mathbuch

Mathematik für die Sekundarstufe I

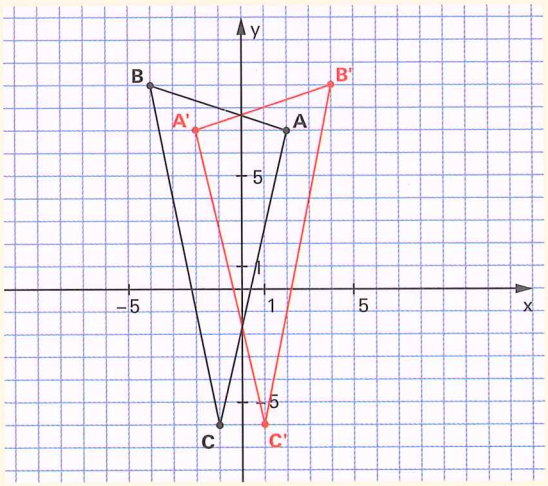
Lösungen zum Arbeitsheft

2+

Schulverlag plus AG
Klett und Balmer Verlag

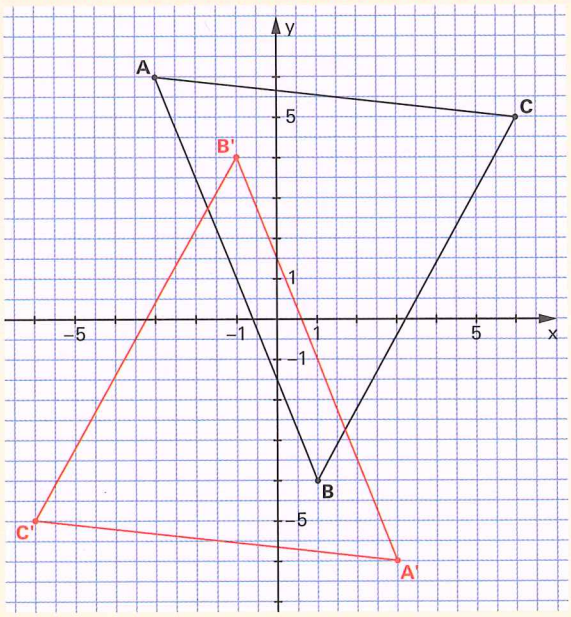
S. 5–6 **1 Koordinaten – Kongruenzabbildungen**

1 A



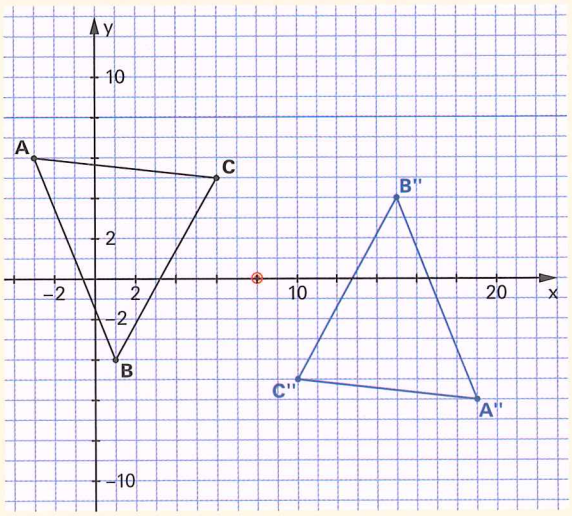
B A'(–2/7), B'(4/9), C(1/–6)

2 A



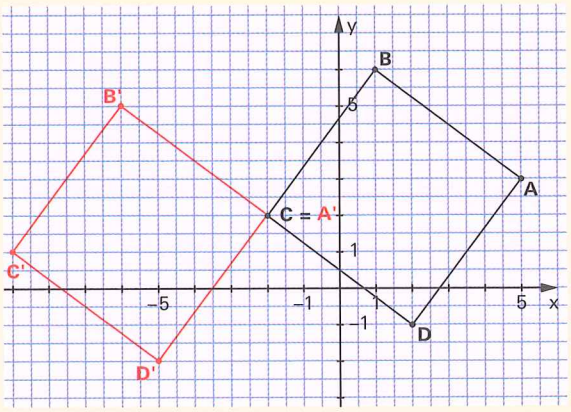
B A'(3/–6), B'(–1/4), C'(–6/–5)
Die Koordinaten der Bildpunkte sind die Gegenzahlen der Koordinaten der Originalpunkte.

C A''(19/–6), B''(15/4), C''(10/–5)



3 A D(2/–1)

B B'(–6/5), C'(–9/1), D'(–5/–2)

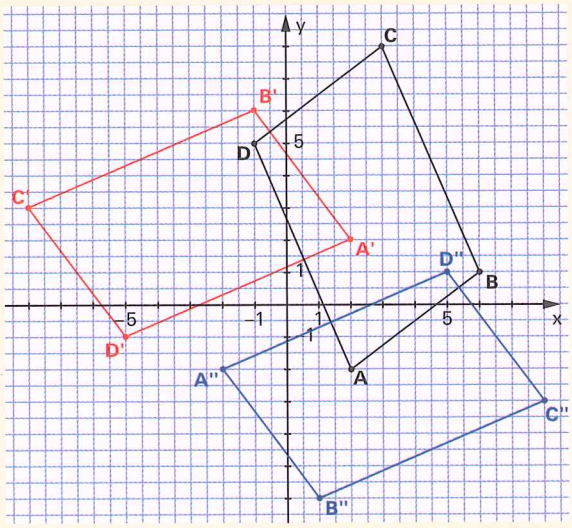


C 25

4 A D(–1/5)

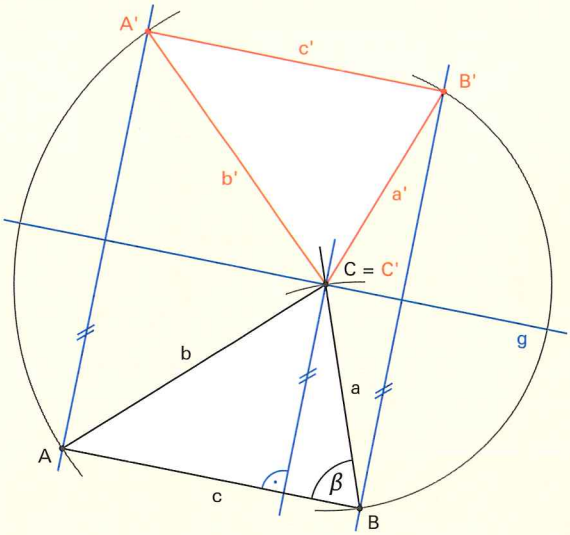
B A'(2/2), B'(–1/6), C'(–8/3), D'(–5/–1)

C A''(–2/–2), B''(1/–6), C''(8/–3), D''(5/1)



D Erstes Argument: Aus C'(–8/3) wird C''(8/–3). Die Vorzeichen der Koordinaten werden also umgekehrt. Das ist immer das typische Resultat einer Spiegelung am Punkt (0/0).
Zweites Argument: Zweimal Drehen um je 90° entspricht einer Drehung um 180°. Eine Drehung um 180° ist immer identisch mit einer Spiegelung am Drehpunkt dieser Drehung.

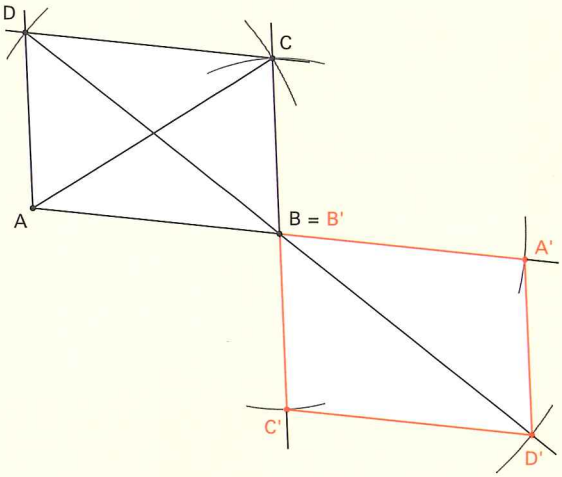
5 A und C



B Schreibe einen Konstruktionsbericht.

1.) Strecke c = $\overline{AB}$ zeichnen.
2.) Im Punkt B den Winkel β einzeichnen.
3.) Vom Punkt B aus Strecke a auf den freien Schenkel von β abtragen. Das ergibt Punkt C.

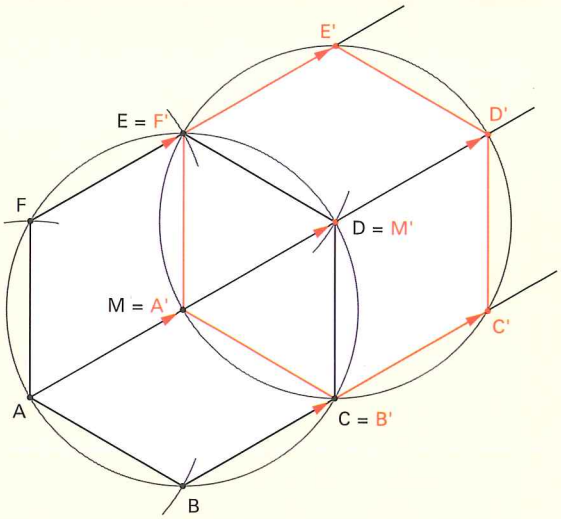
6 A und B



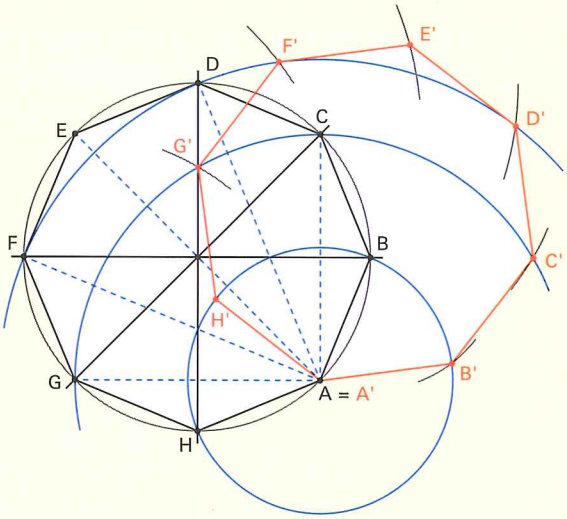
C Spiegelung am Punkt B:

1.) Gerade $\overline{BC}$ über B hinaus verlängern, Strecke $\overline{BC}$ von B aus abtragen ergibt C'.
2.) Gerade $\overline{AB}$ über B hinaus verlängern, Strecke $\overline{AB}$ von B aus abtragen ergibt A'.
3.) Gerade $\overline{BD}$ über B hinaus verlängern, Strecke $\overline{BD}$ von B aus abtragen ergibt D'.
4.) B' ist identisch mit B (B ist der einzige Fixpunkt der Spiegelung).

7 A, B und C



8 A und B



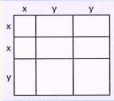
C Drehung um den Eckpunkt A:

1.) Drehung des Punkts B um 60° um A: Kreis um A mit Radius $\overline{AB}$, Strecke $\overline{AB}$ von B auf den Kreis abtragen ergibt B'.
2.) Drehung des Punkts C um 60° um A: Kreis um A mit Radius $\overline{AC}$, Strecke $\overline{AC}$ von C auf den Kreis abtragen ergibt C'.
3.) Gleiches Verfahren an den Punkten D, E, F, G und H ergibt die Punkte D', E', F', G', H'.
4.) A' ist identisch mit A.

S. 7–12 **2 Terme für Umfang und Fläche**

1 A

Figur 1



Flächeninhalt
als Summenterm
$2x^2 + 5xy + 2y^2$
als Produktterm
$(2x + y)(x + 2y)$

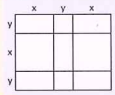
Umfang
als Summenterm
$x + 2y + 2x + 3y + 3x + y = 6x + 6y$
als Produktterm
$2(3x + 3y)$

Figur 2

Flächeninhalt
als Summenterm
$2x^2 + 3xy + y^2$
als Produktterm
$(2x + y)(x + y)$

Umfang
als Summenterm
$y + 2x + y + x + 2x + y + x + y = 6x + 4y$
als Produktterm
$2(3x + 2y)$

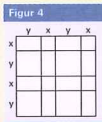
Figur 3



Flächeninhalt
als Summenterm
$2x^2 + 5xy + 2y^2$
als Produktterm
$(2x + y)(x + 2y)$

Umfang
als Summenterm
$y + 2x + 2y + x + 2x + y + x + 2y = 6x + 6y$
als Produktterm
$2(3x + 3y)$

Figur 4



Flächeninhalt
als Summenterm
$4x^2 + 8xy + 4y^2$
als Produktterm
$(2x + 2y)(2x + 2y)$

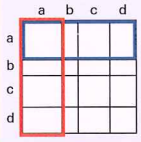
Umfang
als Summenterm
$2y + 2x + 2y + 2x + 2x + 2y + 2x + 2y = 8x + 8y$
als Produktterm
$2(4x + 4y)$

B

für Figur 1	A = 572 cm²	u = 96 cm
für Figur 2	A = 352 cm²	u = 76 cm
für Figur 3	A = 572 cm²	u = 96 cm
für Figur 4	A = 1 024 cm²	u = 128 cm

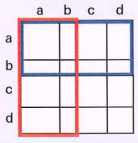
2

Figur 1



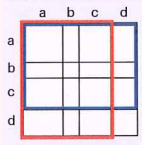
Flächeninhalt
als Produktterm
A = $a(a + b + c + d)$
als Summenterm
A = $a^2 + ab + ac + ad$

Figur 2



Flächeninhalt
als Produktterm
A = $(a + b)(a + b + c + d)$
als Summenterm
A = $a^2 + b^2 + 2ab + ac + ad + bc + bd$

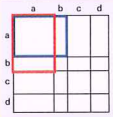
Figur 3



Flächeninhalt
als Produktterm
A = $(a + b + c)(a + b + c + d)$
als Summenterm
A = $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + ad + 2bc + bd + cd$

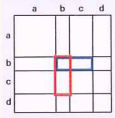
3

Figur 1



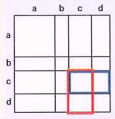
Umfang
als Summenterm
u = $4a + 2b$
als Produktterm
u = $2(2a + b)$

Figur 2



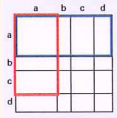
Umfang
als Summenterm
u = $4b + 2c$
als Produktterm
u = $2(2b + c)$

Figur 3



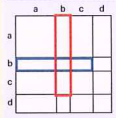
Umfang
als Summenterm
u = $4d + 2d$
als Produktterm
u = $2(2c + d)$

Figur 4



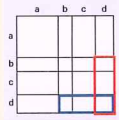
Umfang
als Summenterm
u = $4a + 2b + 2c$
als Produktterm
u = $2(2a + b + c)$

Figur 5



Umfang
als Summenterm
u = $2a + 4b + 2c$
als Produktterm
u = $2(a + 2b + c)$

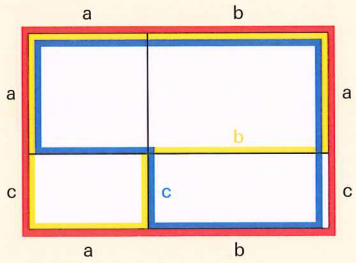
Figur 6



Umfang
als Summenterm
u = $2b + 2c + 4d$
als Produktterm
u = $2(b + c + 2d)$

4
A Figur 3
B Figur 2
C Figur 5
D Figur 5
E Figur 3
F Figur 2 und Figur 4
G Figur 1

5 A und B

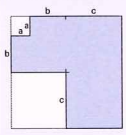


C

rote Figur	$a^2 + ab + ac + bc$
gelbe Figur	$a^2 + ab + ac$
blaue Figur	$a^2 + ab + bc$

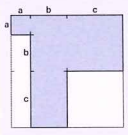
6

Figur 1



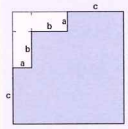
A = $(a + b + c)^2 - a^2 - (a + b) \cdot c$
$= b^2 + c^2 + 2ab + ac + bc$
u = $4a + 4b + 4c = 4 \cdot (a + b + c)$

Figur 2



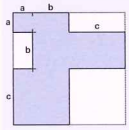
A = $(a + b + c)^2 - c^2 - a \cdot (b + c)$
$= a^2 + b^2 + ab + ac + 2bc$
u = $4a + 4b + 4c = 4 \cdot (a + b + c)$

Figur 3



A = $(a + b + c)^2 - a^2 - 2ab =$
$= b^2 + c^2 + 2ac + 2bc$
u = $4a + 4b + 4c = 4 \cdot (a + b + c)$

Figur 4



A = $(a + b + c)^2 - ac - ab - c^2$
$= a^2 + b^2 + ab + ac + 2bc$
u = $u = 6a + 4b + 4c = 2 \cdot (3a + 2b + 2c)$

7
A $2x + 3y$
B $5x + 4y$
C $3u + 5v$
D $20u + 7v$
E $10r + 7s$
F $5r + 8s$
G $6r + 5s$
H $12r + 10s$
I $14x + 5y - 4z$
K $6x + y - 4z$
L $6x + 5y - 4z$
M $6x + 5y + 8z$

8 Mögliche Lösung

Typ 1: Vor der Klammer steht Plus. Ich lasse die Klammer weg und ändere keine Vorzeichen:
$2r + 4s + 2r + 4s$

Typ 2: Vor der Klammer steht Minus. Ich lösche dieses Zeichen, lasse die Klammer weg und ändere alle Vorzeichen, die in der Klammer standen, in ihr Gegenteil:
$2r + 4s - 2r - 4s$

Typ 3: Vor der Klammer steht Minus. Ich lösche dieses Zeichen, lasse die Klammer weg und ändere alle Vorzeichen, die in der Klammer standen, in ihr Gegenteil:
$2r + 4s + 2r - 4s$

Typ 4: Vor der Klammer steht ein negativer Faktor. Ich multipliziere die Klammer aus nach den Regeln «Minus mal Plus gibt Minus, Minus mal Minus gibt Plus»:
$2r + 4s - 2r - 8s$

S. 13–16 **3 Situationen mit Termen beschreiben**

1

A

Wertetabelle [Anzahl]						Text	Terme für Anzahl	
Jana	3	4	5	7	12	Nico hat eines weniger als Jana, Laura hat zwei weniger als Jana.	Jana	x
Nico	2	3	4	6	11		Nico	x – 1
Laura	1	2	3	5	10		Laura	x – 2
Total	6	9	12	18	33		Total	3x – 3

B

Wertetabelle [Anzahl]						Text	Terme für Anzahl	
Jana	4	6	8	10	14	Jana hat vier mehr als Laura, Nico hat doppelt so viel wie Laura.	Jana	x + 4
Nico	0	4	8	12	20		Nico	2x
Laura	0	2	4	6	10		Laura	x
Total	4	12	20	28	44		Total	4x + 4

C

Wertetabelle [Anzahl]						Text	Terme für Anzahl	
Jana	4	5	6	7	13	Jana hat drei mehr als Laura, Nico hat dreimal so viel wie Laura.	Jana	x + 3
Nico	3	6	9	12	30		Nico	x
Laura	1	2	3	4	10		Laura	3x
Total	8	13	18	23	53		Total	5x + 3

2

A

Text	Skizze	Wertetabelle [Anzahl]					Terme für Anzahl	
Alois bekommt gleich viel wie Cyril. Barbara erhält doppelt so viel wie Cyril.	CHF Cyril –:2→ CHF Barbara; CHF Cyril –=→ CHF Alois	Alois	5	7	10	25	Alois	x
		Cyril	5	7	10	25	Cyril	x
		Barbara	10	14	20	50	Barbara	2x
		Total	20	28	40	100	Total	4x

B

Text	Skizze	Wertetabelle [Anzahl]					Terme für Anzahl	
Alois bekommt doppelt so viel wie Cyril. Barbara erhält halb so viel wie Cyril.	CHF Cyril –:2→ CHF Barbara; CHF Cyril –:2→ CHF Alois	Alois	20	40	60	100	Alois	4x
		Cyril	10	20	30	50	Cyril	2x
		Barbara	5	10	15	25	Barbara	x
		Total	35	70	105	175	Total	7x

C

Text	Skizze	Wertetabelle [Anzahl]					Terme für Anzahl	
Alois erhält gleich viel wie Cyril. Barbara erhält 12 Franken mehr als Alois.	CHF Cyril –=→ CHF Alois; CHF Alois –+12→ CHF Barbara	Alois	10	20	30	50	Alois	x
		Cyril	10	20	30	50	Cyril	x
		Barbara	22	32	42	62	Barbara	x + 12
		Total	42	72	102	162	Total	3x + 12

D

Text	Skizze	Wertetabelle [Anzahl]					Terme für Anzahl	
Alois erhält 10 Franken weniger als Barbara. Cyril erhält 5 Franken weniger als Barbara.	CHF Cyril ←–5– CHF Barbara; CHF Alois ––10→ CHF Barbara	Alois	0	10	20	40	Alois	x – 10
		Cyril	5	15	25	45	Cyril	x – 5
		Barbara	10	20	30	50	Barbara	x
		Total	15	45	75	135	Total	3x – 15

E

	Beispiel [CHF]	Aufgabe A [CHF]	Aufgabe B [CHF]	Aufgabe C [CHF]	Aufgabe D [CHF]
Cyril	21.00	21.00	24.00	24.00	28.00
Alois	21.00	21.00	48.00	24.00	23.00
Barbara	42.00	42.00	12.00	36.00	33.00

3 A und B

Text 1	Buch A	Tabelle 2
Text 2	Buch B	Tabelle 3
Text 3	Buch A	Tabelle 2
Text 4	Buch A	Tabelle 4
Text 5	Buch B	Tabelle 1
Text 6	Buch A	Tabelle 4
Text 7	Buch B	Tabelle 3
Text 8	Buch B	Tabelle 1

C

Termenpaar 1	Text 4
Termenpaar 2	Text 2
Termenpaar 3	Text 6
Termenpaar 4	Text 7
Termenpaar 5	Text 5
Termenpaar 6	Text 1
Termenpaar 7	Text 8
Termenpaar 8	Text 3

D 1 und 3 2 und 4 5 und 7 6 und 8
E 1 und 2 3 und 4 5 und 6 7 und 8
Diese Termenpaare besagen das Gegenteil.

4 A

	mögliche Alter [Jahre] Variante 1	Variante 2	Variante 3	Variante 4	Term
Tochter	10	15	16	20	x
Vater	35	50	53	65	3x + 5
Mutter	30	45	48	60	3x
Total	75	110	117	145	7x + 5

B Tochter = 14
Vater = 47
Mutter = 42

C Tochter = 10
Vater = 35
Mutter = 30

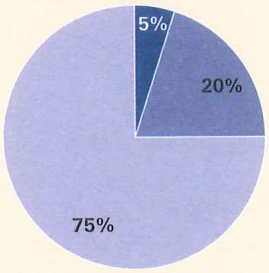
S. 17–24 **4 Operieren mit rationalen Zahlen**

1 A $\frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\,\%$

$\frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0{,}20 = 20\,\%$

$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\,\%$

B



C

Bei 82 Personen	5 % ≈	4
	20 % ≈	16
	75 % ≈	60
Bei 386 Personen	5 % ≈	20
	20 % ≈	80
	75 % ≈	300
Bei 728 Personen	5 % ≈	35
	20 % ≈	140
	75 % ≈	540
Bei 2 738 Personen	5 % ≈	135
	20 % ≈	540
	75 % ≈	2 100

2 A $\frac{10}{12} = 0{,}8333 = 83{,}3\,\%$

$\frac{14}{16} = 0{,}875 = 87{,}5\,\%$

Gruppe B trifft besser.

B $\frac{16}{24} = 0{,}6666 = 66{,}7\,\%$

$\frac{12}{16} = 0{,}75 = 75\,\%$

Gruppe B trifft besser.

C $\frac{16}{24} = 0{,}6666 \approx 66{,}7\,\%$

$\frac{10}{15} = 0{,}6666 \approx 66{,}7\,\%$

Beide treffen gleich gut.

3 A Folge 1

$s_1 = \frac{1}{3}$

$s_2 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$s_3 = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

$s_4 = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$

Die Glieder der Folge haben einen konstanten Wert ($\frac{1}{3}$).

Folge 2

$s_1 = \frac{1}{2}$

$s_2 = \frac{2}{3}$

$s_3 = \frac{3}{4}$

$s_4 = \frac{4}{5}$

Zähler und Nenner vergrössern sich von Glied zu Glied je um + 1.

Folge 3

$s_1 = \frac{5}{2}$

$s_2 = \frac{13}{6}$

$s_3 = \frac{25}{12}$

$s_4 = \frac{41}{20}$

Die Glieder der Folge nähern sich immer mehr dem Grenzwert 2. Sie entsprechen dem Term $\frac{(2n+1)}{n} = 2 + \frac{1}{n}$, dessen Wert für grosse n sehr nahe bei 2 ist.

B Folge 1 $s_5 = \frac{25}{75} = \frac{1}{3}$

Folge 2 $s_5 = \frac{5}{6}$

Folge 3 $s_5 = \frac{61}{30}$

C Folge 1 $s_{10} = \frac{10^3}{3 \cdot 10^3} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$

Folge 2 $s_{10} = \frac{10}{11}$

Folge 3 $s_{10} = \frac{221}{110}$

D Folge 1 $s_x = \frac{x^2}{3 \cdot x^2} = \frac{1}{3}$

Folge 2 $s_x = \frac{x}{x+1}$

Folge 3 $s_x = \frac{2x(x+1)+1}{x(x+1)}$

oder: $\frac{2x^2+2x+1}{x^2+x}$

oder: $2 + \frac{1}{x^2+x}$

4 A $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{22}{24} = \frac{11}{12}$ $\qquad \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{27}{18} = \frac{3}{2}$

B Die Multiplikation a · b liefert den richtigen Nenner. Die Addition bx + ay liefert den Zähler.

