspielers beider Mannschaften gemessen und in den nachfolgenden Diagrammen grafisch dargestellt worden.

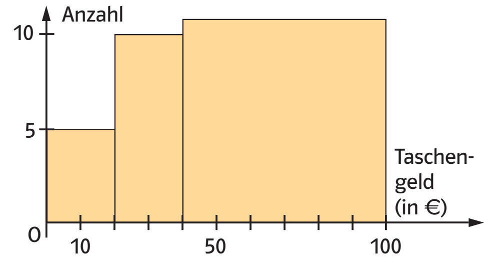




Die Berechnung des arithmetischen Mittels ergab 9395,2 m bzw. 10 275,4 m. Für die Standardabweichung wurden 456,1 m bzw. 956,6 m ermittelt.
In den Unterlagen wurde versäumt, diese Werte den Mannschaften zuzuordnen.
a) Wie groß ist das arithmetische Mittel der Laufstrecken der Spieler von Mannschaft A? Begründe deine Entscheidung anhand der Diagramme.
b) Welche der beiden angegebenen Standardabweichungen ist die Standardabweichung von Mannschaft B? Verwende die oben gegebenen Diagramme zur Begründung deiner Entscheidung.

5 Histogramme

In einer neunten Klasse wurde das monatliche Taschengeld erfasst und in einem Diagramm dargestellt. Sven argumentiert nun vor seinen Eltern, dass er mit monatlich 39 € zu wenig erhält, weil die meisten Schüler aus seiner Klasse mehr als 40 € erhalten. Hat er recht?



Ein Sportverein hat drei Sparten. Die Anzahl der Mitglieder in jeder Sparte nennt man ihre **absolute Häufigkeit**, den prozentualen Anteil an der Gesamtmitgliederzahl ihre **relative Häufigkeit**. Eine gute Übersicht über die Aufteilung der Mitglieder liefert eine **Häufigkeitsverteilung**.

Häufigkeitsverteilungen werden auf unterschiedliche Weise grafisch veranschaulicht. Dies kann z. B. durch ein Kreisdiagramm oder ein Blockdiagramm geschehen.

In einem Stabdiagramm von Fig. 1 ist eingetragen, wie häufig welche Punktzahlen in einer Sportlergruppe während eines Wettkampfs erreicht wurden. Diese Darstellung ist nicht sehr übersichtlich, da viele Ergebnisse auftreten. In solchen Fällen fasst man oft mehrere Ergebnisse zusammen, indem der Bereich der Ergebnisse in gleich breite **Klassen** eingeteilt wird.

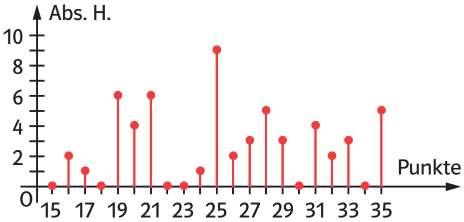


Fig. 1

Je nach Klasseneinteilung ergeben sich aus demselben Stabdiagramm ganz unterschiedliche Diagramme (vgl. Fig. 2 und 3).

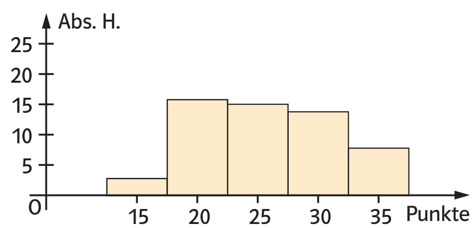


Fig. 2

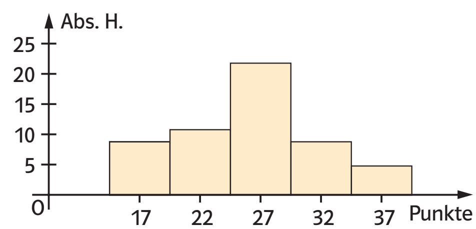
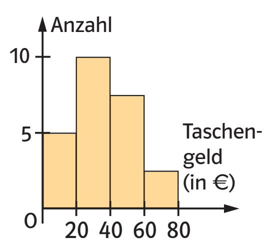


Fig. 3



Beide Diagramme zeigen dieselbe Situation, geben aber zu sehr unterschiedlichen Schlussfolgerungen Anlass. Diagramme sollten daher mit Umsicht erstellt und ausgewertet werden. Entscheidend ist die richtige Wahl der Klassengrenzen. Es empfiehlt sich, verschiedene Klasseneinteilungen vorzunehmen und Vergleiche zu ziehen. Für die Säulenhöhe kann man absolute Häufigkeiten, relative Häufigkeiten oder den Quotienten aus relativer Häufigkeit und Klassenbreite, die so genannte **Häufigkeitsdichte** verwenden.

Anschauliche Diagramme klassierter Daten, die die reale Situation widerspiegeln, erhält man mit gleichen Klassenbreiten. Dabei verwendet man als Säulenhöhe absolute Häufigkeiten, relative Häufigkeiten oder den Quotienten aus relativer Häufigkeit und Klassenbreite, die so genannte Häufigkeitsdichte.

Fig. 1 zeigt den Ausschnitt aus einer Urliste mit Geschwindigkeiten, die bei 1134 Kraftfahrzeugen in der Nähe einer Grundschule gemessen wurden. Da diese Urliste unübersichtlich ist, fasst man „benachbarte“ Geschwindigkeiten zu Klassen der Breite 15 zusammen und ermittelt die zugehörigen Häufigkeiten:

Klasse (km/h)	$0 < v \leqq 15$	$15 < v \leqq 30$	$30 < v \leqq 45$	$45 < v \leqq 60$	$60 < v \leqq 75$	$75 < v \leqq 90$
Klassenmitte (km/h)	7,5	22,5	37,5	52,5	67,5	82,5
absolute Häufigkeit	90	424	444	164	10	2
rel. Häufigkeit (h)	7,9 %	37,4 %	39,2 %	14,5 %	0,9 %	0,2 %
Häufigkeitsdichte (f)	0,005 29	0,024 93	0,026 10	0,009 64	0,000 59	0,000 12

Urliste

	km/h
1	14,0
2	13,2
3	19,7
4	13,7
5	11,7
6	30,3
…	…
1129	87,6
1130	13,2
1131	19,5
1132	22,4
1133	54,0
1134	25,3

Fig. 1

Die Veranschaulichung kann über zwei Diagrammformen erfolgen.

Säulendiagramm
Wenn man die relativen Häufigkeiten als Längen von Säulen veranschaulicht, entsteht ein Säulendiagramm. Die Summe der Längen aller Säulen hat den Wert 1 (100 %).

Histogramm
Wenn man die relativen Häufigkeiten als Flächen von Rechtecken veranschaulicht, entsteht ein Histogramm. Die Summe der Flächeninhalte hat den Wert 1 (100 %).

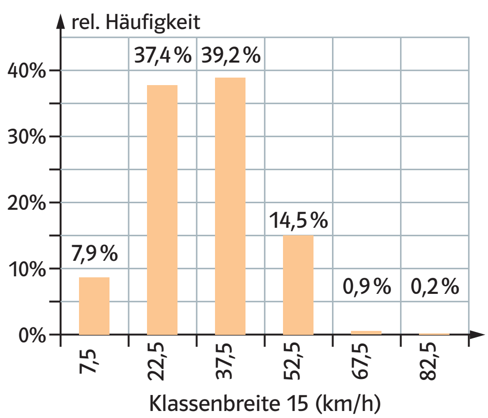


Fig. 2

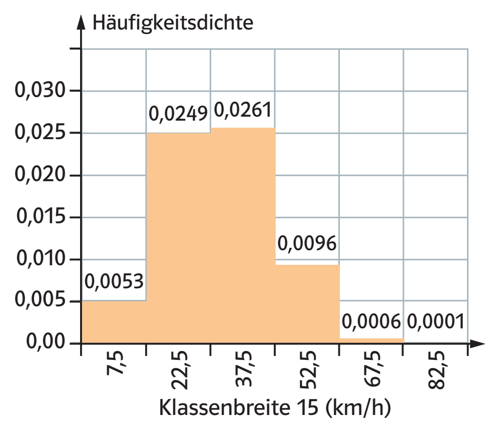


Fig. 3

Beispiel 1 (relative Häufigkeit – Häufigkeitsdichte)
a) Bei einem Test erreichten 23 von 78 Teilnehmern eine Punktzahl X von 13, 14 oder 15. Bestimme die Höhe des Histogramm-Rechtecks, also die Häufigkeitsdichte, über dem Intervall (12; 15].
b) Mit welcher relativen Häufigkeit lag die Punktzahl X im Intervall (8; 12], wenn die Häufigkeitsdichte den Wert 0,12 besitzt?
Lösung:
a) Für die relative Häufigkeit gilt $h = \frac{23}{78} \approx 0{,}295 = 29{,}5\,\%$. Die Häufigkeitsdichte ergibt sich zu $f = \frac{0{,}295}{3} \approx 0{,}098$. Das Rechteck hat die Breite 3 und die Höhe 0,098.
b) Für die gesuchte relative Häufigkeit h erhält man $h = 4 \cdot 0{,}12 = 0{,}48$, d.h. 48 %.