C Die Multiplikation a · b liefert den richtigen Nenner. Die Subtraktion bx – ay liefert den Zähler.

5

A	B	C
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{18}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{48}$
$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{100}$
$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{180}$
$\frac{1}{42}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{294}$
$\frac{1}{56}$	$\frac{2}{63}$	$\frac{1}{448}$

D Zu A: Der Zähler der Lösung ergibt sich aus der Differenz der beiden Nenner (hier also 1). Der Nenner der Lösung ergibt sich aus dem Produkt der beiden Nenner.
Zu B: Der Zähler der Lösung ergibt sich aus der Differenz der beiden Nenner (hier also 2). Der Nenner der Lösung ergibt sich aus dem Produkt der beiden Nenner.
Zu C: Der Zähler der Lösung ist immer 1. Der Nenner der Lösung ergibt sich aus dem Produkt des ersten und des dritten Nenners.

6

A

$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$
$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{2}{15}$

B

$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{18}$
$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$
$\frac{7}{18}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$

C

$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{2}{7}$
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{21}$
$\frac{8}{21}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{21}$

D

$\frac{7}{24}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{24}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12}$
$\frac{11}{24}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$

7 A $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12}$ $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{40}$ $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

B Die Multiplikation x · y liefert den Zähler. Die Multiplikation a · b liefert den Nenner.

8 A $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{48}$

B $\frac{7}{16}$, $\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$, $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$, $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

C $\frac{14}{40} = \frac{7}{20}$, $\frac{18}{40} = \frac{9}{20}$, $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$, $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$, $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

9 A Es wird grösser.
B Es wird grösser.
C Es wird kleiner.
D Es wird kleiner.
E Es wird halbiert.
F Es wird verdoppelt.
G Es bleibt gleich.
H Es wird verdoppelt.

10 A $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$, $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$, $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{16}{5}$, $\frac{32}{5}$

$\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{16}{5}$, $\frac{32}{5}$

$\frac{1}{36}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{27}{4}$, $\frac{81}{4}$

$\frac{1}{36}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{27}{4}$, $\frac{81}{4}$

B Die Multiplikation eines Bruchs mit einem Bruch hat das gleiche Ergebnis wie die Division des ersten Bruchs mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs.
C In jedem Fall ist 1 das Ergebnis.

11 A $\frac{5}{6} : \frac{2}{3} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$ $\frac{7}{8} : \frac{3}{4} = \frac{7}{6}$

B Anstatt $\frac{x}{a}$ durch $\frac{y}{b}$ zu dividieren, kann man $\frac{x}{a}$ mit $\frac{b}{y}$ multiplizieren.

12 A Es wird grösser.
B Es wird kleiner.
C Es wird kleiner.
D Es wird grösser.
E Es wird verdoppelt.
F Es wird halbiert.
G Es wird viermal kleiner.
H Es wird halbiert.

13 A 3 Mal
B 4 Mal
C 7,5 Mal
D $\frac{16}{3}$ Mal
E 13,5 Mal
F $\frac{1}{3}$ Mal
G $\frac{1}{4}$ Mal

14 A $\frac{1}{6} : \frac{3}{2} = \frac{1}{9}$
B $\frac{5}{6} : \frac{10}{3} = \frac{1}{4}$
C $\frac{3}{4} : \frac{3}{5} = \frac{5}{4}$
D $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$
E $\frac{7}{8} : \frac{5}{4} = \frac{7}{10}$
F $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{9}{10}$
G $\frac{7}{10} : \frac{3}{5} = \frac{7}{6}$

15 A $\frac{2}{15} \longrightarrow \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ Wenn ich den Zähler verdreifache, verdreifacht sich der Wert des Bruchs.

B $\frac{2}{15} \longrightarrow \frac{2}{5}$ Wenn ich den Nenner durch 3 teile, verdreifacht sich der Wert des Bruchs.

C Die beiden Veränderungen in A und B wirken sich genau gleich aus.

16 A $\frac{2}{9} \longrightarrow \frac{2}{36}$ Wenn ich den Nenner vervierfache, wird der Wert des Bruchs viermal kleiner.

B $\frac{8}{9} \longrightarrow \frac{2}{9}$ Wenn ich den Zähler durch 4 teile, wird der Wert des Bruchs viermal kleiner.

C Die beiden Veränderungen in A und B wirken sich genau gleich aus.

17 A $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ Wenn ich Zähler und Nenner je verdopple, bleibt der Wert des Bruches gleich.

B $\frac{40}{100} = \frac{4}{10}$ Wenn ich Zähler und Nenner je durch 10 teile, bleibt der Wert des Bruches gleich.

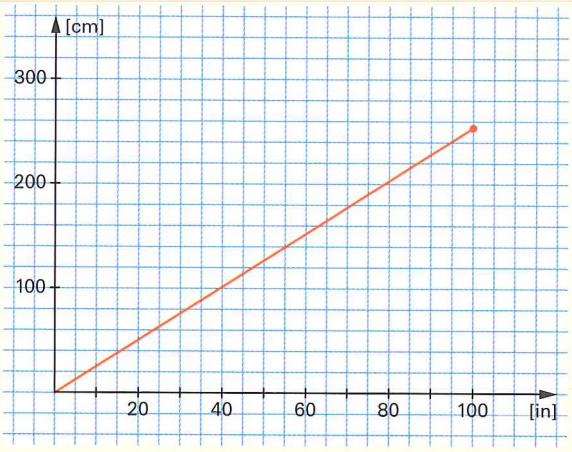
C Die beiden Veränderungen in A und B wirken sich genau gleich aus.

S. 25–28 5 Grössen

1 A

[in]	1	2	3	5	10	20	50	70	100
[cm]	2,54	5,08	7,62	12,70	25,40	50,80	127,00	177,80	254,00

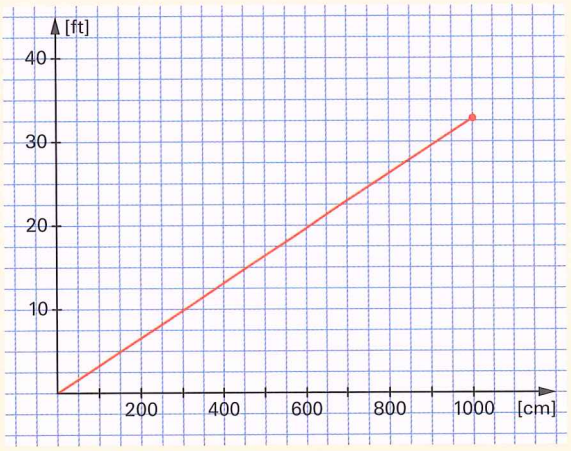
B



2 A

[cm]	50	100	150	200	300	500	600	800	1 000
[ft]	≈ 1,64	≈ 3,28	≈ 4,92	≈ 6,56	≈ 9,84	≈ 16,40	≈ 19,69	≈ 26,25	≈ 32,81

B



3 A 150 000 m²
B 200 000 m²

4 A 75 000 m³
B Mögliche Lösungen:
500 m · 30 m · 5 m
300 m · 50 m · 5 m
C Mögliche Lösungen:
120 m · 125 m · 9 m
180 m · 62,5 m · 12 m

5 A Mögliche Lösung:

	Liter	ounce	gill	pint	quart	gallon	barrel
1 Liter	1 l	33,81 fl.oz.	8,45 gi.	2,11 pt.	1,06 qt.	0,26 gal.	0,006 bl.

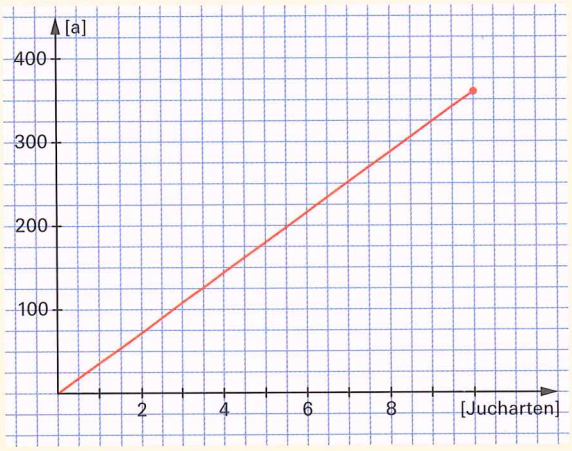
B

C Etwa 264

6 A

Anzahl Jucharten	1	2	5	10	100	x
Anzahl a	36	72	180	360	3 600	36x

B



C Ungefähr 2 778

7 A 2 bis 3 Tage
B 340 bis 470 a = 0,0340 bis 0,0470 km²

S. 29–32 6 Relativ – absolut

1 A Die Geschlechterverteilung m/w in dieser Klasse mit 20 Schülern/Schülerinnen
B Anteil der (in der vorderen Reihe) sitzenden Jungen, bezogen auf die ganze Klasse
C Anteil der Mädchen in der Klasse
D $\frac{1}{3}$ = 33,333… %
E $\frac{2}{11}$ = 18,1818… %

2

	absoluter Vergleich	relativer Vergleich	100 %	Veranschaulichung
Das Velo mit Tino vergleichen	Das Velo wiegt ein Viertel des Gewichts von Tino.	Das Gewicht von Tinos Velo beträgt 25 % von Tinos Gewicht.	Tinos Gewicht: 56 kg	Tino 100 %; Velo 25 %
Tino mit seinem Velo vergleichen	Tino wiegt viermal mehr als sein Velo.	Das Gewicht von Tino beträgt 400 % des Gewichts des Velos.	Das Gewicht des Velos: 14 kg	Velo 100 %; Tino 400 %
Tino und sein Velo mit dem Gesamtgewicht vergleichen	Tino wiegt 56 kg. Das Velo wiegt 14 kg. Zusammen wiegen sie 70 kg.	Tino wiegt 80 %, das Velo wiegt 20 % des Gesamtgewichts.	70 kg (= Gesamtgewicht von Tino und seinem Velo)	Velo 20 %; Tino 80 %

3 A
228 CHF
1 h 50 min
632 CHF
49
2,748 s

B
288 CHF
1 680 g
400 CHF
1 000 ml
200 CHF

C
6,3 %
6,25 %
5 %
3,3 %
99,7 %

4 **Schüler 1** 1,40 m gross
Schüler 2 1,54 m gross
Schüler 3 1,69 m gross

Glace: CHF 5.00 sind wirklich nur 69,4 % von CHF 7.20.
Der Rabatt beträgt tatsächlich 30,6 %.

Sandro: 2 800 m → 3 080 m → 2 772 m
Leo: 2 800 m → 2 520 m → 2 772 m
Beide Läufer legen am dritten Tag die gleiche Distanz zurück.

50 % + 70 % gäbe ja mehr als 100 %, also mehr als das Ganze.
Das kann also nicht sein.

90 % bedeutet nie, dass das Ganze mindestens 90 sein muss.
Es bedeutet nur, dass man von «90 Mal dem hundertsten Teil von etwas» spricht – und das kann dann sehr viel weniger sein als 90.

Wienerli: Man zahlt nur $\frac{2}{3}$ des ursprünglichen Preises.
Der Rabatt macht gut 33 % aus, also nicht nur 30 %.

Tilsiter: CHF 1.50 sind in Wirklichkeit 81 % von CHF 1. 85.
Der Rabatt macht also nur 19 % aus, nicht 40 %.

In Sierre regnet es 57 l/m², in Ins aber 66 l/m².
In Sierre regnet es also 13,6 % weniger als in Ins.
In Lugano regnet es 170 l/m², also 158 % mehr als in Ins.
In Zürich regnet es 85 l/m², also 29 % mehr als in Ins.
In Chur regnet es 114 l/m², also 73 % mehr als in Ins.

5 **A**

Ursprünglicher Preis [CHF]	200.00	360.00	300.00	400.00	500.00	250.00	750.00	1000.00	1500.00
Preis im Ausverkauf [CHF]	120.00	216.00	180.00	240.00	300.00	150.00	450.00	600.00	900.00

B

Volumen Baumstämme [m³]	4,5	10	30	60	90	120	105	100	99
Volumen Bretter [m³]	3	6,666...	20	40	60	80	70	66,666...	66

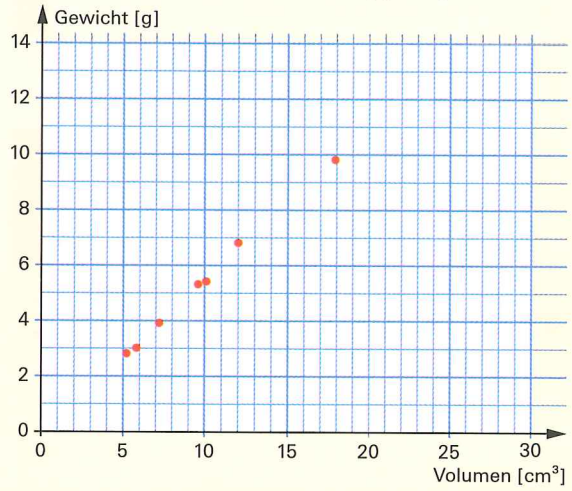
C

Mehl [g]	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	8 888
Wasser [ml]	750	1 500	2 250	3 000	3 750	4 500	6 666

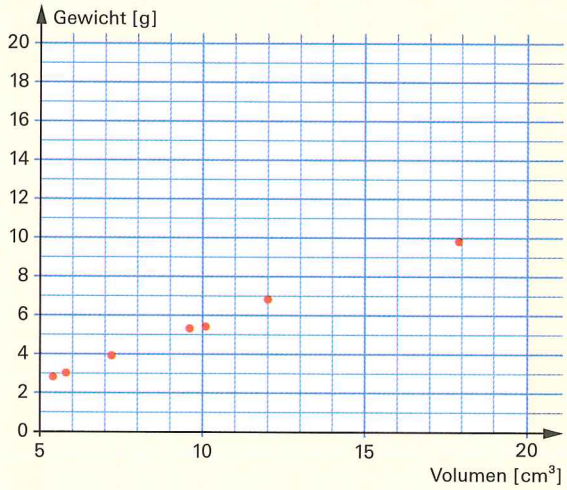
S. 33–34

7 Graphen

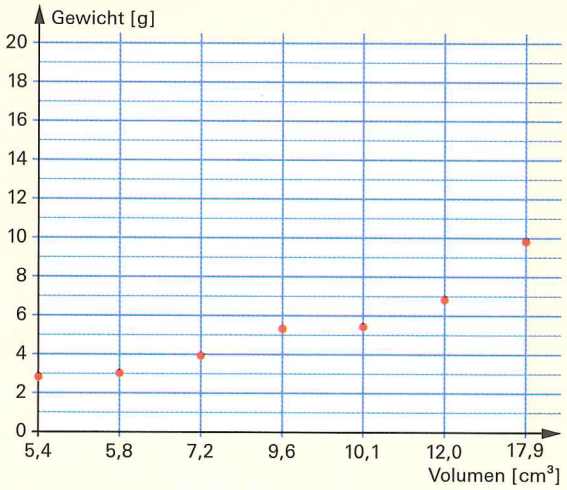
1 **A** **Koordinatensystem 1:** Achsenskalierung günstig



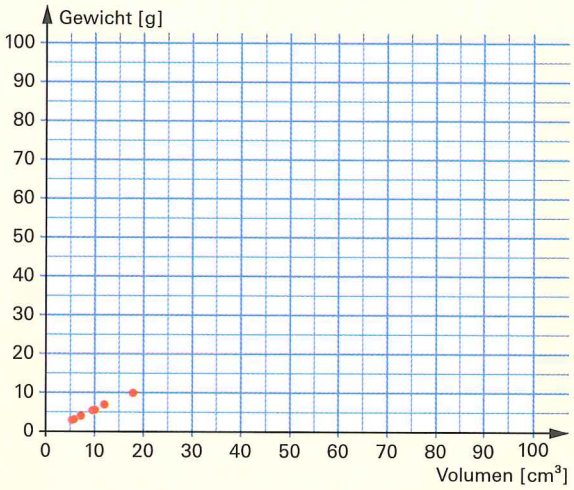
Koordinatensystem 2: Achsenskalierung möglich



Koordinatensystem 3: Achsenskalierung ungünstig



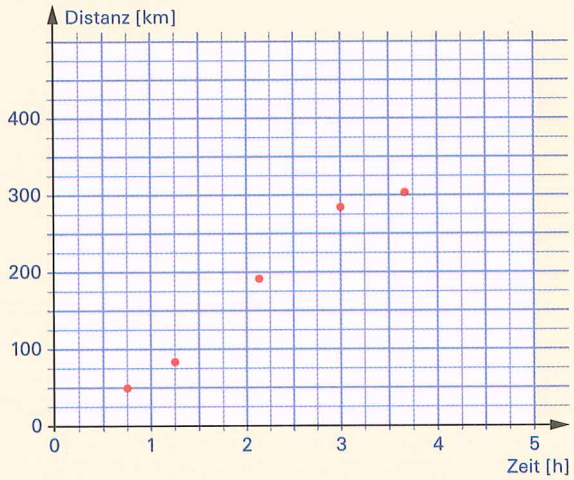
Koordinatensystem 4: Achsenskalierung ungünstig



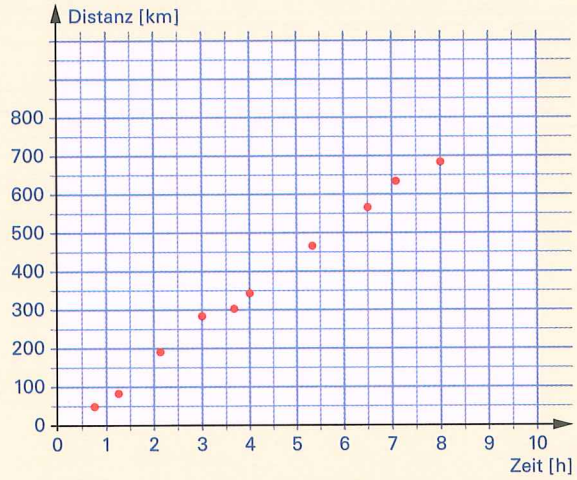
B Die Skalierung in Koordinatensystem 1 ist optimal. Der Platz wird gut genutzt und es gibt eine vernünftige Steigung der Geraden. Die Gerade geht durch den Ursprung des Koordinatensystems und die Proportionalität ist gut sichtbar.

2 Mögliche Lösung

Koordinatensystem 1



Koordinatensystem 2



S. 35–40 8 Aha!

1 **5 · 12-Puzzle** 30 Teile am Rand, 60 Teile im Ganzen
6 · 8-Puzzle 24 Teile am Rand, 48 Teile im Ganzen

2 Individuelle Lösungen

3 Individuelle Lösungen

4 **A** Ein 10 · 10-Puzzle hat 64 Teile im Innern.
B Nur eines: das 3 · 3-Puzzle
C Vier: 6 · 8 5 · 10 4 · 14 3 · 26
D 30, 26 oder 66 (5 · 12-Puzzle, 7 · 8-Puzzle oder 3 · 32-Puzzle)
E Nein, da bereits das Puzzle 5 · 21 mit 105 Teilen nur 48 Randteile hat. Verlängert man die Breite oder die Länge, kommen jeweils mehr Innenteile als Aussenteile dazu.
F Ja. Beispiel: Ein 40 · 40 Puzzle hat nur 156 (also weniger als 160) Randteile.
G Ja
H Individuelle Lösungen

5 **A** 1890 m
B 180 m
C 68

6 **A** 30 km/h
B 30 km/h
C Wenn er nur mit 10 km/h bergwärts fährt, hat er bei der Ankunft auf dem Berg die Zeit schon aufgebraucht, die er für Berg- und Talfahrt im Ganzen zur Verfügung hat.

7 2,5 Stunden: Jeder läuft 10 km und fährt die anderen 10 km.

8 18 km

9 Unterwegs begegnet ein Frachter 13 Schiffen, nämlich immer um 12.00 Uhr und um 24.00 Uhr. Bei der Hafenausfahrt trifft er auf ein einfahrendes, bei der Hafeneinfahrt auf ein ausfahrendes Schiff. Wer diese beiden Schiffe mitzählt, erhält 15 Schiffe.

10 Der Personenzug braucht 30 Sekunden für eine Runde, der Güterzug 60 Sekunden.

11 40 Stufen

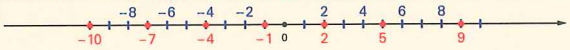
12 **A** 3
B Mögliche Lösung:
Abfahrt in Hongkong zu jeder vollen Stunde von 05.00 bis 23.00 Uhr.
Abfahrt in Macau zu jeder halben Stunde von 05.30 bis 23.30 Uhr.
Zwei Boote bleiben jeweils in Hongkong über Nacht.

13 Nach 7,5 h

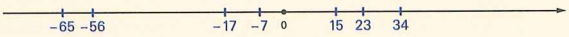
S. 41–48 9 Negative Zahlen

1 **A** wahr
B wahr
C falsch
D wahr
E wahr
F falsch

2 **A**



B



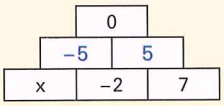
C Individuelle Lösung

3 **A** >
B <
C <
D =
E <
F >

4 **A** x = –2 y = –1
B Mögliche Lösungen:
x = 1 y = –4 **oder** x = 2 y = –5 **oder** x = 3 y = –6
C x = 0 y = –5 **oder** x = –5 y = 0
D x = –1 y = –4 **oder** x = –2 y = –3

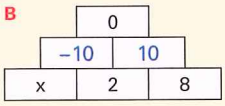
5 Wie gross ist x?

A



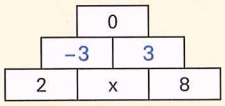
x = –3

B



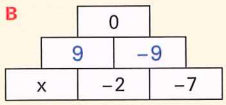
x = –12

C



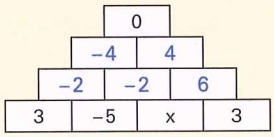
x = –5

B



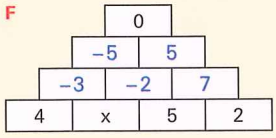
x = 11

E



x = 3

F



x = –7

6

	Aussage	Beispiel	Folgerung	Zahlengerade
A	Wenn man eine positive Zahl addiert ...	☒ 3 + (+4) ☐ 3 + (−4) ☐ 3 − (+4) ☐ 3 − (−4)	☒ wird das Ergebnis grösser. ☐ wird das Ergebnis kleiner. ☐ bleibt das Ergebnis gleich.	☒ −1 0 3 5 7 (s, z) ☐ −1 0 3 5 7 (z, s)
B	Wenn man eine negative Zahl addiert ...	☐ 3 + (+4) ☒ 3 + (−4) ☐ 3 − (+4) ☐ 3 − (−4)	☐ wird das Ergebnis grösser. ☒ wird das Ergebnis kleiner. ☐ bleibt das Ergebnis gleich.	☐ −1 0 3 5 7 (s, z) ☒ −1 0 3 5 7 (z, s)
C	Wenn man eine positive Zahl subtrahiert ...	☐ 3 + (+4) ☐ 3 + (−4) ☒ 3 − (+4) ☐ 3 − (−4)	☐ wird das Ergebnis grösser. ☒ wird das Ergebnis kleiner. ☐ bleibt das Ergebnis gleich.	☐ −1 0 3 5 7 (s, z) ☒ −1 0 3 5 7 (z, s)
D	Wenn man eine negative Zahl subtrahiert ...	☐ 3 + (+4) ☐ 3 + (−4) ☐ 3 − (+4) ☒ 3 − (−4)	☒ wird das Ergebnis grösser. ☐ wird das Ergebnis kleiner. ☐ bleibt das Ergebnis gleich.	☒ −1 0 3 5 7 (s, z) ☐ −1 0 3 5 7 (z, s)

7

x	y	z	x − y	x − (y − z)	z − (x − 2y)
5	6	−1	−1	−2	6
3	−2	4	5	9	−3
10	−10	−10	0	10	−40
−5	−2	3	−3	0	4
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{9}{8}$	$\frac{5}{8}$
−0,3	0,03	3	−0,33	2,67	3,36

8

A 29 · 29

·	30	−1	
30	900	−30	
−1	−30	+1	
			= 841

(30 − 1) (30 − 1)
= 900 − 30 − 30 + 1
= 841

B 69 · 71

·	70	−1	
70	4 900	−70	
+1	+70	−1	
			= 4 899

(70 − 1) (70 + 1)
= 4 900 − 70 + 70 − 1
= 4 899

C 59 · 49

·	60	−1	
50	3 000	−50	
−1	−60	+1	
			= 2 891

(60 − 1) (50 − 1)
= 3 000 − 50 − 60 + 1
= 2 891

9

A (x + y)(x − z)

·	x	+y	
x	x^2	+xy	
−z	−xz	−yz	
			= $x^2 + xy - xz - yz$

(x + y) (x − z)
$x^2 + xy - xz - yz$

B (x − y)(x − z)

·	x	−y	
x	x^2	−xy	
−z	−xz	+yz	
			= $x^2 - xy - xz + yz$

(x − y) (x − z)
$x^2 - xy - xz + yz$

C (x + y)(x − y)

·	x	+y	
x	x^2	+xy	
−y	−xy	$-y^2$	
			= $x^2 + xy - xy - y^2$

(x + y) (x − y)
$x^2 + xy - xy - y^2$
$x^2 - y^2$

10

A 12
8
4
0
−4
(−2) · (+4) = −8

B −12
−8
−4
0
4
(−2) · (−4) = 8

C 15
10
5
(−5) · 0 = 0
(−5) · (+1) = −5
(−5) · (+2) = −10

D 6
2
−2
(+3) · (−2) = −6
(+5) · (−2) = −10
(+7) · (−2) = −14

11

A	B	C
−3	16	−1
−2	32	$\frac{1}{2}$
−1	64	1
0	−64	$\frac{5}{4}$
1	−32	$\frac{7}{5}$
(−4) : (−2) = 2	64 : (−4) = −16	(−9) : (−6) = $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

12

·	1,2	0,8	0,2	−0,2	−0,8	−1,2
4	4,8	3,2	0,8	−0,8	−3,2	−4,8
2,5	3	2	0,5	−0,5	−2	−3
1	1,2	0,8	0,2	−0,2	−0,8	−1,2
−0,5	−0,6	−0,4	−0,1	0,1	0,4	0,6
−2	−2,4	−1,6	−0,4	0,4	1,6	2,4
−3,5	−4,2	−2,8	−0,7	0,7	2,8	4,2

13

: ↗	20	5	2	−2	−5	−20
40	2	8	20	−20	−8	−2
25	1,25	5	12,5	−12,5	−5	−1,25
10	0,5	2	5	−5	−2	−0,5
−5	−0,25	−1	−2,5	2,5	1	0,25
−20	−1	−4	−10	10	4	1
−35	−1,75	−7	−17,5	17,5	7	1,75

14

A −4 −2 $-\frac{4}{3}$ −1 $-\frac{4}{5}$ $-\frac{2}{3}$ $-\frac{4}{7}$

B +4 +2 $+\frac{4}{3}$ +1 $+\frac{4}{5}$ $+\frac{2}{3}$ $+\frac{4}{7}$

C Die Ergebnisse von B sind die Gegenzahlen der Ergebnisse von A.

15

A −4 −8 −12 −16 −20

B +4 +8 +12 +16 +20

C Die Ergebnisse von B sind die Gegenzahlen der Ergebnisse von A.

16

$-2a \cdot (-2) : (-a)$
$-2 \cdot (-2) \cdot (-a) \cdot (-b)$
$-2 \cdot (-2) \cdot a \cdot (-b)$
$2 : (-2) \cdot a \cdot (-b)$
$-(-2ab + ab)$
$-(2ab)^2 : (ab)$
$-(2ab : (ab))^2$
$(-2ab)^2 : (ab)$
$a(a - 4) - (a - 2)^2$
$-15ab - (-11ab)$
$a^2 - a(a - b)$
$(-8ab) : (-2)$
$(-16a^2b^2) : (4ab)$
$(16a^2b^2 : (4ab)) : 4$
$(-16a^2b^2) : (-4ab)$

17 **A** $x = 2$ | **B** $x = 1$

$x = 2$ | $x = 1$

$x = 2$ | $x = \frac{1}{2}$

$x = 2$ | $x = 1$

18 **A** $x = -\frac{1}{4}$ | **B** $x = 1$

$x = 1$ | $x = 1$

$x = \frac{9}{4}$ | $x = 1$

$x = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$ | $x = 1$

S. 49–54 10 Verpackte Zahlen

1
A $x + 4 = 2x + 1$
B $2x + 4 = x + 6$
C $3x + 1 = 7$
D $2x = 2$
E $x + 3 = 2x$
F $3x = 3$
G $x = 3$
H $2x + 2 = x + 4$
I $x = 1$

D, F und **I** haben die Lösung 1.
B, C und **H** haben die Lösung 2.
A, E und **G** haben die Lösung 3.
Bei **G** und **I** ist die Lösung sofort erkennbar.

2 Mögliche Lösung

x = 1
$x + 1 = 2$ | $2x + 1 = x + 2$

x = 2
$2x + 3 = x + 5$ | $2x + 1 = x + 3$

x = 3
$x + 1 = 4$ | $2x + 2 = 8$

3 $2x = 10$ | $x = 5$ | $x + 1 = 6$

4
$2 \cdot (x + 5) = 15$
$2x = 0$
$x + 2 = 0$
$10 = 4x$
$10 + x = 8$
$12x + 4 = 4 \cdot (2x + 1)$
$2x + 10 = 10$
$x + 2{,}5 = 2x$
$100x = 250$
$4 \cdot (x - 25) = -90$
$5 \cdot (-x + 10) = 15x$
$2x + 4 = 0$
$x + 4 = 2$
$15x = 0$
$20 \cdot (\frac{1}{20}x - 12) = -242$

5 **A**

$4(x + 1) = 2x + 6$
$4x + 4 = 2x + 6$
$-2x$ ↓ ↓ $-2x$
$2x + 4 = 6$
-4 ↓ ↓ -4
$2x = 2$
$:2$ ↓ ↓ $:2$
$x = 1$

B

$4(x + 1) = 2x + 6$
$4(x + 1) = 2(x + 3)$
$:2$ ↓ ↓ $:2$
$2(x + 1) = x + 3$
$2x + 2 = x + 3$
$-x$ ↓ ↓ $-x$
$x + 2 = 3$
-2 ↓ ↓ -2
$x = 1$

6 A, B, C, D und K sind Äquivalenzumformungen.

7 **A**

Gleichung 1		
$2(2 \cdot 1 + 3)$	=	$6 \cdot 1 + 4$
$2 \cdot 5$	=	10
10	=	10

B

Gleichung 2		
$3(-3 - 1)$	=	$6(-3 + 1)$
$3 \cdot -4$	=	$6 \cdot -2$
-12	=	-12

B

Gleichung 1	K	D	B	A
Gleichung 2	K	B	A	D

C

Gleichung 3		
$3(x + 1)$	=	$6(x - 1)$
$3x + 3$	=	$6x - 6$
3	=	$3x - 6$
x	=	3

8 **A**

$6x - 9 = x + 1$
$5x - 9 = 1$
$5x = 10$
$x = 2$

$4x + 4 = 6x - 2$
$4 = 2x - 2$
$6 = 2x$
$3 = x$

$20 - 4x = x - 20$
$20 = 5x - 20$
$40 = 5x$
$8 = x$

$7x - 8 = x + 4$
$6x - 8 = 4$
$6x = 12$
$x = 2$

$25 - 3x = 2x$
$25 = 5x$
$5 = x$

$30 - 3x = x - 2$
$30 = 4x - 2$
$32 = 4x$
$8 = x$

$5x + 5 = 7x - 1$
$5 = 2x - 1$
$6 = 2x$
$3 = x$

$35 - 4x = 3x$
$35 = 7x$
$5 = x$

$7x - 8 = x + 1$
$6x - 8 = 1$
$6x = 9$
$x = 1{,}5$

B

$$\begin{aligned} 3\cdot(x+5) &= 7\cdot(x+1) \\ 3x+15 &= 7x+7 \\ 15 &= 4x+7 \\ 8 &= 4x \\ 2 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30-(x+7) &= (x+7)+10 \\ 30-x-7 &= x+7+10 \\ 23-x &= x+17 \\ 23 &= 2x+17 \\ 6 &= 2x \\ 3 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7\cdot(x+1)-6\cdot(x+3)+3 &= 0 \\ 7x+7-6x-18+3 &= 0 \\ x-8 &= 0 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6\cdot(x+3) &= 10\cdot(x+1) \\ 6x+18 &= 10x+10 \\ 18 &= 4x+10 \\ 8 &= 4x \\ 2 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 50-3\cdot(x+5) &= 3x+5 \\ 50-3x-15 &= 3x+5 \\ 35 &= 6x+5 \\ 30 &= 6x \\ 5 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5\cdot(x+3)-4\cdot(x+1) &= 19 \\ 5x+15-4x-4 &= 19 \\ x+11 &= 19 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20-(x+6) &= (x+6)+2 \\ 20-x-6 &= x+6+2 \\ 14-x &= x+8 \\ 14 &= 2x+8 \\ 6 &= 2x \\ 3 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 70-4\cdot(x+5) &= 5x+5 \\ 70-4x-20 &= 5x+5 \\ 50 &= 9x+5 \\ 45 &= 9x \\ 5 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3\cdot(x+5) &= 10\cdot(x+1) \\ 3x+15 &= 10x+10 \\ 15 &= 7x+10 \\ 5 &= 7x \\ x &= \tfrac{5}{7} \end{aligned}$$

C

$$\begin{aligned} x^2+10 &= x\cdot(x+2) \\ x^2+10 &= x^2+2x \\ 10 &= 2x \\ 5 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x\cdot(x+9) &= (x+1)\cdot(x+6) \\ x^2+9x &= x^2+6x+x+6 \\ 9x &= 7x+6 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+3)^2 &= (x+1)\cdot(x+6) \\ x^2+6x+9 &= x^2+7x+6 \\ 6x+9 &= 7x+6 \\ 9 &= x+6 \\ 3 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2+9 &= x\cdot(x+3) \\ x^2+9 &= x^2+3x \\ 9 &= 3x \\ 3 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+3)^2 &= (x+1)\cdot(x+7) \\ x^2+6x+9 &= x^2+8x+7 \\ 6x+9 &= 8x+7 \\ 9 &= 2x+7 \\ 2 &= 2x \\ 1 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+2)\cdot(x+9) &= (x+6)\cdot(x+4) \\ x^2+9x+2x+18 &= x^2+4x+6x+24 \\ 11x+18 &= 10x+24 \\ x+18 &= 24 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x\cdot(x+5) &= (x+1)\cdot(x+3) \\ x^2+5x &= x^2+3x+x+3 \\ 5x &= 4x+3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+1)\cdot(x+12) &= (x+5)\cdot(x+4) \\ x^2+12x+x+12 &= x^2+4x+5x+20 \\ 13x+12 &= 9x+20 \\ 4x+12 &= 20 \\ 4x &= 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5x+4)\cdot(x+1) &= 2x\cdot(3x+5)-x^2 \\ 5x^2+5x+4x+4 &= 6x^2+10x-x^2 \\ 9x+4 &= 10x \\ 4 &= x \end{aligned}$$

D

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}x+5 &= 9 \\ x+10 &= 18 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}x+\tfrac{1}{2} &= 9 \\ x+1 &= 18 \\ x &= 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}x+\tfrac{1}{4} &= 1 \\ 2x+1 &= 4 \\ 2x &= 3 \\ x &= 1{,}5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{4}\cdot(x+8) &= 5 \\ x+8 &= 20 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{3}x+5 &= 9 \\ x+15 &= 27 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{3}x+\tfrac{1}{3} &= 9 \\ x+1 &= 27 \\ x &= 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{3}x+\tfrac{1}{4} &= \tfrac{1}{2} \\ 4x+3 &= 6 \\ 4x &= 3 \\ x &= \tfrac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{3}{4}\cdot(2x+\tfrac{2}{3}) &= 2 \\ 3\cdot(6x+2) &= 24 \\ 18x+6 &= 24 \\ 18x &= 18 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{2}{3}x+5 &= 9 \\ 2x+15 &= 27 \\ 2x &= 12 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{2}{3}x+\tfrac{2}{5} &= 1 \\ 10x+6 &= 15 \\ 10x &= 9 \\ x &= 0{,}9 = \tfrac{9}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}\cdot(\tfrac{2}{3}x+\tfrac{1}{3}) &= 3 \\ 2x+1 &= 18 \\ 2x &= 17 \\ x &= 8{,}5 \end{aligned}$$

9

	Text	Wertetabelle (CHF)						Term für Betrag
A	Alina hat 10 Franken mehr als Nicolas, Nicolas hat den doppelten Betrag von Leonie gesammelt.	Alina	14	12	16	18	90	2x + 10
		Nicolas	4	2	6	8	80	2x
		Leonie	2	1	3	4	40	x
		Total	20	15	25	30	210	5x + 10
B	Alina hat halb so viel wie Nicolas, aber doppelt so viel wie Leonie gesammelt.	Alina	2	4	6	8	60	2x
		Nicolas	4	8	12	16	120	4x
		Leonie	1	2	3	4	30	x
		Total	7	14	21	28	210	7x
C	Alina hat 10 Franken mehr als Nicolas und Nicolas hat 10 Franken mehr als Leonie gesammelt.	Alina	30	40	50	60	80	x + 20
		Nicolas	20	30	40	50	70	x + 10
		Leonie	10	20	30	40	60	x
		Total	60	90	120	150	210	3x + 30
D	Alina hat einen Drittel des Betrages von Nicolas gesammelt. Nicolas brachte halb so viel wie Leonie zusammen.	Alina	10	20	30	40	21	x
		Nicolas	30	60	90	120	63	3x
		Leonie	60	120	180	240	126	6x
		Total	100	200	300	400	210	10x
E	Alina hat die Hälfte des Betrages von Nicolas gesammelt. Nicolas brachte 10 Franken mehr als Leonie zusammen.	Alina	15	20	30	40	44	x
		Nicolas	30	40	60	80	88	2x
		Leonie	20	30	50	70	78	2x – 10
		Total	65	90	140	190	210	5x – 10

10 A Wertetabelle

Joel	100	130	50
David	70	100	20
Elena	200	260	100
Total	370	490	170

Joel hat im letzten Monat mit dem Fahrrad 30 km mehr zurückgelegt als David, aber nur halb so viele Kilometer wie Elena.

B

Termgruppe 1		Termgruppe 2		Termgruppe 3		Wertetabelle			
Joel	x	Joel	0,5x	Joel	0,5 x + 1	Joel	3	4	6
David	2x	David	x	David	x + 2	David	6	8	12
Elena	2x – 2	Elena	x – 2	Elena	x	Elena	4	6	10
Total	5x – 2	Total	2,5x – 2	Total	2,5 x + 3	Total	13	18	28

Text

David hat im letzten Monat mit dem Fahrrad doppelt so viele Kilometer zurückgelegt wie Joel. Elena hat 2 km weniger als David zurückgelegt.

C

Termgruppe 1		Termgruppe 2		Termgruppe 3		Wertetabelle			
Joel	x	Joel	x – 10	Joel	$\frac{1}{3}x$	Joel	100	90	80
David	x + 10	David	x	David	$\frac{1}{3}x + 10$	David	110	100	90
Elena	3x	Elena	3(x – 10)	Elena	x	Elena	300	270	240
Total	5x + 10	Total	5x – 40	Total	$\frac{5}{3}x + 10$	Total	510	460	410

11 A Die Gleichung $3x + 2 = x$ hat -1 als einzige Lösung.

Mögliche Lösung für weitere Gleichungen:
$2x + 8 = 12$ oder $2x - 8 = 12$

B Die Gleichung $x^2 - 9 = 0$ hat die Lösungen 3 und -3
Die Gleichung $x^2 - 1 = 0$ hat die Lösungen 1 und -1

Mögliche Lösung für weitere Gleichungen:
$x^2 - 25 = 0$ oder $x^2 = 100$

C $x = 15 + x$ hat keine Lösung, weil die Summe auf der rechten Seite immer um 15 grösser ist als die Zahl auf der linken Seite.

$2(3x + 2) = 6x + 10$ hat keine Lösung, weil die Summe auf der rechten Seite immer um 6 grösser ist als die Summe auf der linken Seite.

Drei weitere unlösbare Gleichungen:

$$x^2 + 5 = 1$$
$$x + 1 = x - 1$$
$$2(x + 1) = 2x + 1$$

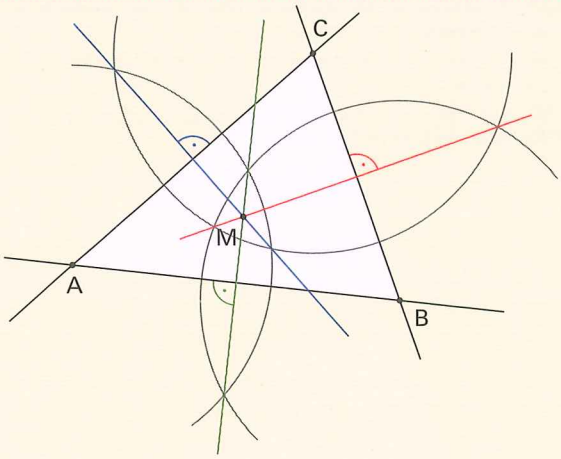
D $2(3x + 2) = 6x + 4$. Weil links (nach dem Ausmultiplizieren) der gleiche Term steht wie rechts, kann man für x jede beliebige Zahl einsetzen und erhält dann links immer gleich viel wie rechts.

Drei weitere allgemeingültige Gleichungen:

$$x = x$$
$$2x + 1 = 2x + 1$$
$$2(x + 1) = 2x + 2$$

S. 55–62 **11 Dreiecke – Vierecke**

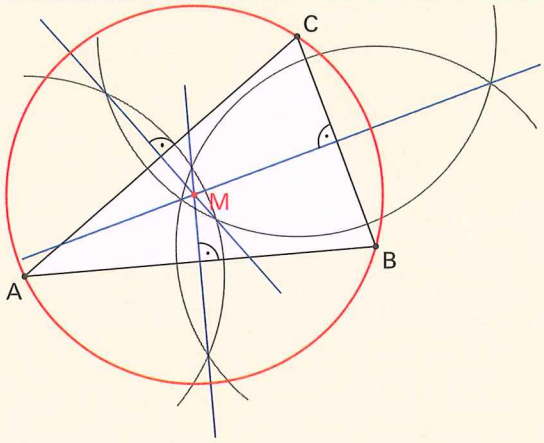
1



A Der Punkt heisst Umkreis-Mittelpunkt und ist der Schnittpunkt der drei Mittelsenkrechten.

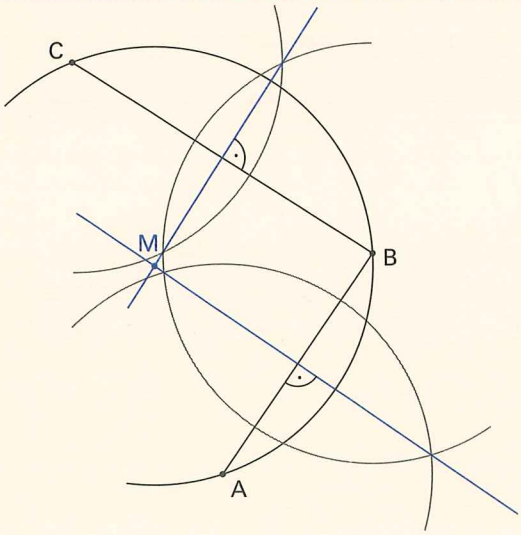
B Bei Vierecken schneiden sich die vier Mittelsenkrechten in der Regel nicht in einem Punkt. Es gibt allerdings spezielle Vierecke, bei denen das so ist, wie zum Beispiel beim Quadrat oder beim Rechteck.

2 A



B Ja. Bei einem Rechteck oder Quadrat ist dies möglich. Der Schnittpunkt der Diagonalen eines Rechtecks oder Quadrats ist immer von allen vier Eckpunkten A, B, C und D gleich weit entfernt.

3

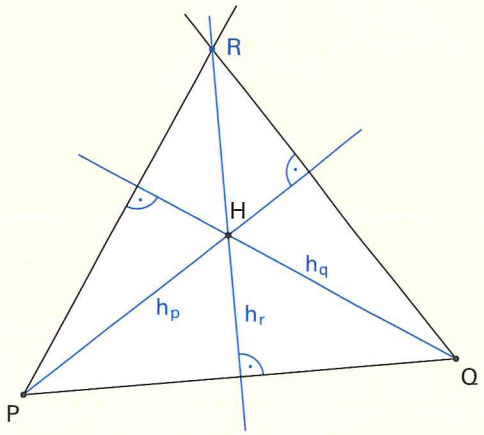


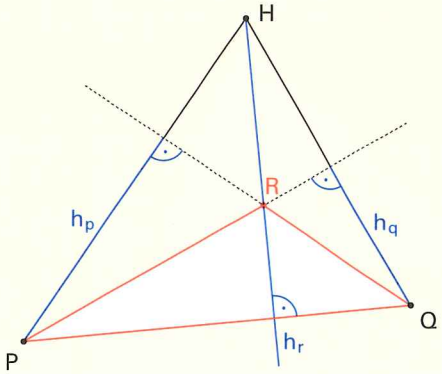
4 Individuelle Lösung

5 Der Schwerpunkt teilt jede der drei Seitenhalbierenden in zwei unterschiedlich lange Teile.
Das längere Teilstück ist in allen Fällen doppelt so lang wie das kürzere.

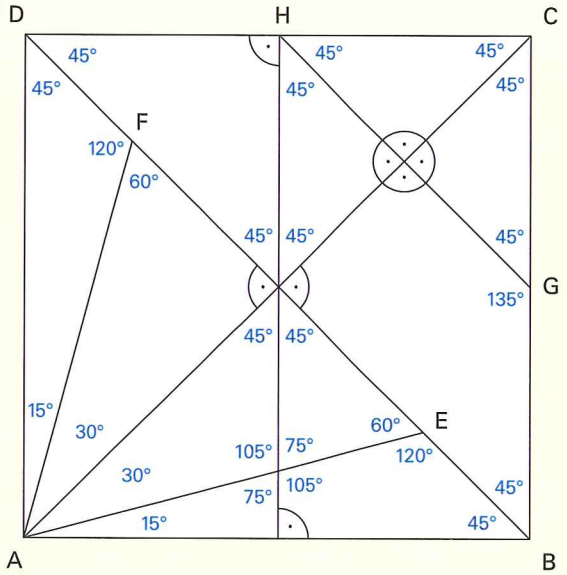
6 **A** Das Dreieck ist rechtwinklig.
B Ja

7

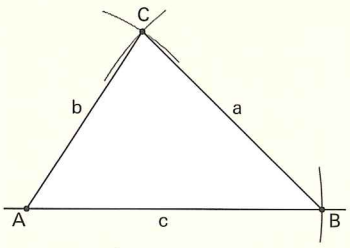




8

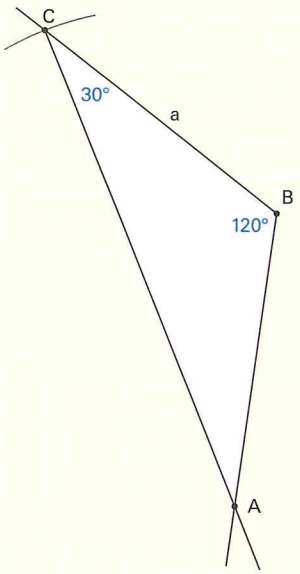


9 **A**



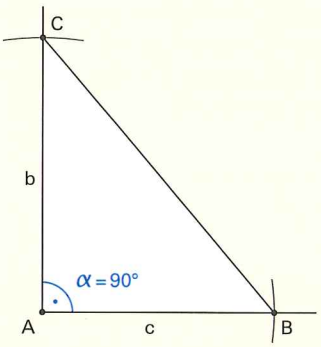
$A \approx 14{,}7\ cm^2$

B



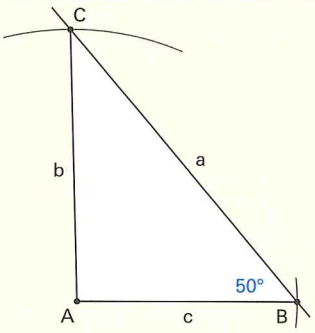
$A \approx 21\ cm^2$

C



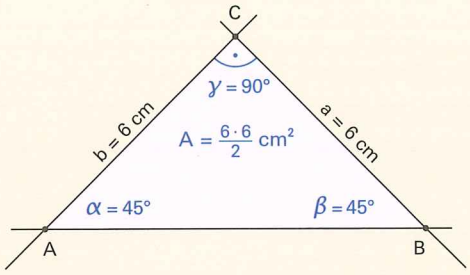
$A = 17{,}875\ cm^2$

10



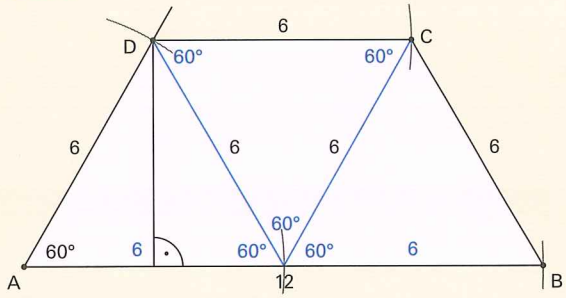
Konstruktionsanleitung:
1.) Strecke c = $\overline{AB}$ zeichnen
2.) Winkel 50° bei B eintragen, Gerade a zeichnen
3.) Von A aus die Seite b auf die Gerade a abtragen
4.) Damit ist der dritte (bisher noch fehlende) Eckpunkt C konstruiert

11



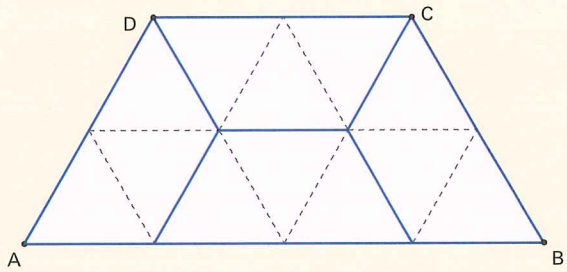
Aus $\alpha = 45°$ und $\beta = 45°$ folgt: $\gamma = 90°$
Das Dreieck ist rechtwinklig und gleichschenklig, seine Flächenfomel lautet: $A = (a \cdot b) : 2$
Aus $A = 18\ cm^2$ folgt dann: $a \cdot b = a \cdot a = 36\ cm^2$, also $a = b = 6$ cm.

12 A und C

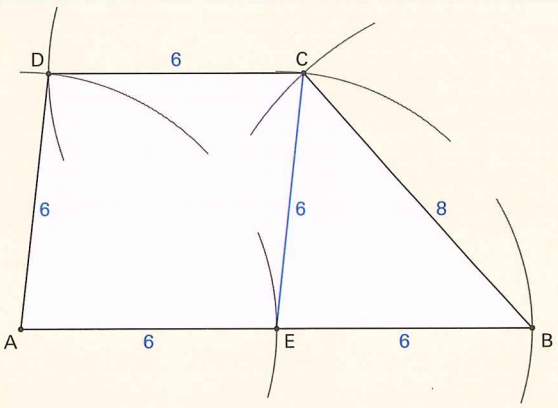


B $A \approx 47\ cm^2$

D Bei diesem speziellen Trapez ist eine Aufteilung in 4 kongruente Trapeze möglich, weil es sich in 12 gleichseitige Dreiecke unterteilen lässt.