Beachte:
$x \in (a, b]$ heißt $a < x \leqq b$
$x \in (a; b)$ heißt $a < x < b$
$x \in [a; b)$ heißt $a \leqq x < b$
$x \in [a; b]$ heißt $a \leqq x \leqq b$

Beispiel 2 (Erstellung eines Histogramms)
In der Klasse 9c mit 24 Schülern wurde mit einer Befragung ermittelt, wie hoch die Handygebühren im letzten Monat waren. Dabei ergab sich folgende Tabelle:

Gebühren in Euro	0 – 9,99	10 – 19,99	20 – 29,99	30 – 39,99	40 – 49,99	50 – 59,99
Anzahl	3	4	6	7	2	2

Berechne die Häufigkeitsdichte und zeichne ein Histogramm.

Lösung:

Gebühren in Euro	0 – 9,99	10 – 19,99	20 – 29,99	30 – 39,99	40 – 49,99	50 – 59,99
Anzahl	3	4	6	7	2	2
rel. Häufigkeit	0,125	0,167	0,25	0,292	0,083	0,083
Häufigkeitsdichte	0,0125	0,0167	0,025	0,0292	0,0083	0,0083

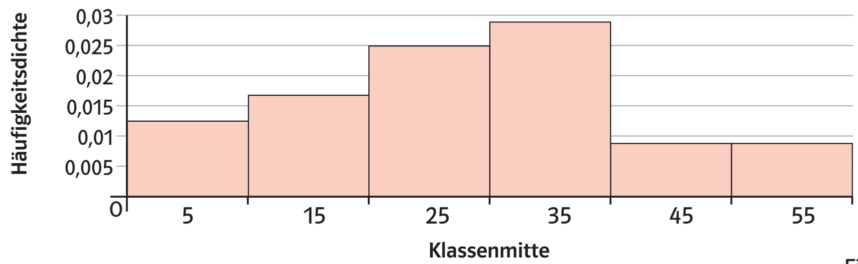


Fig. 1

Um die Anteile der einzelnen Klassen richtig einzuschätzen zu können, muss man die Rechteckflächeninhalte vergleichen. Aussagekräftige Ergebnisse erhält man aber nur, wenn die Klassenbreiten gleich gewählt werden.

Aufgaben

1 Bei sechs von 27 Schülern lagern die monatlichen Telefongebühren im Intervall (25 €; 50 €). Berechne die zugehörige relative Häufigkeit und die Häufigkeitsdichte.

2 Übertrage die durch Fig. 2 gegebene Tabelle in dein Heft und fülle die Leerstellen aus.

Klassenbreite	3	6	1,5	0,4		
relative Häufigkeit	17 %		100 %		15 %	20 %
Häufigkeitsdichte		0,1		2	0,15	4

Fig. 2

3 Erstelle aus den im Stabdiagramm von Fig. 3 gegebenen Daten zwei Histogramme. Nutze dabei folgende Klasseneinteilung:
1. Histogramm: 2,5 – 7,5; 7,5 – 12,5; 12,5 – 17,5; …; 32,5 – 37,5
2. Histogramm: 4,5 – 9,5; 9,5 – 14,5; 14,5 – 19,5; 19,5 – 24,5; 24,5 – 29,5; 29,5 – 34,5
Was ergibt ein Vergleich der beiden Histogramme? Welches ist realistischer und weshalb?

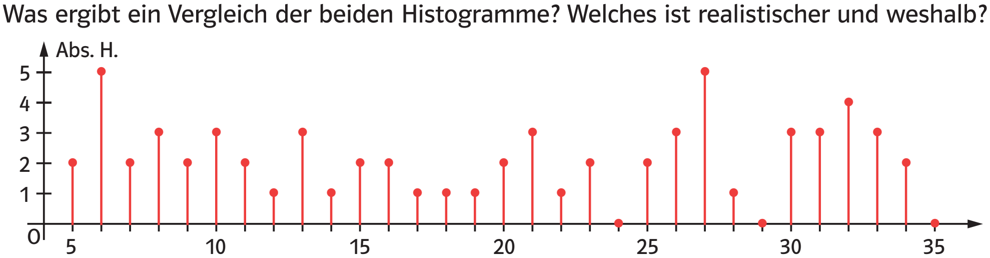


Fig. 3

Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen

1 In der Tabelle sind die jährlichen Niederschlagsmengen einiger Orte dargestellt.

Beobachtungsstation	Niederschlagsmenge (in l/m²)
List auf Sylt	804
Greifswald	647
Lübeck	994
Hannover	802
Potsdam	766
Leipzig	591
Frankfurt a. M.	727
Trier	795
Regensburg	898
Freiburg i. Br.	989

a) Stelle die angegebenen jährlichen Niederschlagsmengen in einem Boxplot dar.
b) Beurteile unter Nutzung der Deutschlandkarte die regionale Verteilung der Niederschlagsmengen. Was sind die Gründe für die regionalen Unterschiede?
c) Angenommen, in Lübeck fiele im gleichen Beobachtungszeitraum doppelt so viel Niederschlag. Welche Lagemaße würden sich verändern? Was ändert sich dann beim Boxplot?

2 Die Notenspiegel zeigen die Ergebnisse einer Mathematikarbeit in drei Klassen.

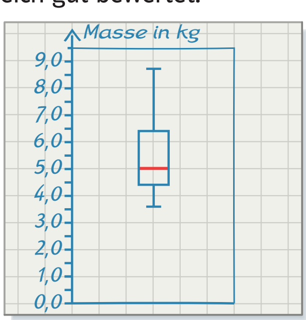
Klasse	Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
9 a	2	5	10	9	3	0
9 b	2	6	11	7	3	0
9 c	0	4	12	3	1	0

Begründe mithilfe der Lagemaße, in welcher Klasse die Arbeit am besten ausfiel.

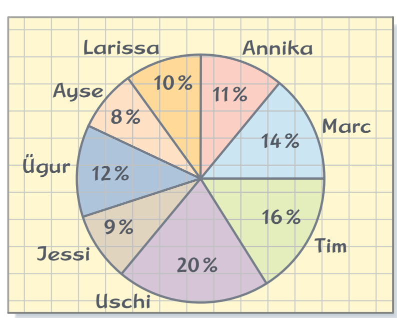
3 Die Massen von Schultaschen (Fig. 1) sollen im Rahmen einer Klassenarbeit sinnvoll grafisch dargestellt werden. Tim und Annika haben verschiedene Diagramme gezeichnet. Der Lehrer bewertet die beiden Diagramme sehr unterschiedlich.
a) Welches Diagramm bekommt vermutlich die geringere Punktzahl, weil es nach Auffassung des Lehrers sinnlos ist? Wie könnte die Begründung des Lehrers aussehen?
b) Versuche durch einen geeigneten Erläuterungstext den Lehrer umzustimmen, sodass er beide Diagramme gleich gut bewertet.

Annika	4,7 kg
Marc	6,2 kg
Tim	7,1 kg
Uschi	8,7 kg
Jessi	3,9 kg
Ügur	5,2 kg
Ayse	3,6 kg
Larissa	4,6 kg

Fig. 1



Tim



Annika

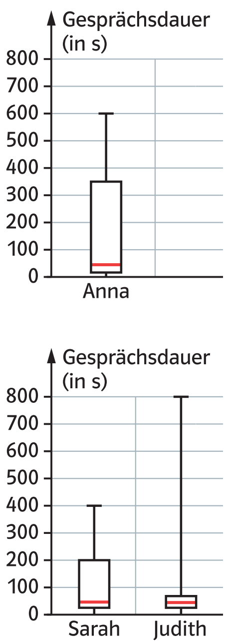


Fig. 1

4 Fig. 1 veranschaulicht die Dauer der von Sarah, Judith bzw. Anna im Monat März geführten Telefongespräche.
a) Was kannst du daraus über das Telefonierverhalten der drei Mädchen ablesen?
b) Wie schätzt du dein eigenes Telefonierverhalten ein? Zeichne einen Boxplot.
c) Judith hatte im betrachteten Monat die höchste Telefonrechnung. Kann das mit rechten Dingen zugehen oder muss da etwas falsch gelaufen sein? Begründe deine Meinung.

5

Monat	Jan.	Feb.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
Niederschlag in mm	35	42	41	45	30	85	120	75	20	40	88	115

Berechne zu den gemessenen Niederschlagsmengen
a) den Durchschnitt, b) den Zentralwert, c) die Spannweite,
d) die mittlere Abweichung vom Durchschnitt, e) die Varianz,
f) die Standardabweichung.