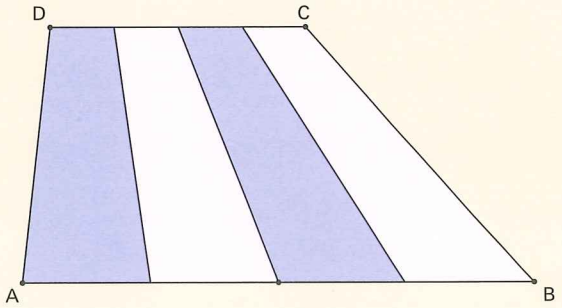


13 A



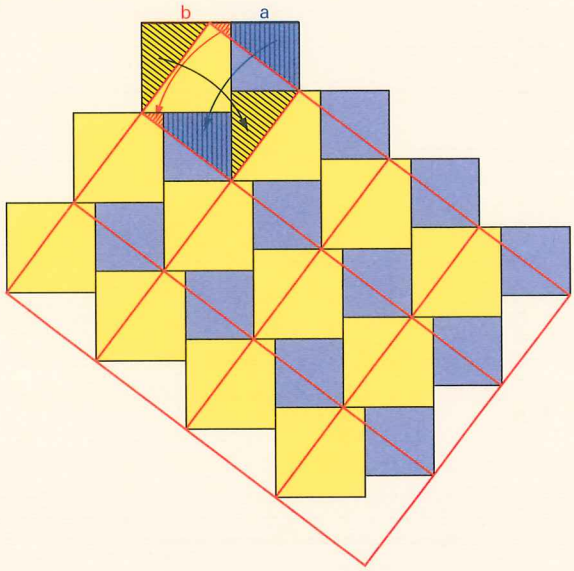
B $A = 54\ cm^2$

C



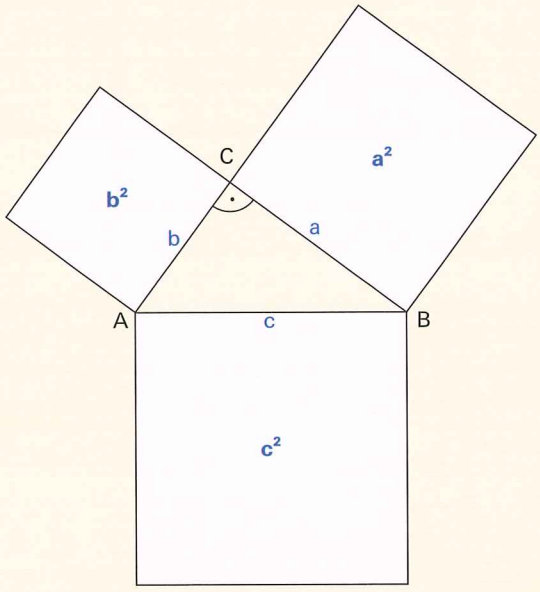
S. 63–70 **12** Pythagoras: Musik – Harmonie – Zahl

1 A



B $c^2 = a^2 + b^2$

2 $c^2 = a^2 + b^2$



3 A $a = 2{,}7$ cm $\rightarrow$ $a^2 = 2{,}3\ cm \cdot 2{,}3\ cm = 5{,}29\ cm^2$
$b = 3{,}3$ cm $\rightarrow$ $b^2 = 3{,}2\ cm \cdot 3{,}2\ cm = 10{,}24\ cm^2$
$c = 4$ cm $\rightarrow$ $c^2 = 4\ cm \cdot 4\ cm = 16\ cm^2$

$a^2 + b^2 = 5{,}29\ cm^2 + 10{,}24 \approx 16\ cm^2 = c^2$

Der Flächeninhalt des grössten Seitenquadrats ist gleich gross wie die Summe der beiden kleineren Seitenquadrate.

B $a = 1{,}4$ cm $\rightarrow$ $a^2 = 1{,}4\ cm \cdot 1{,}4\ cm = 1{,}96\ cm^2$
$b = 2{,}3$ cm $\rightarrow$ $b^2 = 2{,}3\ cm \cdot 2{,}3\ cm = 5{,}29\ cm^2$
$c = 4$ cm $\rightarrow$ $c^2 = 4\ cm \cdot 4\ cm = 16\ cm^2$

$a^2 + b^2 = 1{,}96\ cm^2 + 5{,}29\ cm^2 = 7{,}25\ cm^2 < 16\ cm^2 = c^2$

Der Flächeninhalt des grössten Seitenquadrats ist grösser als die Summe der beiden kleineren Seitenquadrate.

C $a = 3{,}7$ cm $\rightarrow$ $a^2 = 3{,}7\ cm \cdot 3{,}7\ cm = 13{,}69\ cm^2$
$b = 4{,}4$ cm $\rightarrow$ $b^2 = 4{,}4\ cm \cdot 4{,}4\ cm = 19{,}36\ cm^2$
$c = 4$ cm $\rightarrow$ $c^2 = 4\ cm \cdot 4\ cm = 16\ cm^2$

$a^2 + b^2 = 13{,}69\ cm^2 + 19{,}36\ cm^2 = 33{,}05\ cm^2 > 16\ cm^2 = c^2$

Der Flächeninhalt des grössten Seitenquadrats ist kleiner als die Summe der beiden kleineren Seitenquadrate.

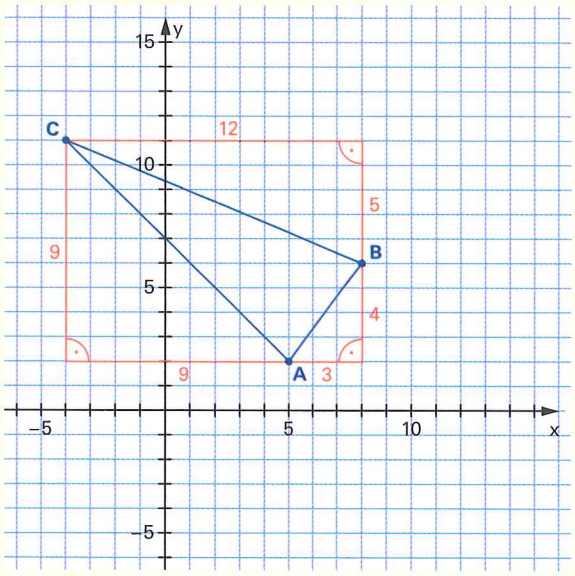
4 A $c = 5$
B $c = 10$
C $c = 13$

5 A 10
B 15
C 17
D 7,5

6 A $A = 60$
B $A = 12$
C $A = 12{,}6$

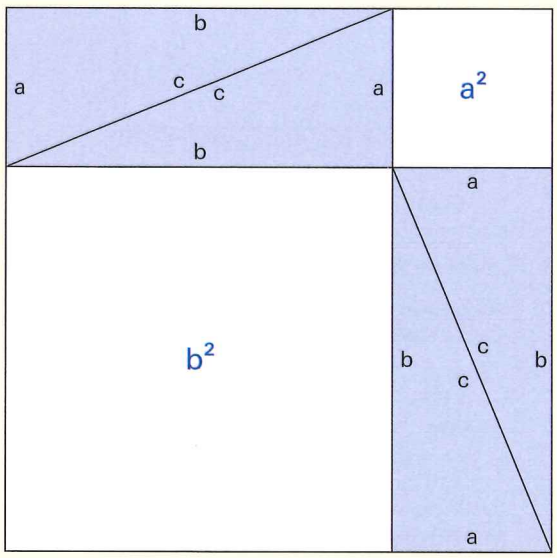
7 A Diagonale: 25
B Seite b: 16
C Höhe: 30
D Diagonale: 20

8 A



B $\overline{AB}^2 = (4^2 + 3^2) \longrightarrow \overline{AB} = 5$
$\overline{BC}^2 = (5^2 + 12^2) \longrightarrow \overline{BC} = 13$
C $\overline{AC}^2 = (9^2 + 9^2) \longrightarrow \overline{AC} \approx 13$

9 A **Figur 2**



B Flächeninhalt des weissen Quadrats in Figur 1: c^2
Flächeninhalt der beiden weissen Quadrate in Figur 2: $a^2 + b^2$

C **Term für die Fläche der gesamten Figur**
Eine Seite der Figur 2 beträgt jeweils die Länge $a + b$.
Die Fläche ist also $(a + b)(a + b)$.
$(a + b)(a + b) = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Term für die freibleibende Fläche
Ein Dreieck in Figur 2 hat die Fläche $\frac{ab}{2}$. Die vier Dreiecke in Figur 2 haben die Gesamtfläche $4 \cdot \frac{ab}{2} = 2ab$

Wenn man in Figur 1 die vier Dreiecke vom grossen Quadrat $(a + b)^2$ subtrahiert, bleibt c^2 übrig.

Wenn man in Figur 2 die vier Dreiecke vom grossen Quadrat $(a + b)^2$ subtrahiert, bleibt $a^2 + b^2$ übrig.

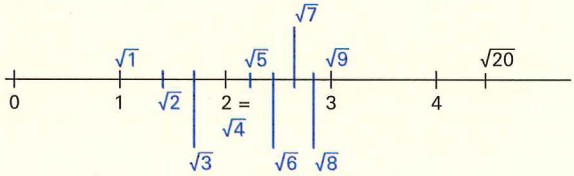
Mit anderen Worten:
In Figur 1 wird $2ab$ von $(a + b)^2$ subtrahiert und es entsteht c^2
In Figur 2 wird $2ab$ von $(a + b)^2$ subtrahiert und es entsteht $a^2 + b^2$

Daraus folgt, dass $c^2 = a^2 + b^2$ ist.

10
$$(a + b)^2 = c^2 + 2ab$$
$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$
$$a^2 + b^2 = c^2$$

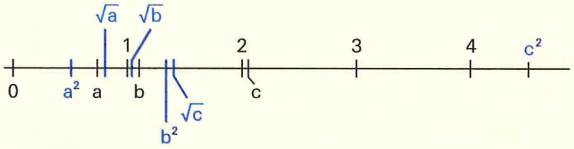
S. 71–78 13 Quadratwurzeln

1 A



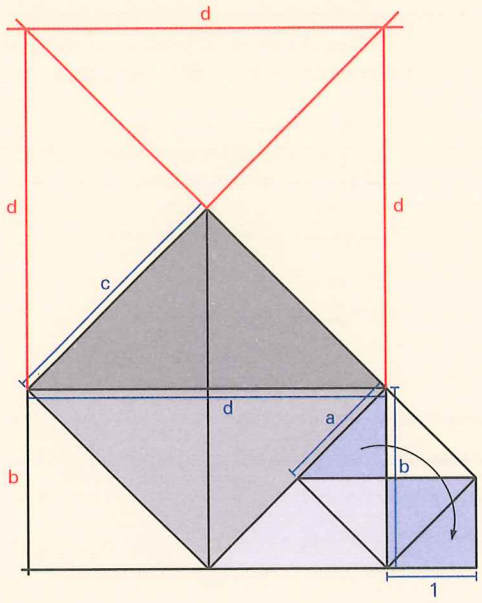
B Die Abstände werden kleiner, je höher die Zahl ist, deren Wurzel man einzeichnen muss.
Begründung: Wurzeln stehen mathematisch im gleichen Verhältnis zu natürlichen Zahlen, wie natürliche Zahlen zu Quadratzahlen. So wie Quadratzahlen schneller wachsen als natürliche Zahlen, so wachsen natürliche Zahlen schneller als Wurzeln.

2



3 A $a^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2 \rightarrow a = \sqrt{2}$
$b^2 = a^2 + a^2 = 2 + 2 = 4 \rightarrow b = \sqrt{4} = 2$
$c^2 = b^2 + b^2 = 4 + 4 = 8 \rightarrow c = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2a$
$d^2 = c^2 + c^2 = 8 + 8 = 16 \rightarrow d = \sqrt{16} = 4 = 2b$

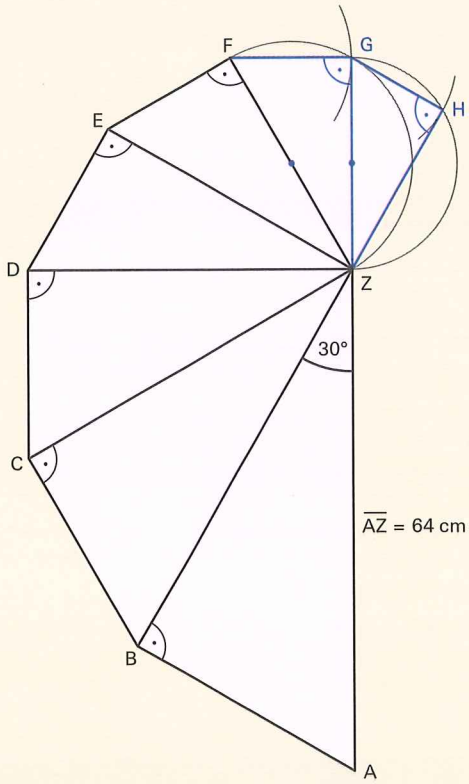
B Ergänze die Zeichnung mit einem Quadrat der Fläche d^2.



C Seite: $d^2 = c^2 + c^2 = 8 + 8 = 16 \rightarrow d = \sqrt{16} = 4$
Diagonale: $e^2 = d^2 + d^2 = 16 + 16 = 32 \rightarrow e = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

Man kann daraus ablesen:
In einem Quadrat ist die Diagonale immer $\sqrt{2}$-mal länger als die Seite.

4 A



B $\overline{AB} = 32$ cm
$\overline{BZ} = \sqrt{3\,072}$ cm $\approx 55{,}4$ cm
C $\overline{BC} = \sqrt{768}$ cm $\approx 27{,}7$ cm
$\overline{CZ} = 48$ cm
$\overline{DZ} = \sqrt{1\,728}$ cm $\approx 41{,}6$ cm

5 A $\sqrt{15}$
$15 \cdot 1 = 15$

$\frac{15+1}{2} = \frac{16}{2} = 8$ $\quad \frac{15}{8} = 1{,}875$ $\quad$ also $8 \cdot 1{,}875 = 15$
$\frac{8+1{,}875}{2} \approx 4{,}94$ $\quad \frac{15}{4{,}94} \approx 3{,}04$ $\quad$ also $4{,}94 \cdot 3{,}04 \approx 15$
$\frac{4{,}94+3{,}04}{2} = 3{,}99$ $\quad \frac{15}{3{,}99} \approx 3{,}76$ $\quad$ also $3{,}99 \cdot 3{,}76 \approx 15$
$\frac{3{,}99+3{,}76}{2} = 3{,}88$ $\quad \frac{15}{3{,}88} \approx 3{,}87$ $\quad$ also $3{,}88 \cdot 3{,}87 \approx 15$

Also ist $\sqrt{15} \approx 3{,}875$ bzw. $3{,}88$

$\sqrt{35}$
Man kann auch mit einem anderen Produkt starten als $35 \cdot 1$, z. B. $7 \cdot 5$, dann geht es etwas schneller.
$7 \cdot 5 = 35$

$\frac{7+5}{2} = 6$ $\quad \frac{35}{6} \approx 5{,}83$ $\quad$ also $6 \cdot 5{,}83 \approx 35$
$\frac{6+5{,}83}{2} \approx 5{,}92$ $\quad \frac{35}{5{,}92} \approx 5{,}91$ $\quad$ also $5{,}92 \cdot 5{,}91 \approx 35$

Also ist $\sqrt{35} \approx 5{,}915$ bzw. $5{,}92$

$\sqrt{55}$
$11 \cdot 5 = 55$

$\frac{11+5}{2} = 8$ $\quad \frac{55}{8} \approx 6{,}88$ $\quad$ also $8 \cdot 6{,}88 \approx 55$
$\frac{8+6{,}88}{2} \approx 7{,}44$ $\quad \frac{55}{7{,}44} \approx 7{,}39$ $\quad$ also $7{,}44 \cdot 7{,}39 \approx 55$
$\frac{7{,}44+7{,}39}{2} \approx 7{,}42$ $\quad \frac{55}{7{,}42} \approx 7{,}41$ $\quad$ also $7{,}42 \cdot 7{,}41 \approx 55$

Also ist $\sqrt{55} \approx 7{,}415$ bzw. $7{,}42$

$\sqrt{75}$
$15 \cdot 5 = 75$

$\frac{15+5}{2} = 10$ $\quad \frac{75}{10} = 7{,}5$ $\quad$ also $10 \cdot 7{,}5 = 75$
$\frac{10+7{,}5}{2} = 8{,}75$ $\quad \frac{75}{8{,}75} \approx 8{,}57$ $\quad$ also $8{,}75 \cdot 8{,}57 \approx 75$
$\frac{8{,}75+8{,}57}{2} \approx 8{,}66$ $\quad \frac{75}{8{,}66} \approx 8{,}66$

Also ist $\sqrt{75} \approx 8{,}66$

$\sqrt{95}$
$19 \cdot 5 = 95$

$\frac{19+5}{2} = 12$ $\quad \frac{95}{12} \approx 7{,}92$ $\quad$ also $12 \cdot 7{,}92 \approx 95$
$\frac{12+7{,}92}{2} \approx 9{,}96$ $\quad \frac{95}{9{,}96} \approx 9{,}53$ $\quad$ also $9{,}96 \cdot 9{,}53 \approx 95$
$\frac{9{,}96+9{,}53}{2} \approx 9{,}75$ $\quad \frac{95}{9{,}75} \approx 9{,}74$ $\quad$ also $9{,}75 \cdot 9{,}74 \approx 95$

Also ist $\sqrt{95} \approx 9{,}745$ bzw. $9{,}75$

B Die Differenz der Zahlen unter der Wurzel ist immer 20.
Die Differenzen der Wurzeln aus den Zahlen sind nicht konstant, sie werden immer kleiner.

6

A	B	C	D
50	15	1,5	0,3
2 000	20	2,5	0,4
10	12	4,5	0,6
2 500	30	8,5	1,2

7 Individuelle Lösungen

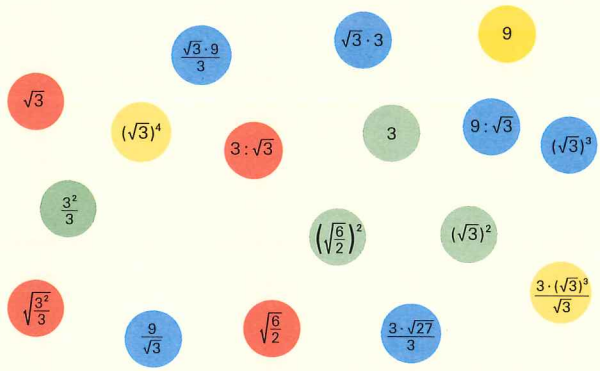
8

A	B	C
4	2	10
16	4	100
64	8	1 000
256	8	1 000
1 024	16	100 000
2^{2x}	32	

9 A falsch
B falsch
C richtig
D richtig
E falsch
F richtig
G richtig
H richtig

10 A $16 - \sqrt{16}$
B $\sqrt{4} \cdot 2$
C $\sqrt{1} + \sqrt{1}$
D $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

11



12 Individuelle Lösungen

13 A 20
B 55
C 24
D 15
E 10,4
F $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
G 19,6
H $2{,}5\sqrt{2} \approx 3{,}5$
I $a\sqrt{2}$
K $\frac{11{,}6}{\sqrt{2}} \approx 8{,}2$
L $\frac{4{,}8}{\sqrt{2}} \approx 3{,}4$
M $\frac{d}{\sqrt{2}}$
N $\sqrt{12{,}5} \approx 3{,}5$
O $\sqrt{52} \approx 7{,}2$

14

	Rechteck 1	Rechteck 2	Rechteck 3	Rechteck 4	Rechteck 5	Rechteck 6
Seite a	3	6	90	5	1,1	7
Seite b	4	8	120	12	6	2,4
Diagonale d	5	10	150	13	6,1	7,4

15 A 17 cm
B 10 cm
C $\sqrt{261}$ cm $\approx$ 16,16 cm
D $\sqrt{325}$ cm $\approx$ 18,03 cm

16 A $\approx$ 172,8

17 A 25
B $\approx$ 23
C $\approx$ 20
D $\approx$ 18
E 16
F $\approx$ 14
G $\approx$ 12

18 A $\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{90} = 9{,}5$
$\sqrt{80} = 8{,}9$
$\sqrt{70} = 8{,}5$
$\sqrt{60} = 7{,}7$

B $\sqrt{1\,500} = 39$
$\sqrt{3\,000} = 55$
$\sqrt{6\,000} = 78$

C $\sqrt{0{,}2} = 0{,}45$
$\sqrt{0{,}4} = 0{,}63$
$\sqrt{0{,}8} = 0{,}89$

S. 79–86

14 Steigung

1 A 1 : 2,5
B Am steilsten ist Keil 1 (mit Steigung 1,00)
Am flachsten ist Keil 3 (mit Steigung 0,30)
C Mögliche Lösung:
Ein Radiergummi hat eine leicht «klebrige» Oberfläche. Dies macht die Versuche schwer reproduzierbar. Die Streuung der Resultate entspricht durchaus den Erwartungen.

2 A Die Keile in Aufgabe 1 zeigen im Längsschnitt immer ein rechtwinkliges Dreieck. Das ist bei den Keilen in Aufgabe 2 nicht mehr so. Dementsprechend müssen «Höhenunterschiede», rechtwinklig zur Basisstrecke, eingeführt werden, wenn die Steigungen berechnet werden sollen.

B **Keil 1** Steigung $= \frac{18}{60} = 0{,}30$

Keil 2 Steigung $= \frac{42}{69} \approx 0{,}60$

3 A $m = \frac{44}{55} = \frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\,\%$ Neigungswinkel: 38°

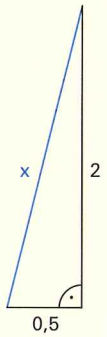
B **Gerade Treppe** $m = \frac{29}{34} \approx 0{,}85$

Podesttreppe $m = \frac{29}{68} \approx 0{,}43$

$\frac{1}{4}$ **gewendelt** $m = \frac{29}{35} \approx 0{,}83$

$\frac{1}{2}$ **gewendelt** $m = \frac{29}{55} \approx 0{,}53$

4 A



B 2,06 m

5

	zu erreichende Höhe	Abstand von der Hausmauer	Länge der Leiter	Steigung der Leiter
Leiter 1	2,2 m	1 m	2,4 m	220 %
Leiter 2	2,8 m	0,93 m	2,95 m	300 %

6 A Rampe 2 hat die grössere Steigung (0,5).

B **Table-Bank**
Steigung $= \frac{1{,}2}{3{,}7} = 0{,}324\ldots \approx 32\,\%$
Neigungswinkel $\approx$ 18°
Rampenlänge = 3,9 m

Bank
Steigung $= \frac{1{,}5}{4{,}3} = 0{,}348\ldots \approx 35\,\%$
Neigungswinkel $\approx$ 19°
Rampenlänge = 4,55 m

Eck-Bank
Steigung $= \frac{2{,}0}{7{,}2} = 0{,}277\ldots \approx 28\,\%$
Neigungswinkel $\approx$ 16°
Rampenlänge = 7,5 m

7 A

	Dreieck ABC	Dreieck ADE	Dreieck AFG
Winkel	w_A = 20° w_B = 90° w_C = 70°	w_A = 20° w_D = 90° w_E = 70°	w_A = 20° w_F = 90° w_G = 70°
Projektion	$\overline{AB}$ = 48 mm	$\overline{AD}$ = 96 mm	$\overline{AF}$ = 120 mm
Höhe	$\overline{BC}$ = 19 mm	$\overline{DE}$ = 38 mm	$\overline{FG}$ = 48 mm
Steigung als Prozentangabe	$\approx$ 40 %	$\approx$ 40 %	40 %
Steigung als Dezimalbruch	$\approx$ 0,4	$\approx$ 0,4	0,4

B Die drei Dreicke haben die gleichen Winkel und ihre Seitenlängen stehen im gleichen Verhältnis, sind also proportional zueinander. Daraus folgt dann, dass die Steigung immer gleich ist.

C Individuelle Lösung

8

Länge der Strecke ZP	Winkel w	Steigung
ZP_7 12,04 cm	w_7 54°	1,4
ZP_6 10,93 cm	w_6 50°	1,2
ZP_5 9,90 cm	w_5 45°	1,0
ZP_4 8,96 cm	w_4 39°	0,8
ZP_3 8,16 cm	w_3 31°	0,6
ZP_2 7,54 cm	w_2 22°	0,4
ZP_1 7,14 cm	w_1 11°	0,2
ZP_0 7 cm	w_0 0°	0

9 B, C, D, E, F sind falsch.

10 **A** **Graph 1** m = 2
Graph 2 m = 0,5
Graph 3 m = 0,67
Graph 4 m ≈ 0,7

B Individuelle Lösungen

11

A

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	−2	−4	−6

y = −2x −2

B

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	7	5	3	1	−1	−3	−5

y = −2x + 1 −2

C

x	−4	−2	−0	2	4	6	8
y	−2	−1	0	1	2	3	4

y = 0,5x $\frac{1}{2}$

12 **Gleichung 1** Grenze dunkelblau/weiss
Gleichung 2 grau
Gleichung 3 weiss
Gleichung 4 hellblau
Gleichung 5 Grenze hellblau/grau
Gleichung 6 grau
Gleichung 7 dunkelblau
Gleichung 8 weiss
Gleichung 9 grau

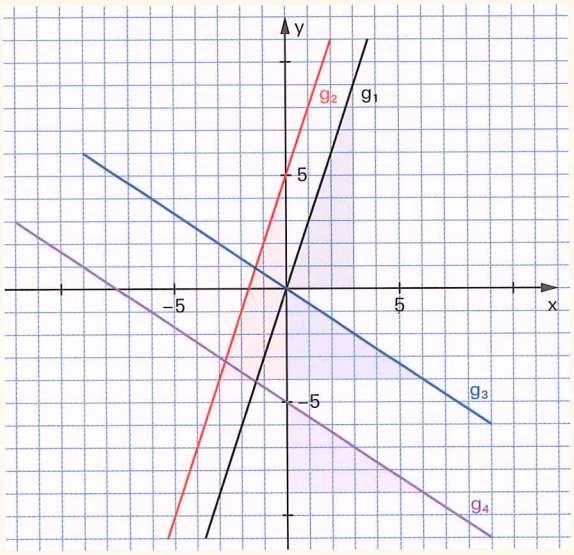
13 **A** positive Zahlen unter 1 (0 < a < 1)
B positive Zahlen über 1 (a > 1)
C negative Zahlen zwischen 0 und −1 (0 > a > −1)
D negative Zahlen unter −1 (a < −1)
E 1
F −1
G 0
H Man müsste eine unendlich grosse Zahl für a einsetzen.

14 **A** g_1: $m_1 = \frac{3}{4} = 0{,}75$
g_2: $m_2 = \frac{3}{3} = 1$
g_3: $m_3 = \frac{5}{-2} = -2{,}5$
g_4: $m_4 = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$

B g_1: $y = 0{,}75x - 2$
g_2: $y = x + 3$
g_3: $y = -2{,}5x - 5$
g_4: $y = \frac{-2}{3}x + 1$

C Ich zeichne für jede Gerade an einem geeigneten Ort ein Steigungsdreieck ein. Aus dem Steigungsdreieck kann ich die Steigung ablesen, indem ich die Höhe des Dreieckes durch die Länge des Dreiecks dividiere.
Die Gleichung baue ich nach dem Schema y = mx + q auf; ich notiere also vor dem «x» die Steigung «m», die ich gefunden habe. Nachher kläre ich ab, in welcher Höhe die Gerade die y-Achse schneidet; aus dieser Höhe ergibt sich der sogenannte Achsenabschnitt q, den ich anschliessend als zweiten Summanden in der Gleichung notiere.

15



S. 87–94 15 Zusammengesetzte Grössen

1

Stoff	Gewicht (Masse) [kg]	Volumen [dm³]	Dichte [kg/dm³]
Wasser	2	2	1,0
	5	5	
Eisen	15,6	2	7,8
	390	50	
Fichtenholz trocken	1,2	2	0,6
	0,3	0,5	
Beton	4,4	2	2,2
	1100	500	

2

Stoff	Gewicht (Masse)	Volumen	Dichte
Schnee	20 kg	50 dm³	0,4 kg/dm³
Granit	3700 kg	1350 dm³	2,74 kg/dm³
Blei	5,0 kg	0,44 dm³	11,4 kg/dm³
Eis	72 g	80 cm³	0,9 g/cm³

3

Stoff	Gewicht (Masse)	Volumen	mögliche Kantenlängen eines entsprechenden Quaders
Schnee	200 g	500 cm³	5 · 10 · 10
Granit	200 g	73 cm³	2,9 · 5 · 5
Blei	200 g	17,5 cm³	1,95 · 3 · 3
Eis	200 g	222 cm³	2,22 · 10 · 10

4

Stoff	Volumen	Dichte
Wasser	2 dm³	1,0 kg/dm³
Eisen	0,256 dm³	7,8 kg/dm³
Fichtenholz trocken	3,33 dm³	0,6 kg/dm³
Zement	0,714 dm³	2,8 kg/dm³

5 Mit 0,9 g/cm³ bzw. 0,9 kg/dm³

6 A Wasser

Gewicht (Masse)	Volumen	Dichte
1 g	1 cm³	1 g/cm³
1 kg	1 dm³	1 kg/dm³
1 t	1 m³	1 t/m³

B Stein

Gewicht (Masse)	Volumen	Dichte
2,5 g	1 cm³	2,5 g/cm³
2,5 kg	1 dm³	2,5 kg/dm³
2,5 t	1 m³	2,5 t/m³

C Dichte allgemein

1 g/cm³ = 1 000 g/dm³ = 1 kg/dm³ = 1 000 kg/m³ = 1 t/m³

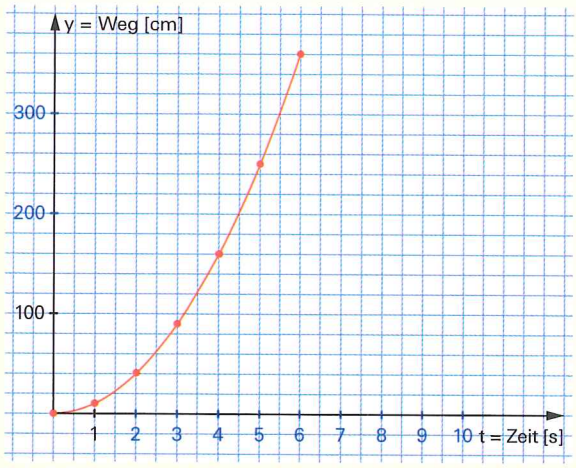
7 A wahr
B falsch
C falsch
D wahr
E wahr
F falsch
Körper mit der Dichte 1 kg/dm³ schweben im Wasser.
G wahr

8 A wahr
B wahr
Das Gewicht der Körper ist nicht bekannt.
C falsch
D wahr

9 A

Zeitpunkt t [s]	0	1	2	3	4	5	6	t
Weg [cm]	0	10	40	90	160	250	360	y

B



C $y = 10 \cdot t^2$

10 A

B 47,5 km
C 23,75 km/h

11 A falsch
B wahr
C wahr
D wahr
E wahr

12 Diagramm C

13 A Individuelle Lösung
B Mögliche Lösung:
Wenn das erste (langsamste) Auto zum Stillstand kommt, hat das zweite Auto am gleichen Ortspunkt immer noch eine Geschwindigkeit von 40 km/h (weil sowohl der Reaktionsweg als auch der Bremsweg deutlich länger sind). Das dritte fährt noch mit über 60 km/h, das vierte sogar noch mit ungefähr 75 km/h.

14 A 15,75 m 33,75 m 72 m
B Es zeigt sich eine Übereinstimmung.

15 A 6,5 l 9,2 l 14 l
B 5 l pro Tag 25 l pro Woche 1 200 l pro Jahr
C Etwa 10,4 l pro 100 km
D 1000 l statt 1 200 Liter pro Jahr
Ersparnis: 200 l oder 17 %
E Im Stadtverkehr gibt es viele Kreuzungen. Es muss entsprechend oft gebremst und beschleunigt werden. Viele Autofahrer lassen ausserdem den Motor laufen, wenn sie vor einem Rotlicht warten – so wird Benzin verbraucht, auch wenn gar kein Weg zurückgelegt wird.
F Mögliche Lösungen:
Motor abstellen vor Rotlichtern, sanft beschleunigen, möglichst zurückhaltend bremsen, Auto vor dem Stop ausrollen lassen usw. So lässt sich der Stadtverbrauch vielleicht von 13,5 auf 11 Liter senken.
Weitere Möglichkeit: Auf der Autobahn nur 100 km/h fahren. Der Verbrauch wäre dann noch 9,2 l pro 100 km.
So ergäbe sich ein Tagesverbrauch von 4,33 Litern, ein Jahresverbrauch von 1040 Litern und eine Ersparnis von etwas mehr als 13 %.

16 A 13,88 l pro 100 km
B 11,12 l pro 100 km
C Bei etwa 164 km/h

S. 95–100 **16 Zehn^hoch**

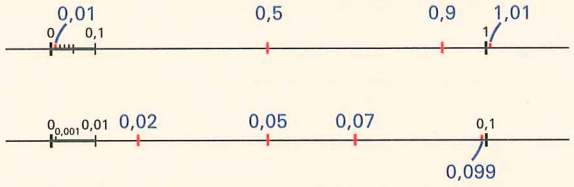
1 A 90 Milliarden Jahre
B 8 Milliarden Jahre

2 A 300 Millionen Kilometer
B Es sind ca. $7 \cdot 10^{20}$ Moleküle, das entspricht $7 \cdot 10^{20}$ mm².

$7 \cdot 10^{20}\ \text{mm}^2 = 7 \cdot 10^8\ \text{km}^2$

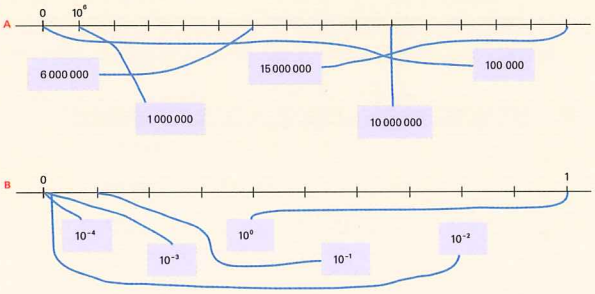
$s = \sqrt{(7 \cdot 10^8)\text{km}} \cong 26\,000$ km (ca. $\frac{2}{3}$ des Erdumfangs)

3 A

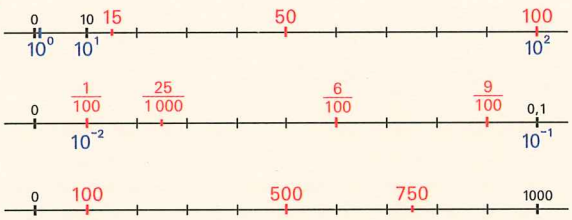


B Die Zahl 10 würde im ersten Zahlenstrahl über 1 m weiter rechts liegen, im zweiten Zahlenstrahl über 10 m weiter rechts.

4



5



6 A $1\,000 > 10^2 > 10 > 10^0 > \frac{1}{10} > 10^{-2} > 0{,}001 > 10^{-4}$

B $5 \cdot 10^3 > 150 > 10^2 > 50 > 10^0 > \frac{15}{100} > 0{,}1 > 2 \cdot 10^{-3}$

7 Ergänze.

A 10^{-3}	$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$	0,001
10^{-2}	$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$	0,01
10^{-1}	$\frac{1}{10}$	0,1
10^0	$\frac{1}{1}$	1,0
B 10^{-9}	$\frac{1}{1\,000\,000\,000}$	0,000 000 001
10^{-6}	$\frac{1}{1\,000\,000}$	0,000 001
10^{-3}	$\frac{1}{1\,000}$	0,001
10^0	$\frac{1}{1}$	1,0

8
1 Million = 10^6
$-5 \cdot 10^{-3} = -0{,}005$
$-10^{-2} = -0{,}01$
$0{,}01 = 10^{-2}$
$-10^5 = -100\,000$
$1{,}2 \cdot 10^{-3} = 0{,}0012$
$5 \cdot 10^{-3} = 0{,}005$
$102 = 1{,}02 \cdot 10^2$
$0{,}000\,01 = 10^{-5}$
–5 000 hat keine Entsprechung

9

A	B	C
10^6	10^{-2}	10^{-1}
10^3	10^{-1}	10^{-3}
10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
10^{-6}	10^{-3}	10^{-6}

10

A	B
10^4	10^{-4}
10^6	10^{-6}
10^8	10^{-8}
10^{10}	10^{-10}
10^9	
10^{12}	

11
A $2{,}35 \cdot 10^{-4} = 0{,}000\,235$
B $2{,}0 \cdot 10^{-6} = 0{,}000\,002$
C $3{,}0 \cdot 10^{-8} = 0{,}000\,000\,03$
D $7{,}5 \cdot 10^6 = 7\,500\,000$
E $3{,}7 \cdot 10^3 = 3\,700$
F $2{,}34375 \cdot 10^{-8} = 0{,}000\,000\,023\,337\,5$
G $1{,}875 \cdot 10^4 = 18\,750$
H $9{,}375 \cdot 10^{-1} = 0{,}937\,5$
I $4{,}6875 \cdot 10^{-3} = 0{,}004\,687\,5$

12
A $1{,}6 \cdot 10^9$
B $1{,}8 \cdot 10^8$
C $1{,}4 \cdot 10^5$
D $1{,}0 \cdot 10^{-9}$
E $1{,}0 \cdot 10^{-12}$
F $2{,}5 \cdot 10^{-7}$
G $2{,}5 \cdot 10^{-10}$

13

	die Hälfte	das Doppelte	der 10. Teil	5-mal so viel
$3 \cdot 10^5$	$1{,}5 \cdot 10^5$	$6 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	$1{,}5 \cdot 10^6$
$2{,}5 \cdot 10^6$	$1{,}25 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^6$	$2{,}5 \cdot 10^5$	$1{,}25 \cdot 10^7$
$1{,}6 \cdot 10^{-4}$	$0{,}8 \cdot 10^{-4}$	$3{,}2 \cdot 10^{-4}$	$1{,}6 \cdot 10^{-5}$	$0{,}8 \cdot 10^{-3}$
$6{,}2 \cdot 10^{-3}$	$3{,}1 \cdot 10^{-3}$	$1{,}24 \cdot 10^{-2}$	$6{,}2 \cdot 10^{-4}$	$3{,}1 \cdot 10^{-2}$

14

A	B
10^5	14
10^6	–5
10^7	10
10^7	–6
10^{-3}	–5
10^{-7}	–2
10^0	15

15 A allgemein: $10^a \cdot 10^b = 10^{(a+b)}$
Beispiel: $10^4 \cdot 10^3 = 10^{(4+3)} = 10^7$
B allgemein: $10^a : 10^b = 10^{(a-b)}$
Beispiel: $10^4 : 10^3 = 10^{(4-3)} = 10^1 = 10$

16

A	B
10^{10}	10^{13}
10^9	10^{13}
10^{12}	10^{21}
10^{12}	10^{18}

17

A	B
10^4	–3
10^3	–9
10^1	15
10^{-1}	–5
10^{-3}	–3
10^{-5}	–1
10^{-7}	–3

$10^{-2} : 10^7 = 10^{-9}$
$10^{-3} : 10^8 = 10^{-11}$

18 Setze die Päckchen fort. Gib die Ergebnisse als Zehnerpotenz an.

A
$(10^4)^2 = 10^8$
$(10^3)^2 = 10^6$
$(10^2)^2 = 10^4$
$(10^1)^2 = 10^2$
$(10^0)^2 = 10^0$
$(10^{-1})^2 = 10^{-2}$
$(10^{-2})^2 = 10^{-4}$
$(10^{-3})^2 = 10^{-6}$

B
$(10^1)^2 = 10^2$
$(10^0)^3 = 10^0$
$(10^{-1})^4 = 10^{-4}$
$(10^{-2})^5 = 10^{-10}$
$(10^{-3})^6 = 10^{-18}$

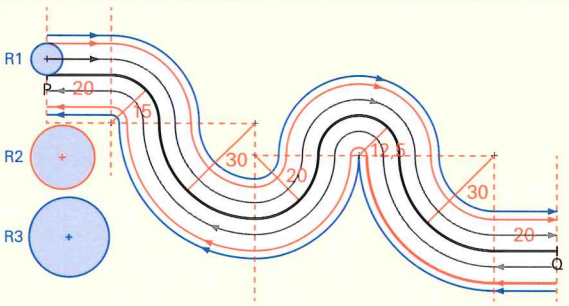
19 $(10^3)^4 = 10^{12}$ $(10^2)^6 = 10^{12}$ $(10^1)^{12} = 10^{12}$
$(10^4)^3 = 10^{12}$ $(10^6)^2 = 10^{12}$ $(10^{12})^1 = 10^{12}$

20 Man multipliziert die Hochzahlen.

S. 101–108 **17 Kreis**

1
A $(20 + 15 + 15 + 10) \cdot \pi$ mm $\approx$ 188 mm
B $(20 + 15 + 15 + 7{,}5 + 7{,}5 + 5) \cdot \pi$ mm $\approx$ 220 mm
C $(20 + 15 + 7{,}5 + 7{,}5 + 4 \cdot 12{,}5) \cdot \pi$ mm $\approx$ 314 mm
D $\frac{(120 \cdot \pi)}{2\text{ mm}} \approx$ 188 mm
E $\frac{(120 \cdot \pi)}{2\text{ mm}} \approx$ 188 mm
F $\frac{(120 \cdot \pi)}{2\text{ mm}} \approx$ 188 mm
G $(7{,}5 + 15 + 10 + 5) \cdot 2\pi$ mm $\approx$ 236 mm
H $(3{,}75 + 15 + 10 + 15) \cdot 2\pi$ mm $\approx$ 275 mm
I $(2{,}5 + 5 + 7{,}5 + 10 + 12{,}5 + 15 + 17{,}5 + 20) \cdot \pi$ mm $\approx$ 283 mm
K $(2{,}5 + 5 + 7{,}5 + 10 + 12{,}5 + 15 + 17{,}5 + 20) \cdot 2\pi$ mm $\approx$ 565 mm
L $(2{,}5 + 2{,}5 + 7{,}5 + 12{,}5 + 17{,}5) \cdot 2\pi$ mm $\approx$ 267 mm
M $(20 + 2{,}5 + 15 + 2{,}5 + 10 + 2{,}5 + 5) \cdot \pi$ mm $\approx$ 181 mm

2



A 228 mm
B 228 mm
C 228 mm
D 228 mm
E 228 mm

3
- 720 min gehört zu Bild C
- 150 min gehört zu Bild B
- 3 min gehört zu Bild D
- $\frac{1}{60}$ min gehört zu Bild E
- $\frac{1}{120}$ min gehört zu Bild A

4 Individuelle Lösungen

5 **A** Individuelle Lösung
B $u_1 = 40\,000\,000$ m $r_1 = \frac{u_1}{2\pi} = 6\,366\,197{,}7\ldots$ m
$u_2 = 40\,000\,010$ m $r_2 = \frac{u_2}{2\pi} = 6\,366\,199{,}3\ldots$ m
Unterschied: $r_2 - r_1 \approx 1{,}6$ m

Erklärung: der Abstand zur Kugeloberfläche vergrössert sich proportional zur Verlängerung der Schnur, mit dem Proportionalitätsfaktor $\frac{1}{2\pi}$.

Also ist $r_2 - r_1 = 10 : 2\pi = 1{,}59$ m

6 **A** Individuelle Lösungen
B **Figur 1**
1 924 mm² bzw. 50 % grau

Figur 2
3 257 mm² bzw. 85 % grau

Figur 3
5 262 mm² bzw. 83 % grau

Figur 4
1 674 mm² bzw. 67 % grau

C Individuelle Lösungen

7 **A** Die Kreisfläche ist kleiner als das Quadrat darum herum, aber grösser als das Quadrat darin.

Die Kreisfläche ist kleiner als das Sechseck darum herum, aber grösser als das Sechseck darin.

Die Kreisfläche ist kleiner als das 96-Eck darum herum, aber grösser als das 96-Eck darin.
Inzwischen ist aber das Vieleck aussenherum nicht mehr sehr viel grösser als das Vieleck im Innern des Kreises – also wird die Kreisfläche immer mehr «eingezwängt» zwischen zwei Vielecksflächen, die fast gleich gross sind.

B Man schafft eine Annäherung an die Kreisfläche.

8

	r [cm]	d [cm]	u [cm]	A [cm²]
A	10	20	62,831 …	314,159 …
B	5	10	31,415 …	78,539 …
C	1,591 …	3,183 …	10	7,957 …
D	1,784 …	3,568 …	11,209 …	10
E	5	10	31,415 …	78,539 …
F	10	20	62,831 …	314,159 …
G	0,795 …	1,591 …	5	1,989 …
H	2,523 …	5,046 …	15,853 …	20

Durchmesser d und Umfang u wachsen linear mit r, die Fläche A aber wächst quadratisch mit r. Zum Beispiel wenn man den Radius eines Kreises verdoppelt, verdoppelt sich auch der Umfang; die Fläche wächst aber quadratisch, das heisst sie wird vervierfacht.

9 **A**
Sektor 1 15°
Sektor 2 30°
Sektor 3 45°
Sektor 4 60°
Sektor 5 90°
Sektor 6 120°
B 60 mm
C 113 cm²
D und E
Sektor 1 4,7 cm² = 4,2 %
Sektor 2 9,4 cm² = 8,3 %
Sektor 3 14,1 cm² = 12,5 %
Sektor 4 18,8 cm² = 16,7 %
Sektor 5 28,3 cm² = 25 %
Sektor 6 37,7 cm² = 33,3 %

10

	Zentriwinkel	r [cm]	d [cm]	Bogenlänge [cm]	A [cm²]
A	30°	10	20	5,24	26,2
B	30°	5	10	2,62	6,54
C	30°	19,1	38,2	10	95,5
D	30°	6,2	12,4	3,23	10
E	57,3°	10	20	10	50
F	45,8°	5	10	4	10
G	120°	10	20	20,94	104,8
H	120°	2,5	5	5,24	6,54
I	120°	4,77	9,55	10	23,9
K	120°	6,18	12,4	12,9	40
L	11,4°	10	20	1,99	10
M	114°	5	10	10	24,9

Bei gleichem Zentriwinkel sind Radius, Durchmesser und Bogenlänge proportional. A verhält sich im Quadrat dazu.

11 **A** ≈ 1 810
B ≈ 1 810
C ≈ 1 810
D ≈ 1 810

Man bekommt viermal das gleiche Ergebnis, weil die Unterschiede der Quadrate der beiden Zahlen gleich sind, nämlich jeweils 576.

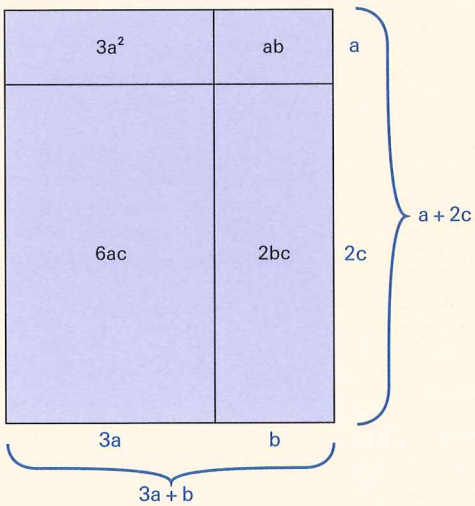
12 **A** G = 12,566 cm² = 1 256,6 mm²
B V = 12 566 mm³ = 12,566 cm³ = 12,566 ml

13

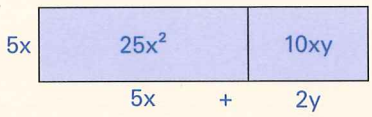
	Radius [cm]	Grundfläche [cm²]	Höhe [cm]	Volumen [cm³]
A	4	50,265 ...	7,997... ≈ 8	402
B	3,999 ... ≈ 4	50,25	32	1 608
C	8	201,061 ...	7,997... ≈ 8	1 608
D	5,655 ...	100,5	8	804

S. 109–114 18 Produkte von Binomen

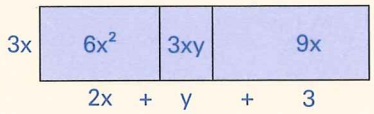
1



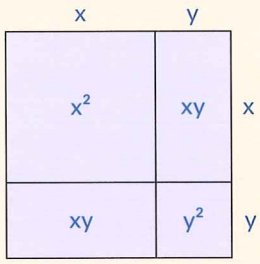
2 **A** 5x(5x + 2y)



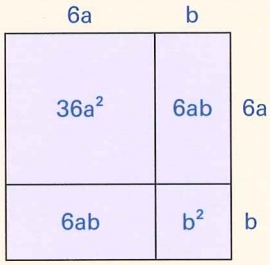
B 3x(2x + y + 3)



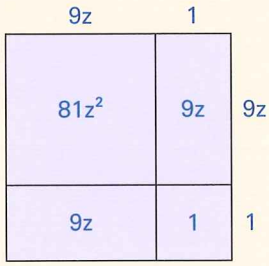
3 **A** $(x + y)^2$



B $(6a + b)^2$



C $(9z + 1)^2$



4 **A** $(a+2)(a+1)$

	a	2	
	a^2	2a	a
	a	2	1

B $(z+16)(z+4)$

	z	16	
	z^2	16z	z
	4z	64	4

C $(u+4)(u+1)$

	u	4	
	u^2	4u	u
	u	4	1

D $(4+b)(3+b)$

	4	b	
	12	36	3
	4b	b^2	b

5 **A** $10 \cdot 12 + 1 = 121$
$20 \cdot 22 + 1 = 441$
$30 \cdot 32 + 1 = 961$
$41^2 = 40 \cdot 42 + 1 = 1\,681$

B $30 \cdot 28 + 1 = 841$
$40 \cdot 38 + 1 = 1\,521$
$50 \cdot 48 + 1 = 2\,401$
$59^2 = 60 \cdot 58 + 1 = 3\,481$

C $20^2 + 40 + 1 = 441$
$30^2 + 120 + 4 = 1\,024$
$40^2 + 240 + 9 = 1\,849$
$54^2 = 50^2 + 400 + 16 = 2\,916$

D $(40-3)^2 = 40^2 - 240 + 9 = 1\,369$
$(50-4)^2 = 50^2 - 400 + 16 = 2\,116$
$(50+5)^2 = 50^2 + 500 + 25 = 3\,025$
$64^2 = (60+4)^2 = 60^2 + 480 + 16 = 4\,096$

6

$(a+b)^2$	$(a-b)^2$	$(a+b)(a-b)$
$14^2 = 100 + 80 + 16 = 196$	$78^2 = 6\,400 - 320 + 4 = 6\,084$	$81 \cdot 79 = 6\,400 - 1 = 6\,399$
$35^2 = 900 + 300 + 25 = 1\,225$	$89^2 = 8\,100 - 180 + 1 = 7\,921$	$68 \cdot 72 = 4\,900 - 4 = 4\,896$
$72^2 = 4\,900 + 280 + 4 = 5\,184$	$195^2 = 40\,000 - 20\,00 + 25 = 38\,025$	$1\,001 \cdot 999 = 1\,000\,000 - 1 = 999\,999$
$203^2 = 40\,000 + 1\,200 + 9 = 41\,209$		

7 **A**

Spalte 1	Spalte 2
$a^2 + 2a + 1$	$a^2 - 2ab + b^2$
$a^2 + 4a + 4$	$9a^2 - 6ab + b^2$
$a^2 + 6a + 9$	$36a^2 - 12ab + b^2$
$a^2 + 8a + 16$	$81a^2 - 18ab + b^2$

Spalte 3	Spalte 4
$a^2 + 2ab + b^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
$4a^2 + 8ab + 4b^2$	$a^2 - 10ab + 25b^2$
$9a^2 + 18ab + 9b^2$	$a^2 - 20ab + 100b^2$
$16a^2 + 32ab + 16b^2$	$a^2 - 30ab + 225b^2$

B Quadrat des ersten Summanden + Produkt der beiden Summanden + Quadrat des zweiten Summanden
oder:
Quadrat des ersten Summanden – Produkt der beiden Summanden + Quadrat des zweiten Summanden

8 **A** $m^2 + 6m + 9$
B $z^2 - 18z + 81$
C $25x^2 + 20xy + 4y^2$
D $16b^2 - 8bm + m^2$
E $9y^2 - 3xy + 0{,}25x^2$
F $9p^2 - a^2$
G $\frac{a^2}{25} - 2ab + 25b^2$
H $\frac{a^2}{36} - \frac{ab}{9} + \frac{b^2}{9}$
I $4w^2 - 1$
K $16x^2 - 72xy + 81y^2$
L $100n^2 + 20\,mn + m^2$
M $6x^2 - 5xy - 6y^2$

9 **A** **Berechnung 1:** Die Summanden wurden quadriert, aber das Produkt der beiden Summanden weggelassen.
Berechnung 2: Die Summanden wurden quadriert und fälschlicherweise subtrahiert. Ausserdem wurde das Produkt der beiden Summanden weggelassen.
B $(a+b)^2 = a^2 \mathbf{+ 2ab} + b^2$ $\quad$ $(a-b)^2 = a^2 \mathbf{- 2ab} + b^2$
Die vorher fehlenden Produkte der Summanden sind nun eingefügt.
Das zweite Quadrat wird immer addiert, nicht subtrahiert.