6 Fig. 2 zeigt die Häufigkeit, mit der verschiedene Altersgruppen in Unfälle im Straßenverkehr verwickelt sind. Die Darstellung legt die Vermutung nahe, dass für 18- bis 60-Jährige der Straßenverkehr am gefährlichsten ist.
a) Trifft das in Wirklichkeit zu? Begründe deine Antwort.
b) Gegen welches grundlegende Prinzip bei der Wahl der Klassenbreiten hat man bei dem durch Fig. 2 gegebenen Histogramm verstoßen?
c) Welche Altersgruppeneinteilung würdest du vornehmen?
d) Versuche aus Fig. 2 herauszufinden, welche der von dir gewählten Altersgruppen im Straßenverkehr am stärksten gefährdet sind.

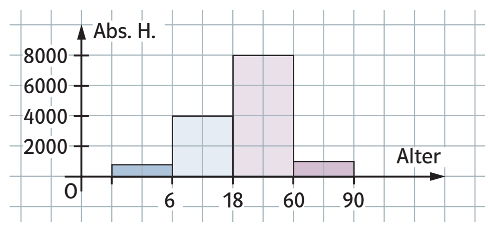


Fig. 2

7 Peter und Sonja haben im gesamten Schuljahr je sieben Noten im Fach Mathematik bekommen. Für die erreichten Noten ermitteln beide den Median und vergleichen. Bei Peter ist er 2, bei Sonja 3. Peter ist nun davon überzeugt, von beiden der bessere „Mathematiker" zu sein. Der Mathematiklehrer ermittelt aus den Noten die Jahresnoten, und da erhält Peter eine 3, Sonja aber eine 2. Wie kann das sein?

8 Eine Umfrage zur Anzahl der im Haushalt lebenden Tiere ergab folgende ungeordnete Liste: 6; 2; 0; 1; 1; 3; 2; 2; 1; 0; 0; 3; 4; 1; 1; 2; 2; 2; 5; 3; 2; 3; 4; 4.
a) Bestimme die Lagemaße.
b) Stelle die Anzahl der Haustiere pro Haushalt sowohl in einem Histogramm als auch in einem Kreisdiagramm und einem Boxplot dar. Welche der Darstellungen sagt dir am meisten zu? Begründe deinen Standpunkt.

9 In einer Tageszeitung einer Großstadt erfolgt einmal im Jahr getrennt nach Schularten (Grundschule, Oberschule, Gymnasium) eine Bewertung der Schulen der Stadt. Damit will man Eltern und Schülern Hilfe geben bei der Auswahl der für sie günstigsten Schule. Was sollten deiner Meinung nach die wichtigsten Kriterien sein, die für die Bewertung einer Schule von Bedeutung sind? Gehe dabei auf den Stellenwert ausgewählter Kriterien für die verschiedenen Schularten ein.

10 Über die drei Mathematikarbeiten, die in diesem Schuljahr in der aus 20 Schülem bestehenden 9. Klasse geschrieben wurden und bei denen jeweils alle Schüler der Klasse mitgeschrieben haben, ist bezüglich der erreichten Noten folgendes bekannt:
1. Arbeit: Spannweite 1; Notendurchschnitt 2,5
2. Arbeit: Spannweite 3; Notendurchschnitt 2,5; dreimal Note 1
3. Arbeit: Spannweite 4; Notendurchschnitt 3; zweimal Note 1; dreimal Note 2
Gib für jede der drei Arbeiten einen passenden Notenspiegel der Klasse an.

11 Im Sportunterricht einer sechsten Klasse steht Schlagballweitwurf auf dem Programm. Von den 12 anwesenden Jungen der Klasse werden folgende Weiten (in Meter gemessen) erzielt:

23; 17; 19; 29; 21; 18; 31; 22; 29; 26; 24; 28

Berechne das arithmetische Mittel und den Median der erzielten Weiten.
Gegen Ende der Sportstunde kommt noch das Sportass Lars hinzu, der ebenfalls noch einmal werfen darf und eine Weite von 42 m erzielt. Ermittle, welchen Einfluss das auf das arithmetische Mittel und den Median hat. Welche Aussagen über den Einfluss sogenannter „Ausreißer“ auf arithmetisches Mittel und auf Median kann man formulieren?

12 Bei einer Stichprobe zur Überprüfung der Angaben für den Verbraucher werden zufällig je zehn Pralinenpackungen mit einem angegebenen Füllgewicht von 250 Gramm von zwei Herstellern ausgewählt und ihr Inhalt wird gewogen:
Firma 1: 248, 253, 251, 249, 246, 254, 246, 250, 252, 247
Firma 2: 247, 248, 253, 253, 248, 253, 252, 251, 249, 248
a) Ermittle für beide Stichproben jeweils die Spannweite sowie den Durchschnitt der Werte.
b) Welche Firma würdest du auf Grund der Ergebnisse von Teilaufgabe a) bevorzugen? Begründe deine Entscheidung.
c) Ermittle für beide Stichproben jeweils die mittlere Abweichung, die quadratische Abweichung sowie die Standardabweichung.

13 Norman ist Schüler der Klasse 9c. Die 25 Schüler der Klasse hatten eine Klassenarbeit geschrieben, deren Ergebnisse der Lehrer in einem Notenspiegel festgehalten hatte. Norman hatte ihn übernommen, aber wie er später bemerkte, nicht vollständig. Er hatte vergessen einzutragen, wie viele Schüler die Noten 1 und 2 erzielt hatten.

Noten	1	2	3	4	5	6	Klassendurchschnitt
Anzahl			10	5	1	0	2,76

Hilf Norman dabei, die Anzahl der in dieser Klassenarbeit erzielten Noten 1 und 2 zu ermitteln.

14 Welche Aussagen über eine Stichprobe kannst du formulieren, wenn ihre Standardabweichung den Wert Null besitzt? Wie groß ist in einem solchen Fall die Spannweite dieser Stichprobe?

15 Als Paul seine Hausaufgaben erledigen will, stellt er erschreckt fest, dass seine Aufschriebe nicht vollständig sind. Er hat sich mit 11, 15, 16, 18 und 29 nur fünf der sechs Werte einer Stichprobe notiert. Paul weiß noch, dass der Durchschnitt der Stichprobenwerte 19 beträgt. Die Aufgabe lautet, für die Stichprobe die mittlere Abweichung sowie die quadratische Abweichung vom Durchschnitt zu bestimmen.
Wie muss er vorgehen?

Exkursion   Mit Graphen und Diagrammen mogeln

Funktionen werden in Fachbüchern, Zeitschriften oder Zeitungen häufig durch Graphen oder Diagramme dargestellt. Besser als in Wertetabellen lassen sich so Eigenschaften der Funktionen gut ablesen. Man erkennt zum Beispiel auf einen Blick, wo Funktionswerte positiv oder negativ sind, in welchen Bereichen sie ansteigen oder abfallen bzw. wo sie maximale oder minimale Werte annehmen. Die meisten verwendeten Graphen sind einwandfrei. Mitunter wird aber auch gemogelt, um beim Leser einen gewünschten Eindruck hervorzurufen.

Eine Firma erzielte in den Jahren 2002 bis 2012 folgende Verkaufszahlen:

Jahr	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Verkaufszahlen	8849	8853	8862	8863	8862	8871	8874	8879	8879	8873	8871

Aufgrund dieser Werte werden folgende Grafiken erstellt:

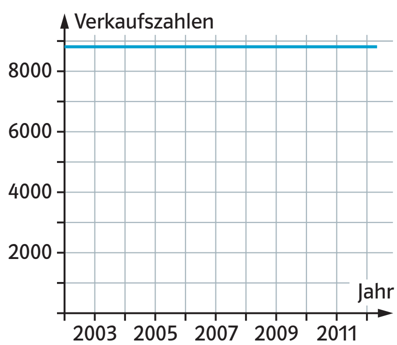


Fig. 1

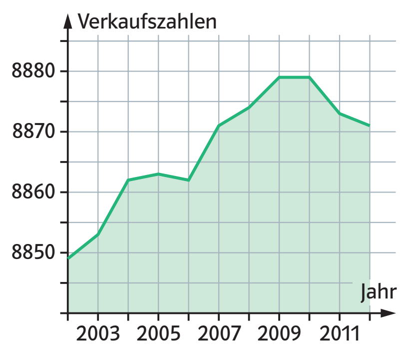


Fig. 2

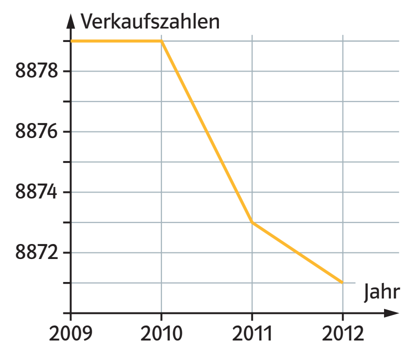


Fig. 3

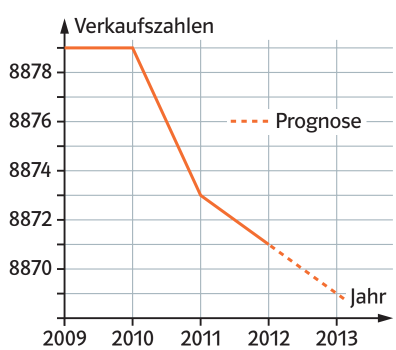


Fig. 4

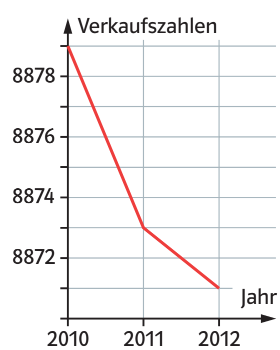


Fig. 5

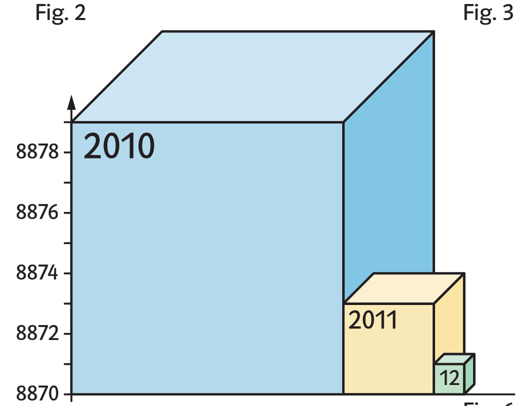


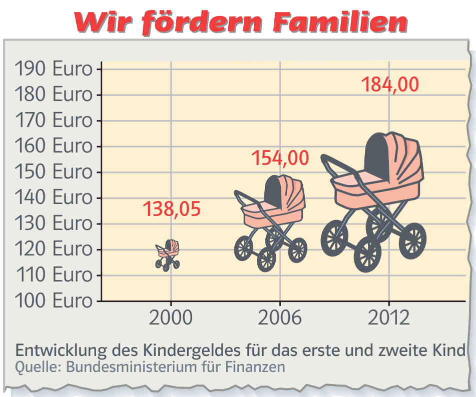
Fig. 6

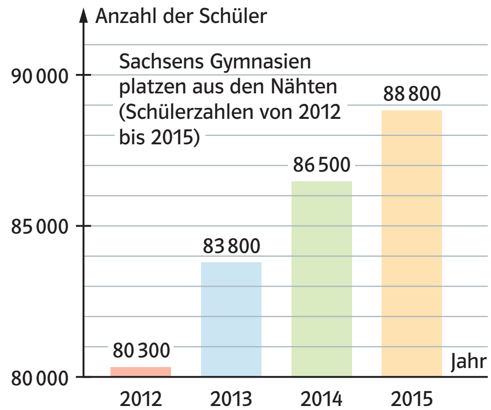
1 Untersuche, ob in den Darstellungen von Fig. 1 bis Fig. 6 die Entwicklung der Verkaufszahlen richtig wiedergegeben wurde.

2 Beschreibe, welchen Eindruck man bei einzelnen Darstellungen gewinnen kann und wodurch dieser Eindruck erzeugt wird.

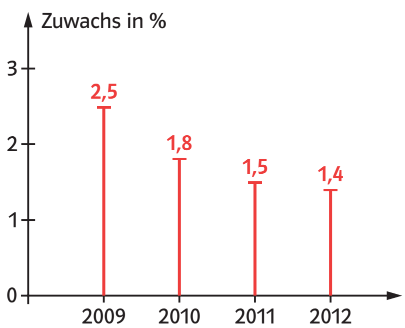
3 Überlege, welche Personen Interesse an den verschiedenen Darstellungen haben könnten. Schreibe aus Sicht dreier dieser Personen jeweils einen kurzen Zeitungsartikel zu der entsprechenden Grafik mit einer geeigneten Überschrift.

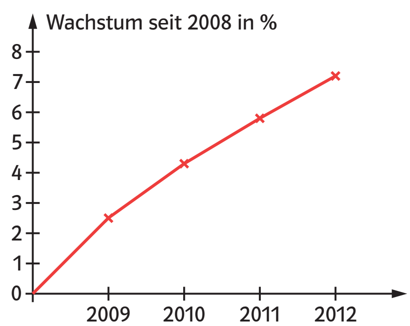
4 Untersuche die folgenden Grafiken im Hinblick auf Mogeleien.





5 Beim Entwurf für den Haushaltsplan in einer Großstadt gibt es Unstimmigkeiten in Bezug auf die Ausgaben für die öffentliche Sicherheit. Ein Teil der Mitglieder der Stadtverordnetenversammlung ist der Meinung, dass auf Grund der Sicherheitslage die Ausgaben gesenkt werden können, während der andere Teil für eine Erhöhung plädiert. Mit folgenden auf den gleichen Daten beruhenden Grafiken untermauern die beiden Gruppen ihre Auffassung:





Welche Gruppe hat deiner Ansicht nach Recht? Ist eine der Grafiken falsch, oder geht es nur darum, die Grafiken richtig zu lesen?

6 Norman erhielt für seine Leistung in der Mathematikarbeit die Note 2. Der Klassendurchschnitt der 25 Schüler ist 3,0. Der Mathelehrer hatte mit einem Stempel den Notenspiegel ins Arbeitsheft gebracht.

Note	1	2	3	4	5	6	∅
Anzahl							3,0

Fig. 1

Er hatte dort, wie in Fig. 1 ersichtlich, den erreichten Durchschnitt eingetragen, aber vergessen anzugeben, wie viele Schüler jeweils die einzelnen Noten erreicht haben. Welche Daten müsste Norman eintragen, wenn er bei seinen Eltern Eindruck erwecken möchte, dass er eine Spitzenleistung erzielt hat? Könnte es auch sein, dass er mit der Note 2 zum schwächeren Teil der Klasse gehört? Begründe deine Auffassung.

7 Sucht in Zeitungen und Zeitschriften nach Grafiken und kontrolliert, ob und in welcher Form dort bei Darstellungen gemogelt wurde.

8 Im Lokalblatt einer Stadt wird im Sportteil kurz über die Ergebnisse eines Leichtathletiksportfestes berichtet. Hervorgehoben wird in der Meldung, dass sich im Weitsprung die drei Vertreterinnen des örtlichen Sportvereins alle unter den besten Sechs platzieren konnten. Leichtathletikfan Gunar ruft in der Redaktion an, um genauere Informationen über die Platzierung der drei Sportlerinnen zu erfahren. Ihm wird mitgeteilt, dass die drei die Plätze vier, fünf und sechs belegt haben und dass es insgesamt sieben Teilnehmerinnen gab. Man hat mit der Zeitungsmeldung das Resultat also positiver „verkauft“, als es tatsächlich war. Wenn du den Fakt, dass Ron im Sprint unter 10 Teilnehmern den vierten Platz belegt hat, als Kurzmeldung formulieren solltest, wie könnte diese dann in positiver bzw. negativer Form lauten?

Porträt Papst Leo XIII. (1810–1903), Papst von 1878–1903

9 Man sagt eigentlich zu Recht, dass regelmäßige sportliche Betätigung gesund ist und folglich ein Grund dafür sein kann, dass man dann auch auf ein längeres Leben hoffen darf. Wenn man aber die durchschnittliche Lebenserwartung für Mitglieder bestimmter Berufsgruppen betrachtet, stimmt einen das doch nachdenklich. Jeder versteht, dass Perlentaucher, Sumoringer oder früher im Uranbergbau tätige Grubenarbeiter eine relativ geringe durchschnittliche Lebenserwartung haben. Woran mag es aber wohl liegen, dass die Gruppe der Päpste eine der Gruppen mit der höchsten Lebenserwartung ist?

10 Im Internet findet man eine „Liste mit Großstädten in Deutschland“ mit Angaben zur Einwohnerzahl dieser Städte. Für ausgewählte Städte sind diese Angaben für die Jahre 2010 und 2011 in der nebenstehenden Tabelle zusammengefasst.

	Berlin	Dresden	Leipzig	Chemnitz
2010	3400725	523058	522883	243248
2011	3501872	529781	531809	243173

Was hältst du von diesen Zahlenangaben? Wieso hat Sarah recht, wenn sie beim Betrachten dieser Angaben sagt, dass sie schon gern wissen möchte, in welchem Monat jeweils die Zählung erfolgte. Kannst du Gustav verstehen, der anfügt, dass man bei solchen Zahlen sogar Tag und Stunde angeben muss? Was wäre aus deiner Sicht eine sinnvolle Genauigkeit für die Angabe von Einwohnerzahlen von Großstädten?

11 Beim Einkauf im Supermarkt interessieren sich Sonja und Petra für die Preise der einzelnen Artikel.
Bei den Regalen stellen sie fest, dass es sehr viele Waren gibt, deren Preise mit 99 Cent enden. Generell haben die meisten Preise am Ende eine 9 oder 5 stehen. Einen Preis, bei dem nach dem Komma eine 01 oder eine 02 steht, suchen die beiden vergebens. An der Fleischtheke finden sie die Kilopreise für Fleischwaren, die oftmals auch nach dem Komma eine 99 stehen haben. Wurstwaren werden mit Preisen für jeweils 100 Gramm versehen, auch dort dominiert als letzte Ziffer die 9.
Ist das alles zufällig, oder könnte es auch andere Gründe für dieses auf den ersten Blick überraschende Erscheinungsbild geben?

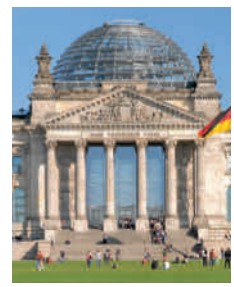
12 Im ZDF wird regelmäßig ein Politbarometer erstellt, in dem die politische Stimmungslage unter der Bevölkerung der BRD in Bezug auf die verschiedenen Parteien erfasst wird. Am 22. Februar 2013 wurde durch den Fernsehsender das nebenstehende Umfrageergebnis präsentiert. Natürlich möchte jede Partei die Ergebnisse dieser Umfrage nutzen, um sowohl die eigenen Mitglieder als auch ihre Anhänger zu motivieren und aus der Umfrage für sich etwas Positives ableiten.

Politische Stimmungslage

	Nov 2	Dez	Jan 1	Jan 2	Febr
CDU/CSU	40 %	44 %	49 %	45 %	41 %
SPD	32 %	34 %	27 %	31 %	33 %
FDP	2 %	2 %	2 %	2 %	3 %
Linke	6 %	5 %	4 %	5 %	5 %
Grüne	15 %	13 %	13 %	13 %	15 %
Piraten	4 %	1 %	2 %	2 %	–

Fig. 1

Ausgehend von den in der Tabelle Fig. 1 erfassten Daten wären z. B. folgende Formulierungen möglich:



CDU/CSU Wir sind stets die stärkste Partei und konnten seit November noch von 40 % auf 41 % zulegen.

SPD Ausgehend von der ersten Umfrage des Jahres sind uns im Jahr 2013 deutliche Steigerungen gelungen.

FDP Seit November 2012 haben wir 50 % Zuwachs erzielt.

Linke 25 % Zuwachs seit Anfang Januar stimmen uns hoffnungsvoll.

Grüne Es ist uns gelungen, von Dezember bis jetzt deutlich zuzulegen.

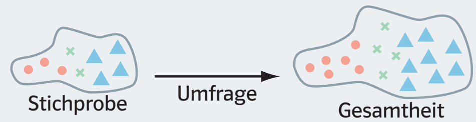
Piraten Nach einem Tief im Dezember ging es im Januar wieder aufwärts.

Stell dir nun vor, du hättest die Aufgabe, bei jeder Partei die Entwicklung ihrer politischen Stimmungslage kritisch zu sichten. Welche sich aus den vorliegenden Daten ergebende Formulierungen wären denn dann möglich?

13 Mogeleien gibt es natürlich auch anderswo. So versucht Silvio seinen Klassenkameraden klarzumachen, dass sie beim besten Willen keine Zeit für das Lernen haben. Er begründet das wie folgt:
„Zur Vorbereitung auf den Schlaf, den Schlaf selber und das Aufstehen benötigt ihr zwei Fünftel des Tages, also 146 Tage im Jahr. Für den Rest bleiben dann noch höchstens 220 Tage (im Schaltjahr). Zum Essen benötigt ihr 5 Viertel Stunden pro Tag, also im Jahr 19 Tage. Damit verbleiben noch 201 Tage. Eine Stunde am Tag sitzt bestimmt jeder am Computer, am Fernseher oder liest ein Buch. Das sind weitere 15 Tage im Jahr. So etwa anderthalb Stunden am Tag dürften für die Schulwege und für notwendige Erholungspausen benötigt werden. Das sind 23 Tage im Jahr und damit verbleiben noch 163 Tage. Wenn wir davon noch die 52 Sonntage und die 101 Ferientage abziehen, bleiben 10 Tage übrig. Nun gibt es ja aber im Jahr auch noch 10 Feiertage. Das bedeutet, dass zum Lernen noch 0 Tage, also überhaupt keine Zeit verbleibt."
Muss man sich nun mit dieser sehr bedauerlichen Situation abfinden, oder enthalten die Ausführungen von Silvio Ungereimtheiten?
Muss man ihn eventuell auf Denkfehler aufmerksam machen?

Rückblick

Bei **statistischen Erhebungen** werden Daten als Stichproben gesammelt. Die **Stichprobe** ist eine Teilgruppe der Gesamtheit. Stimmt sie in ihren Eigenschaften weitgehend mit der Gesamtheit überein, so heißt sie **repräsentativ**. Die Aussagen über die Stichprobe können dann auf die Gesamtheit übertragen werden.



Ordnen von Daten
Lassen sich Daten einer Stichprobe der Reihe nach ordnen, so erhält man eine **Ordinalskala**.
Sind die Abstände zwischen zwei benachbarten Folgegliedern einer Ordinalskala gleich groß, dann bezeichnet man diese als **metrische Skala**.
Lässt sich für die Daten einer Stichprobe keine Reihenfolge angeben, ergibt sich eine **Nominalskala**.

Meinungsumfragen und Verkehrszählungen sind Beispiele für statistische Erhebungen
Merkmale: 15; 3; 6; 11; 16
Ordinalskala: 3; 6; 11; 15; 16

metrische Skala: 4; 6; 8; 10; 12; 14
Merkmale: rot, blau, violett, gelb, grün
Nominalskala: Auflistung der Farben

Lagemaße
Lagemaße beschreiben die Verteilung von Daten einer Stichprobe genauer. Zu den Lagemaßen gehören der Modalwert, der Median und das arithmetische Mittel.
Der **Modalwert** ist der häufigste Wert in der Liste.
Der **Median (Zentralwert)** liegt in der Mitte einer geordneten Liste. Man schreibt dafür z. Der Median teilt den Datensatz in zwei Hälften. Ist die Anzahl der Daten gerade, so nimmt man das arithmetische Mittel der beiden mittleren Werte als Median.
Das **arithmetische Mittel** (Durchschnitt) errechnet man, indem man alle Werte addiert und durch die Anzahl dividiert. Es wird mit $\bar{x}$ bezeichnet.

Urliste: 15; 12; 7; 6; 15; 14; 11; 7; 7; 16

7 ist der Modalwert.
Geordnete Liste:
6; 7; 7; 7; 11; 12; 14; 15; 15; 16
$z = (11 + 12) : 2 = 11{,}5$ *ist der Median.*

$\bar{x} = (6 + 7 + 7 + 7 + 11 + 12 + 14 + 15 + 15 + 16) : 10 = 11$

Streuungsmaße
Zu den Streuungsmaßen gehören die Spannweite, die mittlere Abweichung vom Durchschnitt, die Varianz und die Standardabweichung.
Die **Spannweite** d ist die Differenz zwischen dem größten und dem kleinsten Wert.
Die **Mittlere Abweichung** vom Durchschnitt ist die Summe der Beträge aus Listendaten und Mittelwert $\bar{x}$, geteilt durch die Anzahl der Daten der Stichprobe.
Die **Varianz** s^2 ist die Summe der Quadrate der Differenzen aus Listendaten und Mittelwert $\bar{x}$, geteilt durch die Datenanzahl.
Die **Standardabweichung** s ist die Wurzel aus der Varianz.

$d = 16 - 6 = 10$

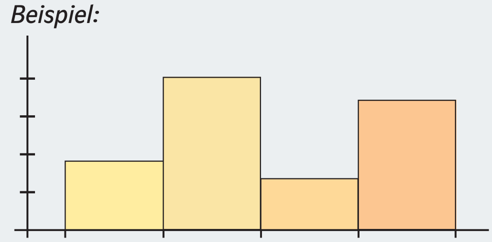
$\frac{|6-11| + |7-11| \cdot 3 + |11-11| + |12-11| + |14-11| + |15-11| \cdot 2 + |16-11|}{10} = 3{,}4$

$s^2 = \frac{(6-11)^2 + (7-11)^2 \cdot 3 + \ldots + (15-11)^2 \cdot 2 + (16-11)^2}{10} = 14$

$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{14} \approx 3{,}74$

Histogramme
Histogramme veranschaulichen die Anteile nach erfolgter Klasseneinteilung. Die relativen Häufigkeiten werden als Flächen von Rechtecken veranschaulicht, deren Summe 1 beträgt. Die Breite der Rechtecke entspricht der Klassenbreite. Die Höhe berechnet man mit relativer Häufigkeit durch Klassenbreite, der sogenannten Häufigkeitsdichte.