10 **A**

$x^2 + 7x + 12$
$2(x+2) + 4$
$2x(x+4)$
$x + 4(x+4)$
$x^2(2+y)$
$(x+2y)^2$
$x - (4x+3)$
$3x(x+4) - 2x$
$xy + 2y + 1$
$x^2 - 81$
$(x+2y) - 2$
$2(x+y)(x+y)$
$xy + 2y + 2xy$

B
$2x(x+4) = 2x^2 + 8x$
$x^2(2+y) = 2x^2 + x^2y$
$(x+2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$
$2(x+y)(x+y) = 2x^2 + 4xy + 2y^2$

C
$x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$
$2(x+2) + 4 = 2(x+4)$
$x - (4x+3) = -3x - 3 = -3(x+1)$
$x^2 - 81 = (x+9)(x-9)$
$xy + 2y + 2xy = 2y + 3xy = y(2+3x)$

11 **A** $(a+b)(a+b)$
B kein Produktterm
C $(3a+b)(3a+b)$
D kein Produktterm
E kein Produktterm
F $(a+b)(a-b)$
G $(a-b)(a-b)$
H kein Produktterm
I kein Produktterm
K $(5a-b)(5a-b)$
L kein Produktterm
M kein Produktterm
N Es müssen zwei Quadrate vorhanden sein und gegebenenfalls ein «doppeltes Mischprodukt».

12 **A** $8(a+b)$
$2(3x-5y)$
$4x(a-3b)$
ausklammern nicht möglich

B $3x(3x+2y)$
$3x(3x-y)$
ausklammern nicht möglich
$3x(3x+1)$

13 **A** $12(x-3y+7z)$
$m(1-x+y)$
$23(3x+4y+z)$
$16(2b+3c-6d)$

B $a(x-y+4)$
$5(2a-3b+4c)$
$x(ax^2+bx+c)$
$y(6x-3y+5y^2)$

14 **A** $2x$
$2-3t$
$w+2$

B $3x-y$
$\frac{(a-4)}{2x}$
$\frac{5u}{t(3-2t)}$

15 **A** $(x-2)(x-1)$
$(x+2)(x-1)$
$(x-2)(x+1)$
$(x+3)(x-1)$

B $(x-3)(x-1)$
$(a+10)(a+2)$
$(b+15)(b+1)$
$(y-11)(y+3)$

C $(a+7)(a+1)$
$(a+7)(a-1)$
$(a-7)(a+1)$
$(a-7)(a-1)$

16 **A** $7(x+y)$
$m(a-1)$
$(8x+y)(8x-y)$
$7(x+2y-3)$
$(x+9)^2$

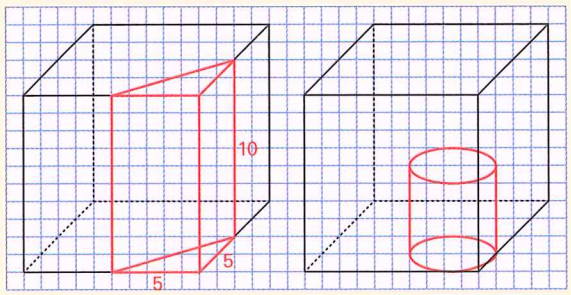
B $(10m+7n)(10m-7n)$
$(x+4)(x-1)$
$(a-5)^2$
$(1+r)(1-r)$
$(x+4)(x+2)$

C $(6a+b)(6a-b)$
$(x+4)(x-2)$
$(2p+q)^2$
$(1+6y)^2$
faktorisieren nicht möglich

D $11(3a^2+2ab+b^2)$
$(y+1)^2$
faktorisieren nicht möglich
$(11x-2y)^2$
$(a+0{,}5)^2$

S. 115–120 19 Grundfläche · Höhe

1

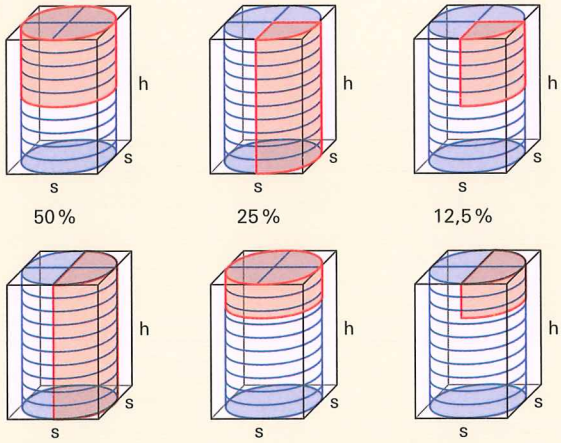


Figur 1 **Figur 2**

Figur 1 (Prisma) $V = \frac{5 \cdot 5 \cdot 10}{2} = 125\ cm^3$

Figur 2 (Zylinder) $V = (\frac{5}{2})^2 \cdot \pi \cdot 5 = \frac{5 \cdot 5 \cdot \pi \cdot 5}{2 \cdot 2} = \frac{125\pi}{4} \approx 98\ cm^3$

2



3 **A** wahr
B wahr
C falsch
D wahr
E wahr
F wahr
G falsch
H falsch
I falsch

4

Radius r \ Höhe h	8 cm	7 cm	6 cm	5 cm
2 cm	≈ 100,3 cm³	≈ 88,0 cm³	≈ 75,4 cm³	≈ 62,8 cm³
2,5 cm	≈ 157,1 cm³	≈ 137,4 cm³	≈ 117,8 cm³	≈ 98,2 cm³
3 cm	≈ 226,2 cm³	≈ 197,9 cm³	≈ 169,6 cm³	≈ 141,4 cm³
3,5 cm	≈ 307,9 cm³	≈ 269,4 cm³	≈ 230,9 cm³	≈ 192,4 cm³

5 **A** Mögliche Lösung: Radius ≈ 7,6 cm und Höhe = 3,0 cm
B **Oberfläche der Torte:** rund 506 cm²
Volumen der Torte: rund 544 cm³
Oberfläche der Verpackung: rund 720 cm²
(bei Kantenlängen 16 cm und 3,2 cm)
Volumen der Verpackung: rund 820 cm³
(bei Kantenlängen 16 cm und 3,2 cm)

6 Länge = $r \cdot \pi \approx 23$ cm
Breite = $r \approx 7{,}6$ cm
Höhe = 3 cm
Volumen ≈ 520 cm³

7

r [cm]	h [cm]	G [cm²]	V [cm³]	u [cm]	M [cm²]	S [cm²]
2	8	12	96	≈ 12	≈ 96	≈ 120
3	8	≈ 27	≈ 216	≈ 18	≈ 144	≈ 198
4	8	48	384	≈ 24	≈ 192	≈ 288
5	≈ 8	≈ 75	600	30	≈ 240	≈ 390
2	6	≈ 12	≈ 72	≈ 12	≈ 72	≈ 96
≈ 3	≈ 6	≈ 27	162	18	≈ 108	≈ 204
≈ 4	6	≈ 48	≈ 288	24	144	≈ 240
≈ 5	≈ 7	75	≈ 525	≈ 30	210	360

8 **Körper 1**

$V = 3(a^2)b$

$S = 6a^2 + 8ab$

Körper 2

$V = 6(a^2)b$

$S = 6a^2 + 20ab$

Körper 3

$V = 4(a^2)b + \pi(a^2)b$

$S = 4a^2 + 8(a^2)b + \pi(a^2) + 2\pi ab$

Körper 4

$V = 32r^3 - 4\pi(r^3)$

$S = 56r^2 + 3\pi(r^2)$

Körper 5

$V = 6\pi(r^3)$

$S = 8r^2 + 15\pi(r^2)$

Körper 6

$V = 10\pi(r^3)$

$S = 8r^2 + 17\pi\ (r^2)$

Körper 7

$V = 8d^3 - (d^3) \cdot \frac{\pi}{2}$

$S = 24d^2 + 3(d^2) \cdot \frac{\pi}{2}$

Körper 8

$V = 8d^3 - (d^3) \cdot \pi$

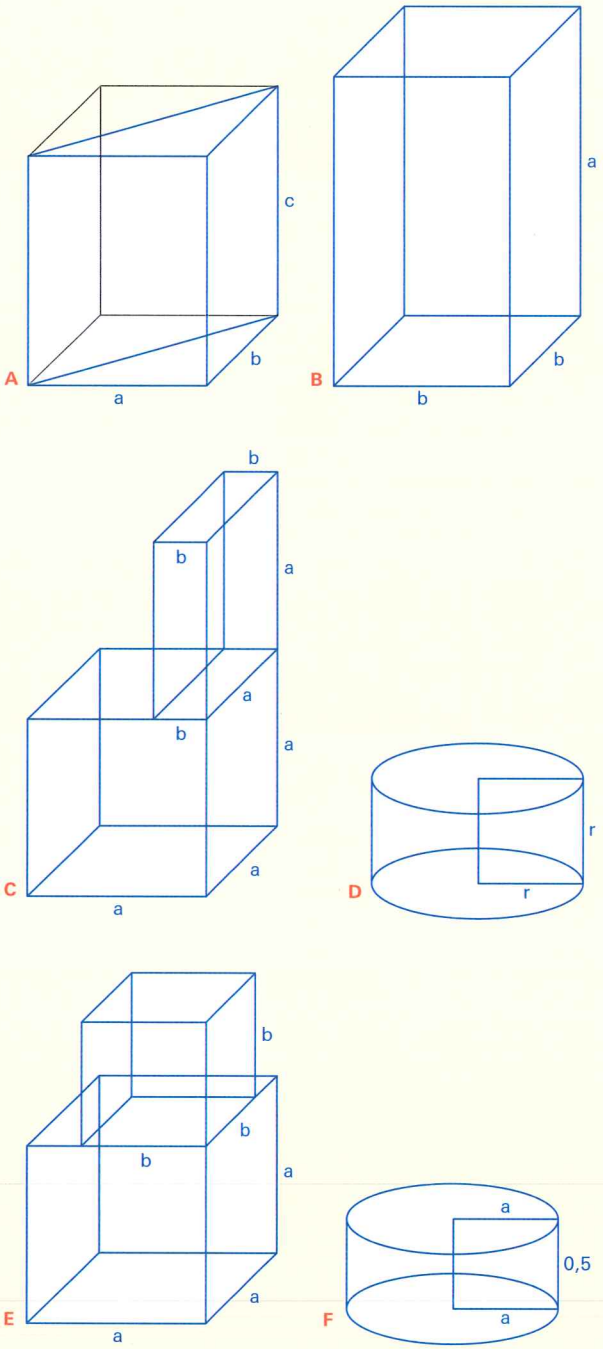
$S = 16d^2 + 3(d^2) \cdot \pi$

Körper 9

$V = 2d^3 + (d^3) \cdot \pi$

$S = 2d^2 + 5(d^2) \cdot \pi$

9



10 Es gibt unendlich viele Paare.

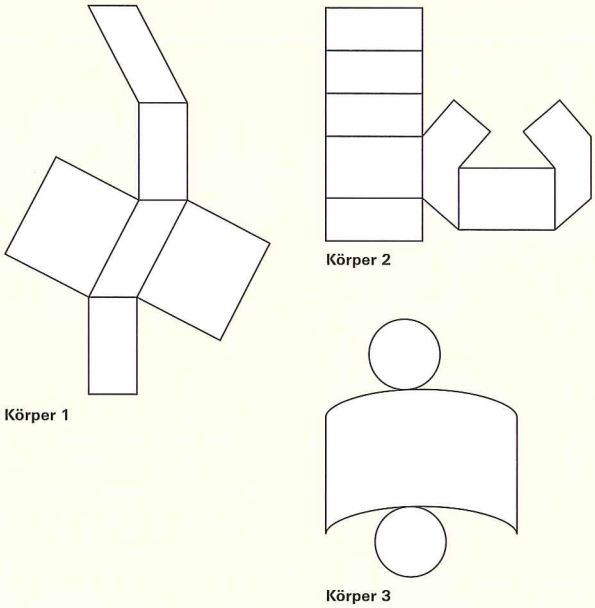
Mögliche Begründung:
Man kann von einem Zylinder und einem Quader ausgehen, die das gleiche Volumen haben. Wenn man die Höhe des Zylinders bei konstantem Volumen verändert (den Radius muss man entsprechend anpassen), verändert sich auch die Oberfläche des Zylinders. Durch Ausprobieren findet man so denjenigen Zylinder, bei dem die Oberfläche gleich gross ist wie die des Quaders.

11 **Körper 1** $V = 2s^2 \cdot 2s = 4s^3$ = halbes Würfelvolumen

Körper 2 $V = 2s^2 \cdot s + 2s^2 \cdot s = 4s^3$
(genau wie bei Körper 1)

Körper 3 $V = (\frac{s}{2})^2 \cdot \pi \cdot 2s = (s^3) \cdot \frac{\pi}{2}$
(weniger als ein Viertel des Würfelvolumens)

12



S. 121–124 20 Geldgeschäfte

1 A 408 : 320 = 1,275
(also 27,5 % mehr)

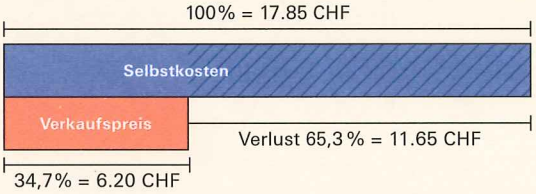
1 700 : 1 892 = 0,8985 1 – 0,8985 = 0,1014
(also 10,1 % weniger)

B

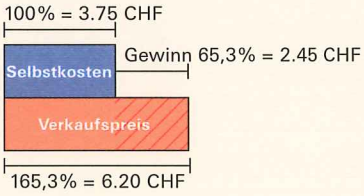
	Selbstkosten	Verkaufspreis	Gewinn	Gewinn in %	Verlust	Verlust in %
Artikel 1	320.00	408.00	88.00	27,5 %		
Artikel 2	1 892.00	1 700.00			192.00	10,1 %
Artikel 3	263.00	350.00	87.–	33,1 %		
Artikel 4	462.50	500.–	37.50	8,1 %		
Artikel 5	17.85	6.20			11.65	65,3 %
Artikel 6	3.75	6.20	2.45	65,3 %		
Artikel 7	59.60	74.20	14.60	24,5 %		
Artikel 8	59.60	45.–			14.60	24,5 %
Artikel 9	1 700.00	1 892.00	192.–	11,3 %		
Artikel 10	350.00	263.00			87.–	24,9 %
Artikel 11	35.20	43.50	8.30	23,6 %		
Artikel 12	56.90	43.50			13.40	23,6 %

C Artikel 5 und 6 und Artikel 11 und 12:
Der Verkaufspreis ist bei beiden gleich.
Die relativen Werte bei Gewinn und Verlust sind auch gleich.
Die absoluten Werte von Gewinn und Verlust sind aber nicht identisch, weil unterschiedliche Selbstkosten zugrunde liegen.

Artikel 5



Artikel 6



Artikel 7 und 8:
Die Selbstkosten sind bei beiden gleich.
Die absoluten Werte bei Gewinn und Verlust sind auch gleich.
Deshalb sind die relativen Werte von Gewinn und Verlust auch identisch.
Weil bei Artikel 7 aber Gewinn, bei Artikel 8 aber Verlust gemacht wird, müssen sich die Verkaufspreise unterscheiden.

2 A

	Selbstkosten	Warenpreis	Rabatt	Aktionspreis	Gewinn/Verlust absolut	Gewinn/Verlust prozentual
Artikel 1	523.00	720.00	10 %	648.00	+ 125.00	+ 24 %
Artikel 2	148.00	180.00	50 %	90.00	– 58.00	– 39 %
Artikel 3	181.00	300.00	30 %	210.00	+ 29.00	+ 16 %
Artikel 4	180.00	250.00	52 %	120.00	– 60.00	– 30 %
Artikel 5	480.00	600.00	40 %	360.00	– 120.00	– 25 %

B Prozentualer Gewinn

Artikel 1	38 %
Artikel 2	22 %
Artikel 3	66 %
Artikel 4	39 %
Artikel 5	25 %

3 A

Zinssatz p % \ Anfangskapital k [CHF]	100.00	1 000.00	2 000.00	3 000.00	5 000.00	2 350.00
1 % = $\frac{1}{100}$ = 0,01	1.00	10.00	20.00	30.00	50.00	23.50
2 % = $\frac{2}{100}$ = 0,02	2.00	20.00	40.00	60.00	100.00	47.00
3 % = $\frac{3}{100}$ = 0,03	3.00	30.00	60.00	90.00	150.00	70.50
5 % = $\frac{5}{100}$ = 0,05	5.00	50.00	100.00	150.00	250.00	117.50
$1\frac{1}{2}$ % = $\frac{15}{1000}$ = 0,015	1.50	15.00	30.00	45.00	75.00	35.25
$2\frac{1}{2}$ % = $\frac{25}{1000}$ = 0,025	2.50	25.00	50.00	75.00	125.00	58.75
$3\frac{1}{2}$ % = $\frac{35}{1000}$ = 0,035	3.50	35.00	70.00	105.00	175.00	82.25
$1\frac{3}{4}$ % = $\frac{175}{10000}$ = 0,0175	1.75	17.50	35.00	52.50	87.50	41.15

B Der Jahreszins ist einerseits proportional zum Anfangskapital, andererseits aber auch proportional zum Zinssatz p %.

C Ich multipliziere den hundertsten Teil des Anfangskapitals k mit dem Zinssatz p %.

D z = k · p %

4 A und B

Zinssatz p % \ Anfangskapital k [CHF]	100.00	1 000.00	2 000.00	3 000.00	5 000.00	7 500.00
1 % = $\frac{1}{100}$ = 0,01	1.00	10.00	20.00			
2 % = $\frac{2}{100}$ = 0,02	2.00	20.00				
4 % = $\frac{4}{100}$ = 0,04	4.00			120.00		
5 % = $\frac{5}{100}$ = 0,05	5.00		100.00			375.00
1,5 % = $\frac{15}{1000}$ = 0,015	1.50			45.00	75.00	112.50
1,75 % = $\frac{175}{10000}$ = 0,0175	1.75				87.50	131.25
2,25 % = $\frac{225}{10000}$ = 0,0225	2.25					168.75

C Ich teile den Jahreszins z durch das zugehörige Anfangskapital k.

D p % = $\frac{z}{k}$

5 A und B

Zinssatz p % \ Anfangskapital k [CHF]	1 000.00	1 500.00	2 000.00	2 500.00	5 000.00	8 000.00
1 % = $\frac{1}{100}$ = 0,01	10.00	15.00	20.00	25.00		
2 % = $\frac{2}{100}$ = 0,02	20.00			50.00	100.00	
$1\frac{1}{2}$ % = $\frac{15}{1000}$ = 0,015	15.00				75.00	120.00
$2\frac{1}{2}$ % = $\frac{25}{1000}$ = 0,025	25.00	37.50	50.00		125.00	
$3\frac{1}{2}$ % = $\frac{35}{1000}$ = 0,035	35.00		70.00	87.50		280.00
$2\frac{1}{4}$ % = $\frac{225}{10000}$ = 0,0225	22.50				112.50	180.00

C Ich teile den Jahreszins z durch die Dezimalzahl, die dem Zinssatz p % entspricht.

D k = $\frac{z}{p\,\%}$

6 A und B

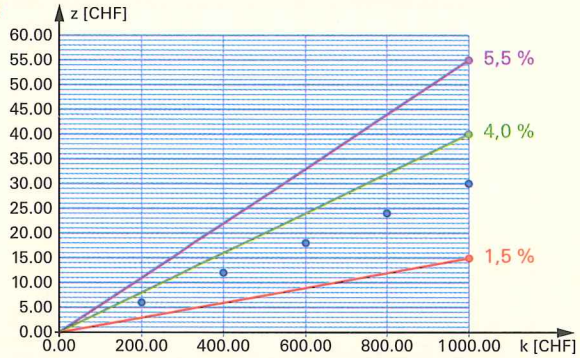
Zinssatz p % \ Anfangskapital k [CHF]	1 000.00	1 500.00	2 500.00	5 000.00	10 000.00	15 000.00
1 % = $\frac{1}{100}$ = 0,01	1 010.00	1 515.00	2 525.00	5 050.00	10 100.00	15 150.00
2 % = $\frac{2}{100}$ = 0,02	1 020.00	1 530.00	2 250.00	5 100.00	10 200.00	15 300.00
$2\frac{1}{2}$ % = $\frac{25}{1000}$ = 0,025	1 025.00	1 537.50	2 562.50	5 125.00	10 250.00	15 375.00
3 % = $\frac{3}{100}$ = 0,03	1 030.00	1 545	2 575.00	5 150.00	10 300.00	15 450.00
$3\frac{1}{2}$ % = $\frac{35}{1000}$ = 0,035	1 035.00	1 552.50	2 587.50	5 175.00	10 350.00	15 525.00
$3\frac{3}{4}$ % = $\frac{375}{10000}$ = 0,0375	1 037.50	1 556.25	2 593.75	5 187.50	10 375.00	15 562.50

C Ich addiere die Dezimalzahl, die dem Zinssatz p % entspricht, zu 1. Mit dieser Summe multipliziere ich das Anfangskapital k.