Beispiel:



Training

1 Erstelle eine geordnete Liste der Erhebung und ermittle die Lagemaße:
2; 4; 4; 8; 10; 8; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 10; 8; 6; 6; 6; 4; 4; 6; 2; 2; 4; 10; 8; 6; 6; 8; 10.

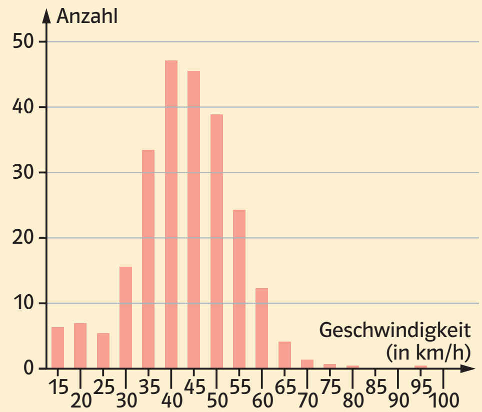
2 Bestimme für die in der Tabelle angegebenen Werte den Modalwert, den Median und das arithmetische Mittel.

Wert	10	20	30	40	50	60	70
Absolute Häufigkeit	13	14	21	23	13	19	7

3 Eine Befragung der Teilnehmer einer Arbeitsgemeinschaft Schach hat ergeben, dass sieben Teilnehmer 12 Jahre, zehn Teilnehmer 13 Jahre, sechs Teilnehmer 14 Jahre alt sind und ein Teilnehmer 15 Jahre alt ist.
a) Erstelle ein Säulendiagramm mit den absoluten Häufigkeiten.
b) Erstelle einen Boxplot zur Altersstruktur der AG-Mitglieder.
c) Welche Bedeutung haben bei dieser Befragung der Modalwert, der Median und das arithmetische Mittel?

4 In der 9a kamen 12 Schüler mit dem Fahrrad, 9 Schüler mit dem Bus, 6 Schüler zu Fuß in die Schule und 3 Schüler wurden mit dem Auto gebracht.
a) Berechne die zugehörigen relativen Häufigkeiten in Brüchen und in Prozent.
b) Zeichne ein Säulendiagramm zu den absoluten Häufigkeiten.
c) Zeichne ein Kreisdiagramm zu den relativen Häufigkeiten.

5 Die Geschwindigkeiten, die während eines Tages auf einer Straße in einer geschlossenen Ortschaft gemessen wurden, sind (immer auf Vielfache von 5 km/h gerundet) in nebenstehendem Diagramm veranschaulicht.
a) Wie viel Prozent der Autofahrer fuhren schneller als die erlaubten 50 km/h?
b) Wie viel Bußgeld wäre an diesem Tag fällig geworden, wenn die Polizei jeden Temposünder geblitzt hätte?
c) Denke dir ein Diagramm aus, mit dem du die Höhe der eingenommen Bußgelder gut veranschaulichen könntest.



Bußgeldkatalog (2013):
Eine Geschwindigkeitsüberschreitung kostet

bis 10 km/h	*15 €*
bis 15 km/h	*25 €*
bis 20 km/h	*35 €*
bis 25 km/h	*80 € 1P.*
bis 30 km/h	*100 € 3P.*
bis 40 km/h	*160 € 3P.*
bis 50 km/h	*200 € 4P.*
bis 60 km/h	*280 € 4P.*

In den letzten drei Fällen wird der Führerschein für ein bzw. zwei Monate eingezogen.

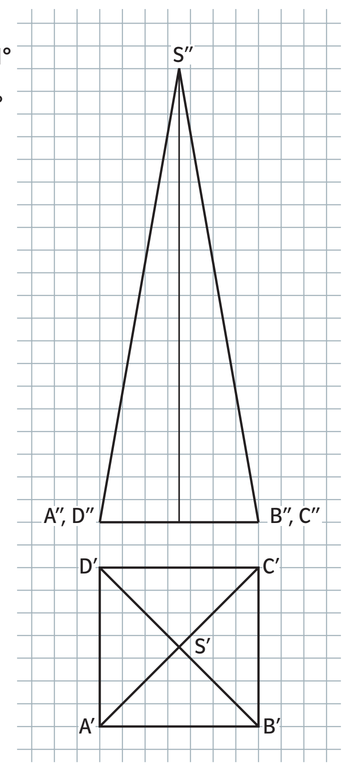
6 Veranschauliche jeweils durch ein selbst gewähltes Zahlenbeispiel, was mit folgenden Aussagen gemeint ist.
a) Durchschnittlich kamen 26 000 Zuschauer zu den Heimspielen.
b) Durchschnittlich wurden im Diktat 6,2 Fehler gemacht.
c) Bei jedem zweiten Fahrrad funktioniert die Beleuchtung nicht.

7 Bei einem Test werden in einer 9. Klasse folgende Größen (in cm) ermittelt:
Jungen: 165, 154, 159, 173, 182, 161, 175, 181, 176, 162, 169, 178, 161, 180
Mädchen: 170, 152, 158, 167, 155, 174, 178, 162, 163, 170, 173, 167, 163, 168
Berechne für beide Datengruppen jeweils den Mittelwert, den Median, die Varianz und die Standardabweichung. Vergleiche die Ergebnisse.

Die nicht verglasten kongruenten Teildreiecke haben zusammen den Flächeninhalt
$A' = \frac{1}{2} \cdot (7{,}20\,\text{m} - 3{,}90\,\text{m}) \cdot h'$ mit
$h' = 1{,}65\,\text{m} \cdot \tan(42{,}5°)$.
Also ist $A' = 1{,}65\,\text{m} \cdot 1{,}65\,\text{m} \cdot \tan(42{,}5°) \approx 2{,}49\,\text{m}^2$, und für den Flächeninhalt A_G der Verglasung ergibt sich
$A_G = A - A' \approx 9{,}39\,\text{m}^2$.

7
$\tan(\alpha) = \frac{a}{\frac{a}{2}\sqrt{2}} = \sqrt{2}$, also $\alpha = 54{,}7°$

8
a) $s \approx 10{,}3\,\text{cm}$
b) $\tan(\alpha) = \frac{10\,\text{cm}}{1{,}75\,\text{cm}}$; $\alpha \approx 80{,}1°$
$\sin(\beta) \approx \frac{10\,\text{cm}}{10{,}3\,\text{cm}}$; $\beta \approx 76{,}1°$
c) Zweitafelbild:
gemessen: $\alpha \approx 80°$



d) $V \approx 40{,}8\,\text{cm}^3$;
$A_O \approx 83{,}3\,\text{cm}^2$

Kapitel VI, Bist du sicher? Seite 207

1
Der Modalwert ist 3, der Median ist 3 und das arithmetische Mittel etwa 3,17.

Kapitel VI, Bist du sicher? Seite 210

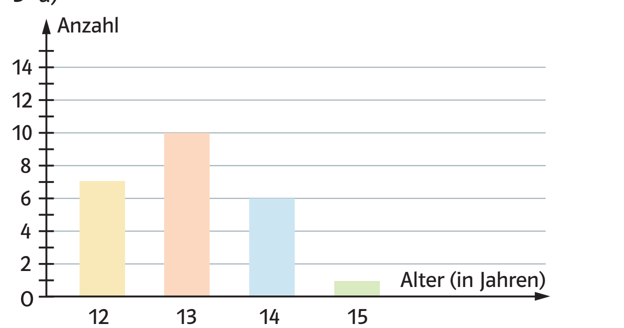
1
a) Der Median ist 6, die Box geht von 4 (unteres Quartil) bis 7 (oberes Quartil).
Die Antennen reichen bis −1 und 20.
b) Der Median liegt immer in der Box, weil das untere Quartil nicht größer und das obere Quartil nicht kleiner ist als der Median.
c) Wenn der Median der unteren Hälfte dem Minimum gleicht, gibt es keine untere Antenne,
wenn der Median der oberen Hälfte dem Maximum gleicht, dann gibt es keine obere Antenne.
Bei der Liste 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4 geht die Box von 3 bis 4, der Median ist 3,5. Es gibt keine Antennen.

Kapitel VI, Training, Seite 225

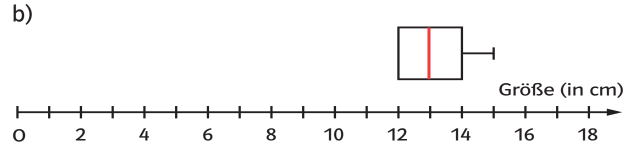
1
2; 2; 2; 2; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 8; 8; 8; 8; 8; 10; 10; 10; 10; 10; 12
Modalwert = 6; Median: $z = 6$; $s = 12 - 2 = 10$; $\bar{x} = 6{,}3$

2
Modalwert = 40; $z = 40$; $\bar{x} = 4240 : 110 \approx 38{,}5$

3 a)



b)



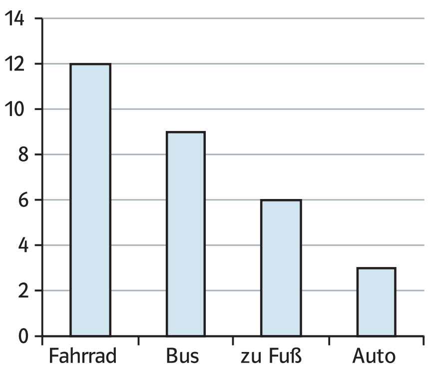
c) Der Modalwert gibt das am häufigsten vorkommende Alter an, hier 13 Jahre, d.h. dass die meisten Teilnehmer 13 Jahre alt sind. Der Median ($z = 13$) gibt an, dass genauso viele Teilnehmer älter bzw. jünger als 13 Jahre sind.
Das arithmetische Mittel (≈ 13,04) gibt das durchschnittliche Alter der Teilnehmer an. Zu beachten ist, dass die Ausgangsdaten nur auf volle Jahre angegeben sind.

4

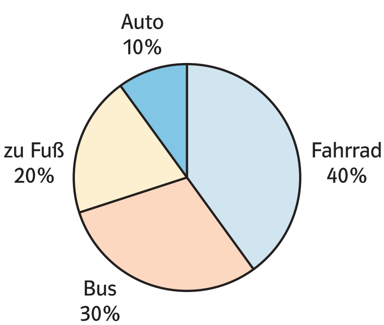
a)

Fahrrad	12	$\frac{2}{5}$	40 %
Bus	9	$\frac{3}{10}$	30 %
zu Fuß	6	$\frac{1}{5}$	20 %
Auto	3	$\frac{1}{10}$	10 %
Summe	30	1	100 %

b) Säulendiagramm:



c) Kreisdiagramm:



5

a) Schneller als 50 $\frac{km}{h}$ fuhren 45 von 243, also ca. 18,5 %.

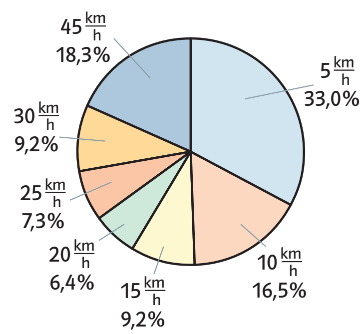
b)

Überschreitung bis	Anzahl	Höhe des Bußgeldes	Einnahmen	
5 $\frac{km}{h}$	24	15 €	360 €	33,0 %
10 $\frac{km}{h}$	12	15 €	180 €	16,5 %
15 $\frac{km}{h}$	4	25 €	100 €	9,2 %
20 $\frac{km}{h}$	2	35 €	70 €	6,4 %
25 $\frac{km}{h}$	1	80 €	80 €	7,3 %
30 $\frac{km}{h}$	1	100 €	100 €	9,2 %
35 $\frac{km}{h}$	0	160 €	0 €	0,0 %
40 $\frac{km}{h}$	0	160 €	0 €	0,0 %
45 $\frac{km}{h}$	1	200 €	200 €	18,3 %
		Summe	1090 €	

Man würde 1090 € einnehmen.

c) Man könnte darstellen, wie viel Prozent der Gesamteinnahmen auf die einzelnen Geschwindigkeitsklassen entfallen.

Überschreitung um … $\frac{km}{h}$ erbringen … % der eingenommenen Bußgelder (Werte gerundet):



6

a) z. B.:

	Zuschauer
Spiel 1	25 928
Spiel 2	27 276
Spiel 3	22 756
Spiel 4	28 040
Mittelwert	26 000

b) z. B.:

	Fehlerzahl
Schüler 1	4
Schüler 2	6
Schüler 3	8
Schüler 4	6
Schüler 5	7
	6,2

c) z. B.:

Beleuchtung O.K. 12
Beleuchtung defekt 12

7

	Jungen	Mädchen
Mittelwert (in cm)	169,7	165,7
Median (in cm)	171	167
Varianz (in cm^2)	80,49	50,63
Standardabweichung (in cm)	8,97	7,12

Die Jungen in der Klasse sind im Mittel größer als die Mädchen. Die Streuung der Körpergröße ist innerhalb der Gruppe der Jungen größer als innerhalb der Gruppe der Mädchen.