D k* = k + k · p %

7 A 3 % $p\,\% = \frac{z}{k}$

B



S. 125–128 21 Gewinnen

1 A $\frac{6}{26} + \frac{6}{26} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13} \approx 46\,\%$

B $\frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25} = 48\,\%$

C $\frac{5}{24} + \frac{6}{24} = \frac{11}{24} \approx 46\,\%$

2 A 55

B $9 + 9 = 18$

C 9

3 A $\frac{0}{12} + \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

B $\frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$

C 0

4 A $\frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$

B $\frac{1}{2} = 0{,}25 = 25\,\%$

5 A $\frac{1}{4} = 25\,\%$

B $\frac{1}{4} = 25\,\%$

C $\frac{1}{2} = 50\,\%$

D $\frac{1}{2} = 50\,\%$

6 A Rang 2

B Rang 5

C Rang 3

D Rang 4

E Rang 1

7 A $\frac{1}{16}$

B $\frac{1}{16}$

C $\frac{1}{4}$

D $\frac{3}{4}$

8 **Rad D** = 1

Rad B = 2

Rad E = 3

Rad A = 4

Rad C = 5

9 A $\frac{1}{2} = 50\,\%$

B $\frac{9}{100} = 9\,\%$

C $\frac{1}{10} = 10\,\%$

D $\frac{67}{100} = 67\,\%$

E $\frac{67}{100} = 67\,\%$

F $\frac{25}{100} = 25\,\%$ (wenn man davon ausgeht, dass 1 keine Primzahl ist)

10 A $\frac{1}{4} = 25\,\%$

B $\frac{1}{2} = 50\,\%$

C $\frac{1}{100} = 1\,\%$

D $\frac{9}{10\,000} = 0{,}09\,\%$

E 0

F 0

G $\frac{50}{10\,000} = 0{,}5\,\%$

11 A $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

B $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

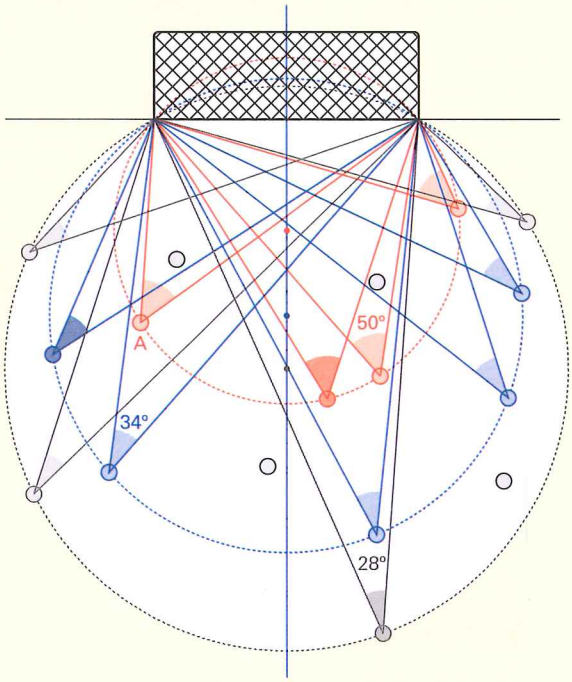
C $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5\,040$

D $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40\,320$

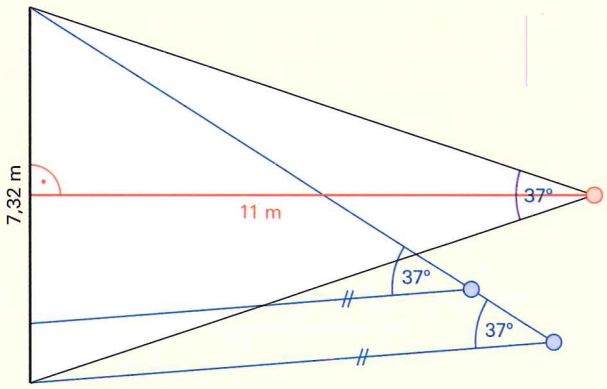
E $8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 = 384$

S. 129–136 22 Kreise – Linien – Winkel

1 A, B und C



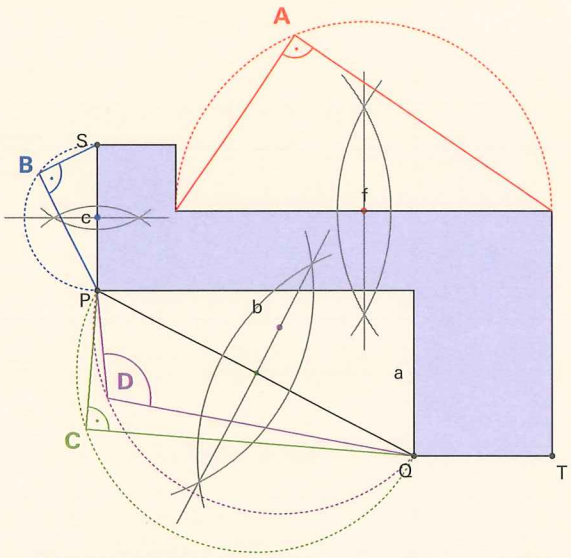
2 A und B



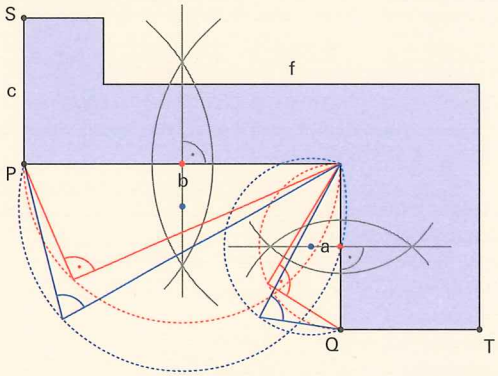
3 A Der Torwinkel ist in der Höhe kleiner als in der Breite.

B Das Tor ist dreimal so breit wie hoch. Bei einer Distanz von 11 m : 3 = 3,67 m ist der Winkel gleich gross.

4 A, B, C und D

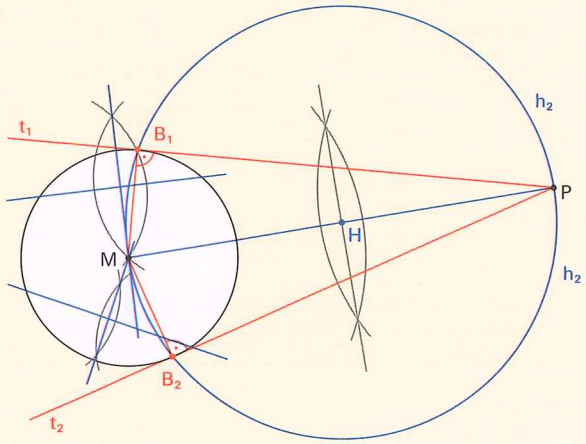


5 A und B



C Individuelle Lösungen

6 A



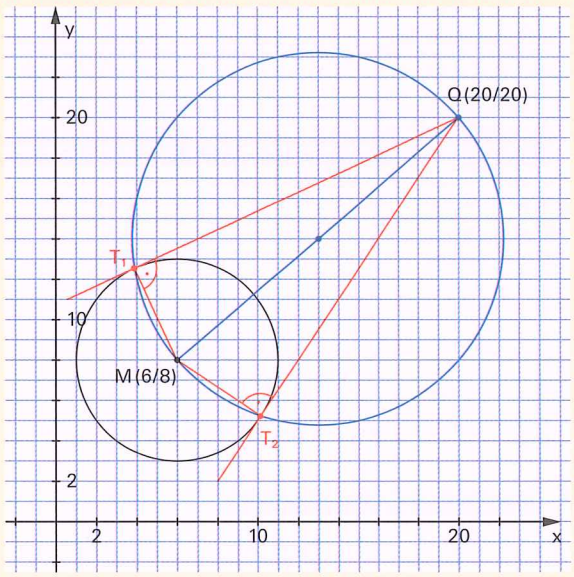
B 1.) Im Kreis den Mittelpunkt M einzeichnen.
2.) P mit M mittels einer Geraden verbinden.
3.) Strecke PM halbieren, liefert Halbierungspunkt H.
4.) Um H zwei Thales-Halbkreise zeichnen (h_1 und h_2).
⟶ h_1 schneidet den Kreis k in B_1.
⟶ h_2 schneidet den Kreis k in B_2.
5.) P mit B_1 und mit B_2 mittels Geraden verbinden: Das sind die beiden Tangenten, die k in B_1 und B_2 berühren.

7 A 1.) Zwei Kreise zeichnen; die zwei Radien r_1 und r_2 einzeichnen.
2.) Im grossen Kreis um M_2 einen dritten Kreis mit dem Radius $r_2 - r_1$ einzeichnen.
3.) Mittelsenkrechte zu $\overline{M_1M_2}$ konstruieren.
4.) Thaleskreise über und unter $\overline{M_1M_2}$ einzeichnen.
5.a) Durch den Schnittpunkt P des Thaleskreises mit dem dritten Kreis k_3 und durch M_1 eine Gerade legen, die den k_3 in P berührt.
5.b) Durch M_2 und P eine Gerade legen, die den grossen Kreis k_2 in Q schneidet.
6.) Zu $\overline{M_1P}$ eine Parallele legen, die durch Q geht: Das ist dann die gemeinsame Tangente t, die k_2 in Q und k_1 in R berührt.
7.) Die zweite (äussere) gemeinsame Tangente t' bekommt man durch Spiegeln der ersten gemeinsamen Tangente t an der Geraden $\overline{M_1M_2}$.

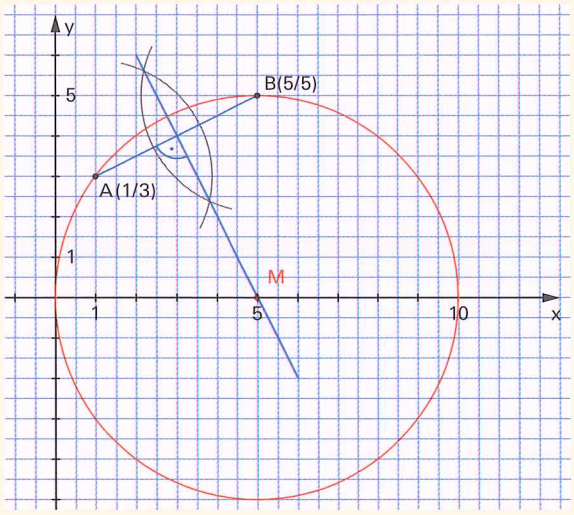
B Individuelle Lösung

C Individuelle Lösung
Hinweis: Den Radius des dritten Kreises errechnet man in diesem Fall mit $r_1 + r_2$.

8



9 A



B M(5/0)

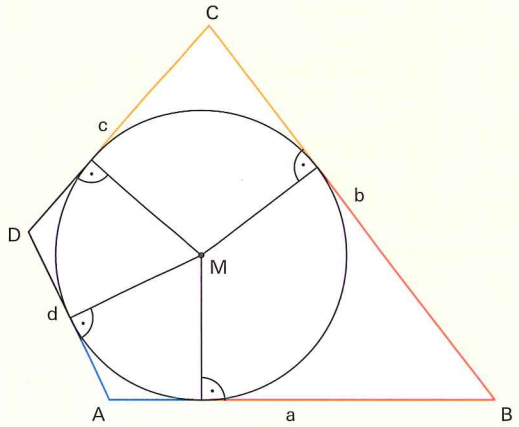
C r = 5

10 A Rechtecke und Quadrate

B Der Kreis über AC ist ein Ortsbogen für δ.
Der Kreis unter AC ist ein Ortsbogen für $180° - \delta$.
Also ist $\beta + \delta = 180° - \delta + \delta = 180°$
$\alpha + \gamma$ ist also ebenfalls 180° und somit $\alpha + \gamma = \beta + \delta$

11 **A** Rhombus und Quadrat

B Gleich lange Tangentenabschnitte sind gleich gefärbt.
a besteht aus den Teilstrecken blau und rot
c besteht aus den Teilstrecken schwarz und gelb
b besteht aus den Teilstrecken rot und gelb
d besteht aus den Teilstrecken schwarz und blau
a + c = schwarz + blau + rot + gelb
b + d = schwarz + blau + rot + gelb
→ a + c = b + d



S. 137–142 23 Der Altar von Delos

1 **A** a = 7 cm
B b = 10 cm
C c = 40 cm
D d = 32 cm
E e = 15 cm
F f = 15 cm
G a = 15 cm
H b = 5 cm
I c = 2,5 m
K d = 2 m

2

	a	b	c	A
A	20	12	6	384
B	20	12	3	192
C	10	22	6	384
D	26	6	6	384

3 Jede der drei Variablen kann bis 0 verkleinert und beliebig vergrössert werden.
Wenn beispielsweise b = 0 ist, dann ist a = c und es entsteht ein Quadrat.

4 **A**

	r	s	t	u	A
Figur 1	2	2	4	12	124
Figur 2	1	1	2	6	31
Figur 3	3	4	8	24	481
Figur 4	3	2	4	12	133

5 **A** Individuelle Lösung

B

$$(30+x)\cdot\frac{24}{2} = (18+30)\cdot\frac{(3x+10)}{2}$$

· 2 ↓ ↓ · 2

$$(30+x)\cdot 24 = (18+30)\cdot(3x+10)$$

nichts verändert ↓ ↓ Zahlen in Klammer zusammengefasst

$$(30+x)\cdot 24 = 48\cdot(3x+10)$$

aus-multipliziert ↓ ↓ aus-multipliziert

$$720+24x = 144x+480$$

−480 ↓ ↓ −480

$$240+24x = 144x$$

−24x ↓ ↓ −24x

$$240 = 120x$$

:120 ↓ ↓ :120

$$2 = x$$

6 **A** $30+x = 6x+20$
$10+x = 6x$
$10 = 5x$
$x = 2$

B Die zweite Lösungsmethode ist nicht besser als die erste. Sie ist eher etwas speziell, weil man merken muss, dass alle vier Zahlen durch 24 teilbar sind.

7 **A** **Gleichung 1** Rechteckpaar 3
Gleichung 2 Rechteckpaar 4

B **Rechteckpaar 1** $13+11+13+11 = x+2x+x+2x$
Rechteckpaar 2 $x+x+5+x+x+5 = x-3+18+x-3+18$

C **Rechteckpaar 1** x = 8 u = 48
Rechteckpaar 2 x = 10 u = 50
Rechteckpaar 3 x = 8 u = 64
Rechteckpaar 4 x ist beliebig

8 **A** $A = r^2+(\frac{s\cdot r}{2}+\frac{t\cdot s}{2}+\frac{t\cdot u}{2})\cdot 4 = r^2+2sr+2ts+2tu$

B **Figur 1** t = 10 cm
Figur 2 t = 8 cm
Figur 3 t = 9 cm

9
$$15\cdot(45+x-12) = 10\cdot(65+x)$$
$$15\cdot(33+x) = 10\cdot(65+x)$$
$$495+15x = 650+10x$$
$$495+5x = 650$$
$$5x = 650-495$$
$$x = 31$$

Beim ersten Trapez misst die kürzere Parallelseite 19 cm, beim zweiten Trapez 31 cm. Die Fläche misst dann bei beiden Trapezen 960 cm².

10 **A** 150 cm²
B 300 cm²
C Ja, wenn x = 3
D **Nein:** x müsste dann einen negativen Wert annehmen, was beim ersten Trapez nicht möglich ist.
E **Ja:** die Gleichsetzung der beiden Flächen ergibt eine quadratische Gleichung, deren Lösung x = 5 ist. Die Flächen sind dann in beiden Fällen 100 cm².

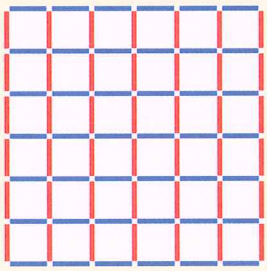
11 Die Gleichung $5(x+3)+5(x+3)+30 = 130$ führt auf x = 7 und auf A = 78 cm²

12 Die Gleichung
$12{,}5(x+3{,}5)+12{,}5(x+3{,}5)+15{,}5\cdot 8{,}5+15{,}5\cdot 8{,}5+12(x+7)+5x = 720$
führt auf x = 8 und damit auf A = 180 cm²

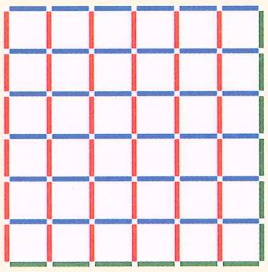
S. 143–146 24 Zählstrategien

1 Mögliche Lösungen:

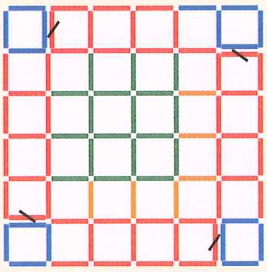
A (n + 1) Zeilen zu n Hölzchen + (n + 1) Spalten zu n Hölzchen.



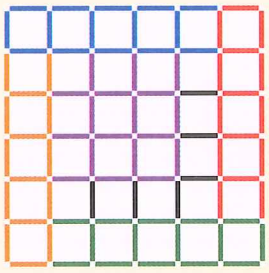
B In jedem Feld wird das Hölzchen oben und das Hölzchen links gezählt. Am Schluss wird vom ganzen n · n-Quadrat der rechte und der untere Rand mit jeweils n Hölzchen addiert.



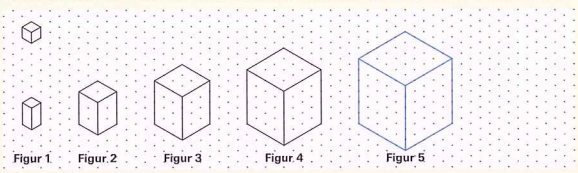
C Zuerst die 4 Eckfelder mit je 4 Hölzchen belegen.
An jeder Seite die n – 2 Randfelder mit 3 Hölzchen belegen.
Damit werden 4 Hölzchen zu viel abgedeckt. Diese vier Hölzchen müssen wieder abgezogen werden.
Für den Rest im Inneren wird ein Quadrat mit n – 3 Seitenlänge mit 2 Hölzchen je Feld belegt. In 2 · (n – 3) Felder muss noch ein Hölzchen aufgefüllt werden. Das ergibt 2 · (n – 2)(n – 3) Hölzchen.



D Viermal n – 1 Felder an den Aussenrändern mit je 3 Hölzchen belegen. Damit bleibt in der Mitte ein Quadrat mit n – 2 Seitenlänge übrig.
Für den Rest im Innern wird ein Quadrat mit n – 3 Seitenlänge mit 2 Hölzchen je Feld belegt. In 2 · (n – 3) Felder muss noch ein Hölzchen aufgefüllt werden. Das ergibt 2 · (n – 2)(n – 3) Hölzchen.

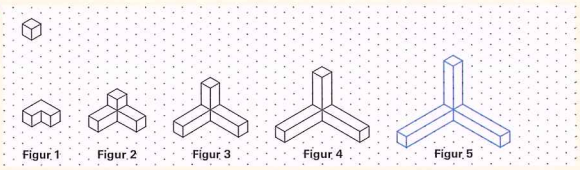


2 A



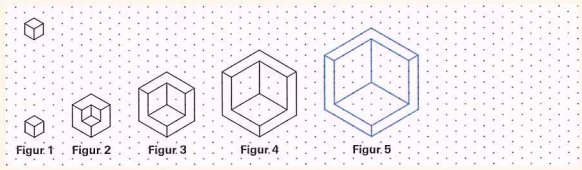
Anzahl Würfel							
Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur 5	Figur 10	Figur 100	Figur n
2	12	36	80	150	1 100	1 010 000	$n^2(n+1)$

B



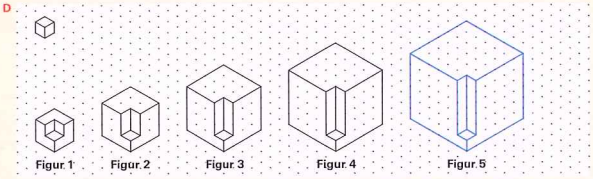
Anzahl Würfel							
Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur 5	Figur 10	Figur 100	Figur n
3	6	9	12	15	30	300	3n

C



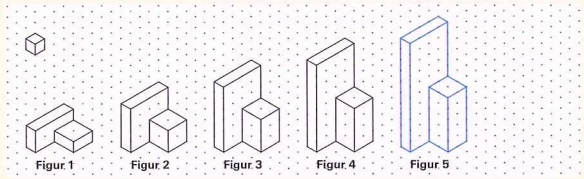
Anzahl Würfel							
Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur 5	Figur 10	Figur 100	Figur n
1	7	19	37	61	271	29 701	$n^3 - (n-1)^3$

D



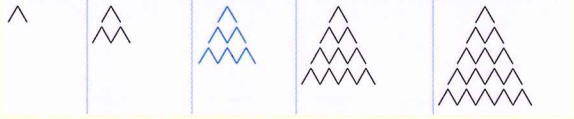
Anzahl Würfel							
Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur 5	Figur 10	Figur 100	Figur n
7	25	61	121	211	1 321	1 030 201	$(n+1)^3 - n$

E



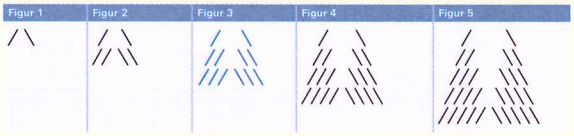
Anzahl Würfel							
Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur 5	Figur 10	Figur 100	Figur n
12	24	36	48	60	120	1 200	12n

3 A Möglichkeit 1



Anzahl Hölzchen				
Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur 5
2	2 + 4	2 + 4 + 6	2 + 4 + 6 + 8	2 + 4 + 6 + 8 + 10

Möglichkeit 2



Anzahl Hölzchen				
Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur 5
1 · 2	(1 + 2) · 2	(1 + 2 + 3) · 2	(1 + 2 + 3 + 4) · 2	(1 + 2 + 3 + 4 + 5) · 2

B

Wertetabelle						Term
	Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur 5	Figur x
Anzahl Hölzchen	2	6	12	20	30	$x^2 + x$

C

Wertetabelle			
	Figur 10	Figur 20	Figur 100
Anzahl Hölzchen	$10^2 + 10 = 110$	420	10 100

4 Individuelle Lösungen

S. 147–150 25 Magische Quadrate

1 A Es ist ein magisches Quadrat.

1	7	13	19	25
14	20	21	2	8
22	3	9	15	16
10	11	17	23	4
18	24	5	6	12

B Ja

3	7	15	16	24
20	21	4	8	12
9	13	17	25	1
22	5	6	14	18
11	19	23	2	10

C Es kommen in jeder Spalte, in jeder Zeile und in jeder Diagonalen alle Grossbuchstaben und alle Kleinbuchstaben je einmal vor, also gibt es in jeder Spalte, in jeder Zeile und in jeder Diagonalen immer wieder die gleiche Summe. Wenn die Grossbuchstaben überdies mit 0, 5, 10, 15, 20 besetzt werden und die Kleinbuchstaben mit 1, 2, 3, 4, 5, so enstehen durch die 25 verschiedenen Buchstaben-Kombinationen jeweils alle Zahlen von 1 bis 25 und die magische Summe ist immer
A + B + C + D + E + a + b + c + d + e = 65.

2 A = 15 B = 20 C = 0 D = 5 E = 10
a = 4 b = 3 c = 1 d = 5 e = 2

3 Individuelle Lösung

4 A Mögliche Lösung:
x = 11 und y = 1
Die Summe der Zahlen von 11 bis 35 ist 575.
Das ist 25 Mal die Zahl in der Mitte (also 25 · 23).
Die magische Summe ist 5 · 23 = 115.

27	34	11	18	25
33	15	17	24	26
14	16	23	30	32
20	22	29	31	13
21	28	35	12	19

B 115 : 5 = 23 = die Zahl im Zentrum
Das ist bei allen so konstruierten Quadraten so, weil die Zahl im Zentrum immer der Zentralwert der Diagonalsumme von links unten nach rechts oben ist.
Bei diesem magischen Quadrat bedeutet das:
21 + 22 + 23 + 24 + 25 = 115
→ 115 : 5 = 23

C Ja. 25 · 23 = 575
Das ist die Summe der Zahlen von 11 bis 35.

D Mögliche Lösung:
x = 1 und y = 2
In diesem Fall setzt man die ungeraden Zahlen von 1 bis 97 in die 49 Felder ein.
Es entsteht wieder ein magisches Quadrat. Die Zeilensummen, die Spaltensummen und die Diagonalsummen sind immer der siebte Teil (343) der Gesamtsumme 2 401. Im Zentrum steht der Zentralwert der Zahlen von 1 bis 97, nämlich 49. 49 ist zugleich ein Siebtel der magischen Summe 343. In der Diagonalen von links unten bis rechts oben steht zudem die Zweierfolge der ungeraden Zahlen von 43 bis 55, von denen wiederum 49 Mittelwert und Zentralwert ist.

Interessant ist ausserdem die Rolle der Siebnerpotenzen:
Im Zentrum steht $7^2 = 49$,
die magische Summe ist $7^3 = 343$,
die Gesamtsumme ist $7^4 = 2401$

59	77	95	1	19	37	55
75	93	13	17	35	53	57
91	11	15	33	51	69	73
9	27	31	49	67	71	89
25	29	47	65	83	87	7
41	45	63	81	85	5	23
43	61	79	97	3	21	39

5 A In dieses (auf der Spitze stehende) grosse Quadrat füllt man die 25 Zahlen in die Diagonalen von oben links nach unten rechts ein. Man beginnt mit der Zahl 1 an der oberen Spitze, dann 2, 3, 4, 5. In die zweite Diagonale dann 6, 7, 8, 9, 10 usw. Anschliessend findet der «Rückbau» des vergrösserten, auf der Spitze stehenden Quadrats in das ursprüngliche 5 · 5-Quadrat statt. Dabei werden die drei nach rechts «ausgelagerten» (dunkelblau unterlegten) Zahlen des vergrösserten Quadrats in die drei noch freien Felder in der linken Hälfte des Quadrats eingelagert, die drei nach unten «ausgelagerten» (gelb unterlegten) Zahlen des vergrösserten Quadrats in die drei noch freien Felder in der oberen Hälfte des Quadrats eingelagert usw.

B Ja

6 **A** 255

B Die neue magische Summe beträgt 65 + 5c, hat sich also um 5c vergrössert.

C Die magische Summe beträgt neu 65d, wird ist also mit dem Faktor d multipliziert.

D $s_1 = 70$

18	25	2	9	16
24	6	8	15	17
5	7	14	21	23
11	13	20	22	4
12	19	26	3	10

$s_2 = 140$

36	50	4	18	32
48	12	16	30	34
10	14	28	42	46
22	26	40	44	8
24	38	52	6	20

$s_3 = 200$

48	62	16	30	44
60	24	28	42	46
22	26	40	54	58
34	38	52	56	20
36	50	64	18	32

$s_4 = 1\,000$

240	310	80	150	220
300	120	140	210	230
110	130	200	270	290
170	190	260	280	100
180	250	320	90	160

$s_5 = 0$

4	11	–12	–5	2
10	–8	–6	1	3
–9	–7	0	7	9
–3	–1	6	8	–10
–2	5	12	–11	–4

7 **A** Siehe magisches Quadrat

B Siehe magisches Quadrat
Die Summe ist 125.