Bildquellennachweis

U1.1 Corbis (Diego Lezama Orezzoli), Düsseldorf; **U1.2** Getty Images (Stone/Jody Dole), München; **4.1** Avenue Images GmbH (image 100), Hamburg; **4.2** Thinkstock (Digital Vision), München; **4.3** iStockphoto (photo75), Calgary, Alberta; **5.1** Caro Fotoagentur (Muhs), Berlin; **5.1** Corbis (Bernd Kohlhas/zefa), Düsseldorf; **5.3** Avenue Images GmbH (Brand X Pictures), Hamburg; **8.1** ESA, Darmstadt; **8.2** Avenue Images GmbH, Hamburg; **8.3** Klett-Archiv, Stuttgart; **8.4** FOCUS (Russell Kightley), Hamburg; **8.4** Okapia (Mantis Wildlife Films/OSF), Frankfurt; **8.5** Avenue Images GmbH (Digital Vision), Hamburg; **8.6** FOCUS (Russell Kightley), Hamburg; **9.1** Avenue Images GmbH (image 100), Hamburg; **9.1** ddp images GmbH (ddp/Lohnes), Hamburg; **11.1** Fotolia.com (Cornelia Pithart), New York; **16.1** akg-images, Berlin; **31.1** shutterstock (legenda), New York, NY; **36.1** iStockphoto (MinnieMenon), Calgary, Alberta; **37.1** iStockphoto (Ben van der Zee), Calgary, Alberta; **39.1** PIXTAL, New York NY; **42.1** Getty Images RF (Photodisc), München; **44.1** Artothek (Joseph S. Martin), Weilheim; **45.1** Corbis, Düsseldorf; **45.2** Ullstein Bild GmbH (Roger Viollet), Berlin; **45.3** Interfoto (Sammlung Rauch), München; **45.4** aus: Jahresbericht der deutschen mathematischen Vereinigung, 1927; **48.1** Ullstein Bild GmbH (CARO/Westermann), Berlin; **49.2** Freelens Media GmbH (Hardy Haenel), Hamburg; **49.3** akg-images (Andre Held), Berlin; **56.1** Thinkstock (Digital Vision), München; **59.1** Corbis (Sidney/zefa), Düsseldorf; **63.1** Fotex GmbH (Rainer Mader), Hamburg; **67.1** Fotolia.com (Marco2811), New York; **67.2** iStockphoto (Jeff McDonald), Calgary, Alberta; **67.3** NASA, Washington, D.C.; **68.1** Deutsches Museum, München; **69.2** Deutsches Museum, München; **72.1** iStockphoto (photo75), Calgary, Alberta; **72.2** VISUM Foto GmbH (Joerg Mueller), Hamburg; **72.3** Alamy Images (David Pearson), Abingdon, Oxon; **73.1** Getty Images (Lifesize/Mike Powell), München; **73.2** Corbis (Louie Psihoyos/Science Faction), Düsseldorf; **73.3** Corbis RF (masterfile/zefa), Düsseldorf; **73.4** Getty Images (Stone+/MECKY), München; **75.1** Corel Corporation Deutschland, Unterschleissheim; **75.2** Getty Images (Photographer's Choice/Jeff Hunter), München; **75.3** Picture-Alliance (ZB/Waltraud Grubitzsch), Frankfurt; **75.4** Imago (Hanke), Berlin; **76.1** Klett-Archiv (Simianer und Blühdorn), Stuttgart; **86.1** Klett-Archiv (Simianer und Blühdorn), Stuttgart; **87.1** Ammergauer Alpen GmbH, Gemeinde Oberammergau, Oberammergau; **87.2** Mauritius Images (Herman Eisenbeiss/Photo Researchers, Inc.), Mittenwald; **88.1** Mauritius Images, Mittenwald; **89.1** Corel Corporation Deutschland, Unterschleissheim; **90.1** Getty Images (Stone/Quadrant Picture Lib), München; **90.2** dreamstime.com (Maunger), Brentwood, TN; **91.1** Deffte, Tim, Gladbeck; **91.2** iStockphoto (Martin Kawalski), Calgary, Alberta; **91.3** Ullstein Bild GmbH (Reuters), Berlin; **92.1** Ullstein Bild GmbH (Erwin Falk), Berlin; **98.1** Imago (McPHOTO), Berlin; **100.1** MEV Verlag GmbH, Augsburg; **105.1** Corbis (Bettmann), Düsseldorf; **106.1** CC-BY-SA-3.0 (ANKAWÜ), siehe *3; **106.3** Herr Stanko Ferle, www.klappbogen.de, Zagreb; **109.2** Avenue Images GmbH (Brand X Pictures), Hamburg; **109.2** MEV Verlag GmbH, Augsburg; **112.1** Corbis (Bettmann), Düsseldorf; **116.1** allOver, Plourivo; **116.2** Imago (Hans Blossey), Berlin; **117.1** Avenue Images GmbH (Corbis RF), Hamburg; **117.3** Astrofoto (van Raavenswaay), Sörth; **117.4** akg-images, Berlin; **119.1** Gebhardt, Dieter, Asperg; **120.1** Corbis (Arvind Garg), Düsseldorf; **121.1** Caro Fotoagentur (Muhs), Berlin; **121.1** PantherMedia GmbH (Axel Drosta), München; **122.1** Action Press GmbH, Hamburg; **122.2** FOCUS (Christophe Guibbaud/Vandystadt), Hamburg; **123.1** Avenue Images GmbH (PhotoDisc), Hamburg; **125.1** GE Energy, Atlanta, GA; **125.2** Mauritius Images (Mitterer), Mittenwald; **125.3** iStockphoto (cristianl), Calgary, Alberta; **126.1** Klett-Archiv, Stuttgart; **128.1** Europa-Park GmbH & Co Mack KG, Rust; **132.1** Das Fotoarchiv (Thomas Mayer), Essen; **133.1** Picture-Alliance (Jan-Peter Kasper), Frankfurt; **133.2** Picture-Alliance (ZB/Jan-Peter Kasper), Frankfurt; **136.1** Thinkstock (iStockphoto), München; **137.1** MEV Verlag GmbH, Augsburg; **139.2** Imago (Japan-Photo), Berlin; **141.1** ESA (DLR/FU Berlin/G. Neukum), Darmstadt; **143.1** Picture-Alliance (dpa), Frankfurt; **144.1** Klett-Archiv, Stuttgart; **147.1** Klett-Archiv (Semianer&Blühdorn), Stuttgart; **148.1** Imago (imagebroker), Berlin; **149.1** Fotolia.com (Dudarev Mikhail), New York; **149.2** gemeinfrei; **149.3** gemeinfrei; **151.1** akg-images (Herve Champollion), Berlin; **151.2** Creativ Collection Verlag GmbH, Freiburg; **151.3** Thinkstock (iStockphoto), München; **151.4** Thinkstock (iStockphoto), München; **151.5** akg-images, Berlin; **151.6** Picture-Alliance (Peter Endig ZB/lsn), Frankfurt; **152.1** Corbis (Bettmann), Düsseldorf; **152.3** gemeinfrei; **153.1** Fotolia.com (Rémy MASSEGLIA), New York; **153.1** Thinkstock (iStockphoto), München; **155.1** FOCUS (Michael Peuckert), Hamburg; **155.1** iStockphoto (Buxton), Calgary, Alberta; **155.3** Frorider.ch, Hausen a.A.; **155.4** Ullstein Bild GmbH (united archives), Berlin; **161.1** Bridgeman Art Library Ltd. (Held Collection), Berlin; **161.2** Corbis (Gianni Dagli Orti), Düsseldorf; **161.2** Klett-Archiv (Simianer & Blühdorn), Stuttgart; **163.1** Schwaneberger Verlag GmbH Unterschleißheim, MICHEL-Nummer 633; **163.2** Schwaneberger Verlag GmbH, Unterschleißheim; **167.1** Corbis (Bernd Kohlhas/zefa), Düsseldorf; **172.1** Bilderberg (Till Leeser), Hamburg; **173.1** iStockphoto (Julia Chernikova), Calgary, Alberta; **174.1** Ullstein Bild GmbH (Ihlow), Berlin; **176.1** shutterstock (pjmorley), New York, NY; **180.1** iStockphoto (Jan Tyler), Calgary, Alberta; **182.1** Schönbach, Ulrich, Hannover; **184.1** Avenue Images GmbH (image 100), Hamburg; **184.2** Corbis RF (RF), Düsseldorf; **184.3** Werner Otto Reisefotografie - Bildarchiv, Oberhausen; **185.1** Klett-Archiv (Inga Surrey), Stuttgart; **185.2** Klett-Archiv (Inga Surrey), Stuttgart; **185.3** Picture-Alliance (Thomas Eisenhuth/dpa), Frankfurt; **185.4** shutterstock (Clearlens), New York, NY; **186.1** Corbis (Rolf Richardson/Robert Harding World Imagery), Düsseldorf; **188.1** Ullstein Bild GmbH (Uselmann), Berlin; **189.1** BPK, Berlin; **190.1** akg-images, Berlin; **190.2** Getty Images (Archive Photos), München; **191.1** Corbis (Bettmann), Düsseldorf; **191.2** Picture-Alliance (maxppp/©MP/Leemage), Frankfurt; **191.3** Ullstein Bild GmbH (Granger Collection), Berlin; **194.1** PantherMedia GmbH (tupungato), München; **194.1** Ullstein Bild GmbH (The Granger Collection), Berlin; **194.2** Ullstein Bild GmbH (The Granger Collection), Berlin; **194.3** Schwaneberger Verlag GmbH Unterschleißheim, MICHEL-Nummer 633; **194.6** Ullstein Bild GmbH (Lebrecht Music & Arts), Berlin; **195.1** BPK, Berlin; **196.1** Bridgeman Art Library Ltd. (Held Collection), Berlin; **197.1** gemeinfrei; **199.1** CC-BY-SA-3.0 (Josell7), siehe *3; **199.2** Picture-Alliance (maxppp), Frankfurt; **200.1** Kulka, Matthias, Hamburg; **200.2** Corbis (Staffan Widstrand), Düsseldorf; **201.1** Klett-Archiv (Andreas Staiger), Stuttgart; **201.2** Picture-Alliance (Anja Niedringhaus), Frankfurt; **201.3** Avenue Images GmbH (Brand X Pictures), Hamburg; **202.1** Picture-Alliance (Norbert Schmidt), Frankfurt; **202.1** Photothek.net Gbr (T. Imo), Radevormwald; **204.1** Ullstein Bild GmbH (Zapf), Berlin; **205.1** Ulrich Niehoff Fotoproduktionen und Bildarchiv, Bienenbüttel; **218.1** Thinkstock (Stockbyte/George Doyle), München; **219.1** PantherMedia GmbH (Baloncici), München; **219.2** PantherMedia GmbH (Serdar Ba amp), München; **222.1** shutterstock (Jonathan Feinstein), New York, NY; **222.1** Getty Images RF (Digital Vision/John Cumming), München; **222.2** Corbis (Tarker), Düsseldorf; **223.1** shutterstock (IH-Images), New York, NY; **226.1** PantherMedia GmbH (titelio), München; **226.2** PantherMedia GmbH (Feng Yu), München; **226.3** Texas Instruments/TI-84 Plus C Silver Edition, eingetragenes Warenzeichen von Texas Instruments; **229.1** Klett-Archiv (Simianer & Blühdorn), Stuttgart

Mathematik ist mehr als Rechnen. Mit Mathematik kann man die Welt um uns herum beschreiben und verstehen, Probleme in ihr lösen und Vermutungen aufstellen und begründen. Hierzu benötigt man verschiedene Fähigkeiten, die durch die acht Symbole dargestellt sind. Diese begleiten dich durch dein Schulbuch und weisen darauf hin, welche Schwerpunkte im jeweiligen Kapitel eine Rolle spielen. Du lernst zum Beispiel:

Argumentieren / Kommunizieren
Dass nur die Rückschau Rechnung und Problem in Einklang bringen kann.

Problemlösen
Dass man Gleichungen systematisch in Form bringen kann, um Probleme zur Lösung zu führen.

Modellieren
Dass man mit quadratischen Funktionen eine Brücke zwischen Mathematik und Realität bauen kann, auf der sich trefflich laufen lässt.

Werkzeuge
Dass der Taschenrechner nicht nur schneller rechnen kann als wir, sondern auch schneller zeichnen kann.

Arithmetik / Algebra
Dass auch Zahlen auf ihr Outfit achten, um schlank und elegant daherzukommen, und dass quadratische Terme verschiedene Gestalten annehmen können, um sich immer von der besten Seite zu zeigen.

Funktionen
Dass es nicht nur im Leben, sondern auch bei bestimmten Funktionen ganz schlanke Figuren gibt.

Geometrie
Warum ein Förster gelegentlich mit einem Dreieck im Wald steht und deshalb auf Dreiecke steht.

Stochastik
Wie man mit Wahrscheinlichkeiten hinter verschlossene Türen schauen kann.

ISBN: 978-3-12-**734191**-81