C Siehe magisches Quadrat

5	40	2	42	6	39	41
49	31	13	30	16	35	1
7	33	22	27	26	17	43
47	32	29	25	21	18	3
46	14	24	23	28	36	4
12	15	37	20	34	19	38
9	10	48	8	44	11	45

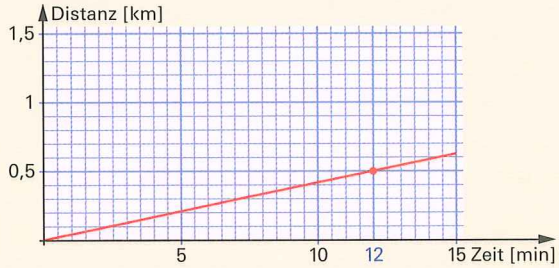
S. 151–156 26 Naturgewalten

1

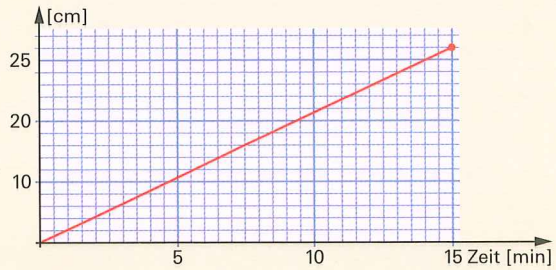
Geschwindigkeit	mögliche Entsprechung	eigenes Beispiel
0,05 mm/Jahr	I Tropfstein-Wachstum	
1 mm/Jahr	B wachsende Staubschicht	
6 mm/Monat	A Wachstum eines Kindes	
1 mm/s	H Schnecke	
1 cm/s	F Schreiben von Hand	
100 m/h	D fliessen des Wassers in einem See	
1 m/s	C Ruderboot	
8 m/s	E Rollerblade	
120 km/h	K Auto	
900 km/h	G Flugzeug	

2 **A** Situation 6

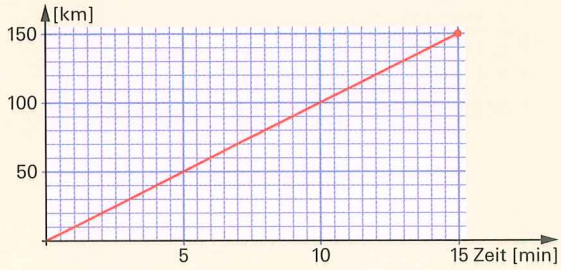
B **Situation 1**



Situation 2

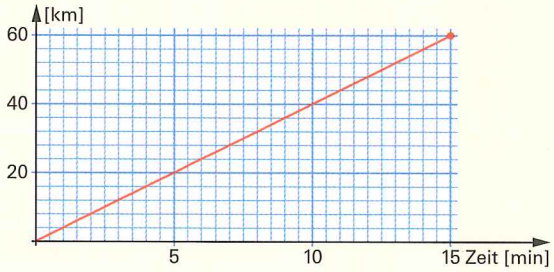


Situation 3

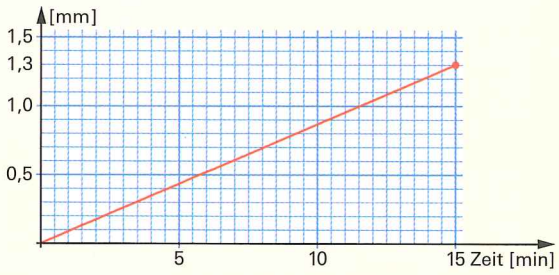


Situation 5

Situation 7



Situation 8



3 **A** Ich rechne immer mit dem Umrechnungsfaktor 3,6:
Die Geschwindigkeit in m/s mal 3,6 ergibt die Geschwindigkeit in km/h.
Die Geschwindigkeit in km/h geteilt durch 3,6 ergibt die Geschwindigkeit in m/s.
Ich weiss auswendig, dass ein 100 m-Weltrekord-Läufer 100 m in 10 s läuft, also 10 m in 1 s macht, also mit 10 m/s läuft. Das wären 36 km pro Stunde, wenn er tatsächlich eine Stunde lang so schnell laufen könnte.

B **Graph 1:** gleichförmige (nicht beschleunigte) Bewegung mit v = 36 km/h = 10 m/s
Graph 2: gleichförmige (nicht beschleunigte) Bewegung mit v = 80 km/h ≈ 22 m/s
Graph 3: gleichförmige (nicht beschleunigte) Bewegung mit v = 100 km/h ≈ 28 m/s

C 80 km in 3 600 s = (80 : 3,6) km in 1 000 s = (80 : 3,6) m in 1 s = 22,222... m/s

D Mögliche Lösungen:
36 km in 3 600 s = (36 : 3,6) km in 1 000 s = (36 : 3,6) m in 1 s = 10 m/s
100 km in 3 600 s = (110 : 3,6) km in 1 000 s = (100 : 3,6) m in 1 s = 27,777... m/s

4

	durchschnittliche Geschwindigkeit [m/s]	[km/h]
A Auf der Autobahn fährt man in 3 Sekunden etwa 100 Meter weit.	33	120
B Die Startgeschwindigkeit eines Düsenjets beträgt ca. 100 m/s.	100	360
C Eine Schülerin läuft einen Kilometer in 3 Minuten und 20 Sekunden.	5	18
D Der Schall legt in einer Sekunde etwa 300 Meter zurück.	300	1 100
E Stau am Gotthard: nur 9 Kilometer in 3 Stunden!	0,8	3
F Ferienreise nach Spanien: 1 200 Kilometer in 13 Stunden und 20 Minuten	25	90

5

	Geschwindigkeit		
A Schnelle 100-m-Sprinter laufen mit einer Geschwindigkeit von ...	10 m/s	36	km/h
B Die Waldschnepfe fliegt ausgesprochen langsam, nur mit ...	1 km/8 min	7,5	km/h
C Schnell wachsende Bambusarten wachsen bis zu ...	1 m/d	4	cm/h
D Die weltbekannten Mammutbäume in Kalifornien wachsen bis zu ...	100 m/1000 y	0,3	mm/d

6

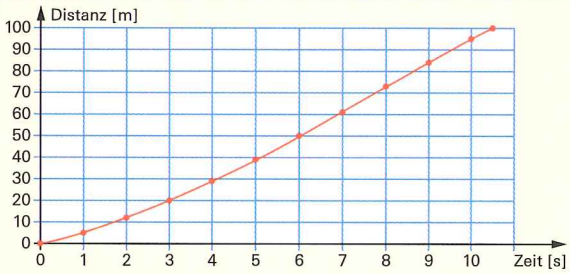
1,5 h	= 1 h 30 min	2,25 h	= 2 h 15 min
1,1 h	= 1 h 6 min	2,33 ... h	= 2 h 20 min
1,11 h	= 1 h 6 min 36 s	2,1 h	= 2 h 6 min
1,21 h	= 1 h 12 min 36 s	2,2 h	= 2 h 12 min
3,3 h	= 3 h 18 min	0,75 h	= 45 min
28,8 h	= 1 d 4 h 48 min	5,6 d	= 134 h 24 min

7 A entspricht 5
B entspricht 3
C entspricht 1
D entspricht 6
E entspricht 4
F entspricht 2

8 **A** Man kann es nicht sicher sagen – vielleicht war es ein echtes Unentschieden.
Begründung: In 1 s werden 2 m zurückgelegt, in $\frac{1}{1000}$ s also genau 2 mm. Wenn nun die Bahn von A 2 mm kürzer war als die von B, so ist sein kleiner Vorsprung von nur $\frac{1}{1000}$ s eben gerade durch die kürzere Bahn begründbar.
B 5 m
C ziemlich genau 1 Minute

9 **A** falsch
B wahr
C wahr
D falsch

10



Aus der Steigung der Kurve lässt sich die Geschwindigkeit ablesen. D. h. wenn die Kurve steil ansteigt (= wenn die Steigung der Kurve gross ist), ist die Geschwindigkeit hoch.

S. 157–160 27 Zinsen

1

	Marchzinsen				
Kapital [CHF]	Zinssatz p %	3 Monate	5 Monate	9 Monate	10 Monate
1 000.00	1 %	2.50	4.17	7.50	8.33
2 000.00	0,5 %	2.50	4.17	7.50	8.33
3 000.00	1,5 %	11.25	18.75	33.75	37.50
5 000.00	0,9 %	11.25	18.75	33.75	37.50

2 **A**

	Schuldzinsen					
Kapital [CHF]	Zinssatz p %	5 Tage	25 Tage	30 Tage	45 Tage	120 Tage
100.00	8,5 %	0.12	0.59	0.71	1.06	2.83
250.00	9,0 %	0.31	1.56	1.87	2.81	7.50
947.00	9,5 %	1.25	6.25	7.50	11.25	30.00
1 500.00	11,5 %	2.40	11.98	14.38	21.56	57.50
5 000.00	8,0 %	5.56	27.78	33.33	50.00	133.33

B $k = \frac{z}{p\,\%} \cdot \frac{360}{t} = \frac{z}{p} \cdot 0{,}01 \cdot \frac{360}{t}$

$p\,\% = \frac{z}{k} \cdot \frac{360}{t}$

$z = k \cdot p\,\% \cdot \frac{t}{360} = k \cdot p \cdot 0{,}01 \cdot \frac{t}{360}$

$t = \frac{z \cdot 360}{k \cdot p\,\%} = \frac{z \cdot 360}{k \cdot p \cdot 0{,}01}$

3

	Schuldzinsen					
Kapital [CHF]	Zinssatz p %	10 Tage	36 Tage	96 Tage	268 Tage	365 Tage
100.00	7 %	0.19	0.69	1.84	5.14	7.00
1 000.00	7,25 %	1.99	7.15	19.07	53.23	72.50
2 800.00	7,5 %	5.75	20.71	55.23	154.19	210.00
7 300.00	9,5 %	19.00	68.40	182.40	509.20	693.50

4

Datum	Beschreibung	Belastung	Gutschrift	Saldo	Laufzeit	Tage	Marchzins
31.08.	Saldovortrag			2 725.00	01.09.–02.09.	2	0.19
02.09.	E-Banking	277.00		2 448.00	03.09.–03.09.	1	0.09
03.09.	E-Banking	123.00		2 325.00	04.09.–10.09.	7	0.57
10.09.	Bezug	300.00		2 025.00	11.09.–18.09.	8	0.56
18.09.	Bezug	500.00		1 525.00	19.09.–19.09.	1	0.05
19.09.	E-Banking	440.00		1 085.00	20.09.–26.09.	7	0.26
26.09.	Einzahlung		1 879.00	2 964.00	27.09.–30.09.	4	0.41
30.09.	Saldovortrag			2 964.00			

5

Datum	Beschreibung	Belastung	Gutschrift	Saldo	Laufzeit	Tage	Marchzins
30.09.	Saldovortrag		1 824.00	1 824.00	01.10.–01.10.	1	0.07
01.10.	Bezug	200.00		1 624.00	02.10.–10.10.	9	0.56
10.10.	Bezug	400.00		1 224.00	11.10.–23.10.	13	0.61
23.10.	Einzahlung		324.00	1 548.00	24.10.–24.10.	1	0.06
24.10.	Bezug	300.00		1 248.00	25.10.–27.10.	3	0.14
27.10.	Einzahlung		3 038.00	4 286.00	28.10.–30.10.	3	0.49
31.10.	Saldovortrag			4 286.00			

Der Marchzins wird nur bis zum 30.10. berechnet, weil nach Methode 1 jeder Monat mit 30 Tagen gezählt wird.

6 A CHF 6 880.09
B CHF 6 884.02

7 A CHF 37 251.63
B CHF 87 277.26
Darin sind Zinsen und Zinseszinsen von total CHF 2 277.26 enthalten.
C CHF 87 737.46
Darin sind Zinsen und Zinseszinsen von total CHF 2 737.46 enthalten.

S. 161–164 28 Etwa

1 Individuelle Lösungen

2 A Mögliche Lösung: gemütlich Velo fahren
B Mögliche Lösung: ansteigende Füllhöhe in einem Bassin beim Nachfüllen
C Mögliche Lösung: Dreifache Schallgeschwindigkeit
D Mögliche Lösung: Sattelschlepper-Lastwagen auf der Autobahn
E Mögliche Lösung: Tempo einer Schnecke
F Mögliche Lösung: Laufgeschwindigkeit bei schnellem Jogging
G Mögliche Lösung: Wachstum der Kopfhaare eines Menschen

3 A etwa 5
etwa 50
etwa 2 m
B etwa 45

4 A 130,356
B 6,612
C 107,1
D 13,332
E 8 215,3
F 7,178
G 49,7
H 0,00203
I 190,4
K 23 145,83

5 A beide Summanden grösser als $\frac{1}{4}$ sind.
B 3 mal 333 schon 999 gibt.
C es mehr als 7 Monate sind.
D 12 000, also 4 000.
E etwa 50 % von 5 000, also 2 500.
F 500 Franken.
G $50 \cdot 300 = 15\,000$.

6 A $18\,000 : 900 = 20$
B $200 \cdot 20\,000 = 4\,000\,000$
C $9\,000 : 30 = 300$
D $9\,000 \cdot 25 = 225\,000$

7 A $0{,}22 + 0{,}83 = 1{,}05$
B $0{,}85 - 0{,}37 = 0{,}48$
C $0{,}84 : 0{,}4 = 2{,}1$
D $6{,}4 - 0{,}4 = 6$

8 A $\frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10}$
B $\frac{4}{10} - \frac{5}{20} = \frac{3}{20}$
C $\frac{8}{20} : \frac{5}{20} = \frac{8}{5}$
D $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

9 A $310 \cdot 100 : 4 \approx 750$
B $0{,}87 \cdot 100 : 4 \approx 22$
C $0{,}035 \cdot 1\,000 : 4 \approx 9$
D $480 : 4 \cdot 3 \cdot 100 = 36\,000$

S. 165–168 29 Vier gewinnt im Raum

1 A (2/2/2) und (4/2/4)
B (2/1/1) und (2/1/3)
C (2/2/1) und (3/2/1)
D (1/4/1) und (4/1/4)

2 A (3/1/1) und (2/2/1)
B (1/2/4) und (2/1/3)
oder
(2/1/3) und (1/1/2)
C (1/2/3) und (2/3/4)
D (1/1/1) und (1/2/2)

3 A 1.) (4/1/4) (4/1/3) (4/1/2) (4/1/1)
2.) (4/1/4) (4/2/4) (4/3/4) (4/4/4)
3.) (4/1/4) (3/1/4) (2/1/4) (1/1/4)
4.) (4/1/4) (4/2/3) (4/3/2) (4/4/1)
5.) (4/1/4) (3/2/4) (2/3/4) (1/4/4)
6.) (4/1/4) (3/1/3) (2/1/2) (1/1/1)
7.) (4/1/4) (3/2/3) (2/3/2) (1/4/1)
B Das gibt es nicht, es gibt immer Gewinnpositionen in mindestens 4 Richtungen.
C Ein solcher Stein darf nur auf genau einer Diagonalen liegen. Er darf nicht auf vier Diagonalen liegen, darf also kein Eckstein sein.
D Beispiele zu B gibt es nicht.
Beispiele zu C enthalten mindestens ein Koordinate «2» oder «3».
E Alle Ecksteine liegen in 7 verschiedenen Gewinnpositionen, alle «Nicht-Ecksteine» liegen in 4 verschiedenen Gewinnpositionen.

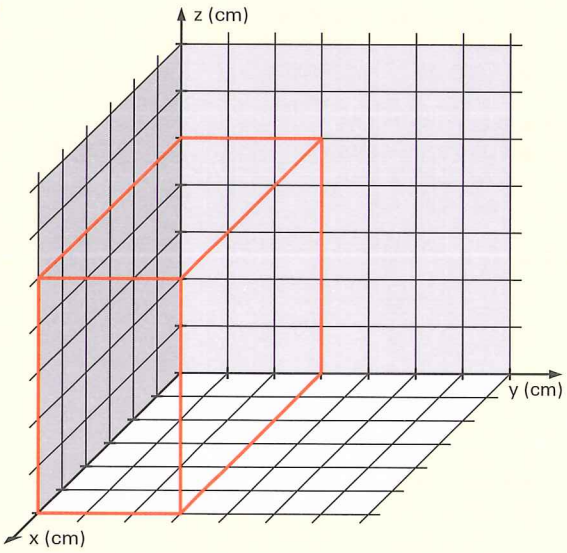
4 A (0/0/0) (0/2/0) (2/0/0) (2/2/0) (0/0/4) (0/2/4) (2/0/4) (2/2/4)
B $V = 16\ cm^3$

5 Individuelle Lösungen

6 A $V = 60\ cm^3$
B (0/0/0) (2/0/0) (2/4/0) (0/4/0) (0/0/6) (2/0/6) (2/4/6) (0/4/6)

7
I (3/6/0) ☒ K (15/3/6) ☒

8 A (0/3/0) (0/0/5) (0/3/5) (6/0/5) (6/3/0)
B



9 A $V = 10 \cdot 4 \cdot 8\ cm^3 = 320\ cm^3$
M = (6/6/6)
B $V = 6 \cdot 10 \cdot 4\ cm^3 = 240\ cm^3$
M = (0/0/0)

10 A Mögliche Lösung:
auf der hellen Ebene: (4/2/6) (4/3/6) (4/4/6)
auf der dunklen Ebene: (0/5/1) (0/4/1) (0/3/1)
B Mögliche Lösung:
(3/0/3) (3/1/3) (3/2/3) (3/3/3) (3/4/3) (3/5/3)
C Nur fünf Punkte:
(3/1/3) (3/2/3) (3/3/3) (3/4/3) (3/5/3)

11 A $\overline{PQ} = \sqrt{76}$
$\overline{RS} = \sqrt{88}$
$\overline{PS} = \sqrt{77}$
$\overline{PR} = \sqrt{5}$
$\overline{QR} = \sqrt{77}$
$\overline{QS} = \sqrt{5}$
B Rechteck durch P und Q: $u \approx 24{,}6$ cm
Rechteck durch P und S: $u \approx 26{,}4$ cm

12 Mögliche Lösung
(3/3/6) (3/3/0) (3/3/1) (3/3/2) (3/3/3) (3/3/4) (6/2/1) (6/2/2) (6/2/3)

S. 169–170 30 Kalender – Teilbarkeit

1 Nach dem Komma erscheint eine 5, was $\frac{5}{10}$ und gleichzeitig $\frac{1}{2}$ bedeutet. Das Ergebnis ist gut erklärbar:
Man teilt ja den 2er-Rest (also 1) durch 2, man erhält $\frac{1}{2}$, weil $1 : 2 = \frac{1}{2}$ ist.

2 A 3 : 3 = 1,0 4 : 3 = 1,333... 5 : 3 = 1,666...

- Wenn der 3er-Rest = 0 ist, erscheint nach dem Komma 0.
- Wenn der 3er-Rest = 1 ist, erscheint nach dem Komma die nicht-abbrechende Ziffernfolge 333....
- Wenn der 3er-Rest = 2 ist, erscheint nach dem Komma die nicht-abbrechende Ziffernfolge 666....
  Weitere Möglichkeiten gibt es nicht.
- 0,333... ist die dezimale Darstellung von $\frac{1}{3}$ und entsteht aus der Division 1 : 3.
- 0,666... ist die dezimale Darstellung von $\frac{2}{3}$ und entsteht aus der Division 2 : 3.

B
- Wenn der 4er-Rest = 0 ist, erscheint nach dem Komma 0.
- Wenn der 4er-Rest = 1 ist, erscheint nach dem Komma die abbrechende Ziffernfolge 25.
- Wenn der 4er-Rest = 2 ist, erscheint nach dem Komma die abbrechende Ziffernfolge 50.
- Wenn der 4er-Rest = 3 ist, erscheint nach dem Komma die abbrechende Ziffernfolge 75.
- Weitere Möglichkeiten gibt es nicht.
- 0,25 ist die dezimale Darstellung von $\frac{1}{4}$ und entsteht aus der Division 1 : 4.
- 0,50 (oder 0,5) ist die dezimale Darstellung von $\frac{2}{4}$ und entsteht aus der Division 2 : 4.
- 0,75 ist die dezimale Darstellung von $\frac{3}{4}$ und entsteht aus der Division 3 : 4.

C
- Wenn der 5er-Rest = 0 ist, erscheint nach dem Komma 0.
- Wenn der 5er-Rest = 1 ist, erscheint nach dem Komma 2.
- Wenn der 5er-Rest = 2 ist, erscheint nach dem Komma 4.
- Wenn der 5er-Rest = 3 ist, erscheint nach dem Komma 6.
- Wenn der 5er-Rest = 4 ist, erscheint nach dem Komma 8.

D
- 6er-Reste ungleich Null führen hinter dem Komma auf Ziffernfolgen 1 666.../3 333.../5 (abbrechend)/6 666.../8 333...
- 8er-Reste ungleich Null führen hinter dem Komma auf Ziffernfolgen 125/250/375/500/625/750/875 (alle abbrechend).
- 9er-Reste ungleich Null führen hinter dem Komma auf Ziffernfolgen 1 111.../2 222.../3 333.../4 444.../5 555.../6 666.../7 777.../8 888....

3 A 0/0/0/0/...
B 2/1/0/3/2/1/0/3/...
C 2/3/4/0/1/2/3/...
D 3/2/3/0/...
E 0/1/2/3/4/...
F 1/3/5/5/5/5/...
G 2/6/3/2/3/6/2/0 ...

4 **Für 12:** Eine Zahl ist durch 12 teilbar, wenn sie durch 3 und durch 4 teilbar ist.
Für 15: Eine Zahl ist durch 15 teilbar, wenn sie durch 3 und durch 5 teilbar ist.
Für 18: Eine Zahl ist durch 18 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 9 teilbar ist.
Für 24: Eine Zahl ist durch 24 teilbar, wenn sie durch 3 und durch 8 teilbar ist
Für 25: Eine Zahl ist durch 25 teilbar, wenn der Hunderterrest (ablesbar an den letzten zwei Ziffern) entweder 00, 25, 50 oder 75 ist.
Für 125: Eine Zahl ist durch 125 teilbar, wenn der Tausenderrest (ablesbar an den letzten drei Ziffern) entweder 000, 125, 250, 375, 500, 625, 750 oder 875 ist.

5 2/3/4/5/6/7/8/9/10/12/15/16/18/20/21/24/27/28/30/32/35/36/40/42/45/48/54/56/60/64/70/72/...

6 Ja, das stimmt. Die 5er-Reste von fünf aufeinander folgenden Zahlen lauten (in irgendeiner Reihenfolge) 0, 1, 2, 3, 4.
Die Summe dieser 5er-Reste ist 10, 10 ist aber wiederum durch 5 teilbar. Die Summe der fünf Zahlen hat also den 5er-Rest Null.

7 **A** Alle drei Divisionen gehen auf.
B $((200\,200 : 7) : 11) : 13 = 200$
$((201\,201 : 7) : 11) : 13 = 201$
$((202\,202 : 7) : 11) : 13 = 202$
C $abc \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = abc \cdot 1\,001 = abcabc$, weil $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1\,001$ ist.

8 9 875

9 $11 \cdot 13 = 143$
9er-Rest von 11 = 2, 9er-Rest von 13 = 4
9er-Rest von 143 = 8, also tatsächlich $2 \cdot 4$

$15 \cdot 18 = 270$
9er-Rest von 15 = 6, 9er-Rest von 18 = 0
9er-Rest von 270 = 0, also tatsächlich $6 \cdot 0$

$16 \cdot 17 = 272$
9er-Rest von 16 = 7, 9er-Rest von 17 = 8
9er-Rest von 272 = 2; nun gibt $7 \cdot 8$ zwar 56, aber der 9er-Rest von 56 ist tatsächlich auch 2.

10 **A und B**
Man erhält immer wieder die Ausgangszahl.
C Eine zweistellige Zahl dreimal hintereinander zu schreiben ist das Gleiche wie die Zahl mit 10 101 zu multiplizieren. Zudem ist $13 \cdot 21 \cdot 34 = 10\,101$. Wenn man eine Zahl mit 10 101 multipliziert und anschliessend wieder durch 10 101 dividiert, muss die Ausgangszahl herauskommen.

11 **A** Die kleinste solche Zahl ist 52.
B Die weiteren Zahlen sind 157 262 367 472 ...
C Die Differenz dieser Zahlen ist immer $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

12 Man muss den 12er-Rest der gewählten Zahl bestimmen und zur gerundeten Uhrzeit addieren.
Jeder Hunderter, Tausender, Zehntausender usw. hat den 12er-Rest 4, was die Bestimmung erleichtert.

Beispiel:
Momentane Uhrzeit: Der Stundenzeiger steht bei 7
Gewählte Zahl: 123 456

12er-Rest von 123 456 ist gleich dem 12er-Rest von $(1 + 2 + 3 + 4) \cdot 4 + 56$ ist gleich dem 12er-Rest von 96 und der ist 0. Der Stundenzeiger steht also nach 123 456 Stunden wieder bei 7.

S. 171–172 31 Gesetze des Zufalls

1 Es gilt auch für das Objekt Z. Beim Objekt Z sind je eine grosse Fläche und je zwei kleine Flächen mit ungeraden bzw. geraden Zahlen besetzt, die Wahrscheinlichkeit für «ungerade» ist daher gleich gross wie für «gerade».

2 **A** etwa 100 Mal
B Es braucht deutlich mehr als 100 Versuche. Der Sechser ist hier viel weniger wahrscheinlich als z. B. der Fünfer.

3 **A** Bert hat nicht Recht. Die Würfelereignisse sind voneinander unabhängig. Der zweite Wurf ist vom ersten nicht beeinflusst, die Wahrscheinlichkeit bleibt $\frac{1}{6}$.

B Anna hat Recht. Beim Objekt Z ist eine 5 grundsätzlich wahrscheinlicher als eine 6, aber unabhängig von vorangehenden Würfen.

C Die Wahrscheinlichkeit ist in beiden Fällen $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

4 **A**

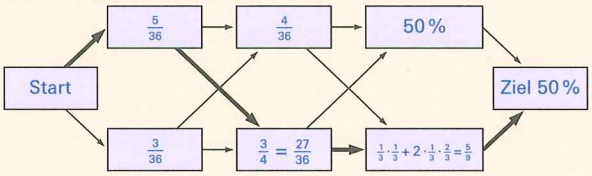
zweimal 2	zweimal 3	eine 2 und eine 3
etwa 12 bis 20 Mal	etwa 0 bis 1 Mal	etwa 3 bis 7 Mal

B

zweimal 2	zweimal 3	eine 2 und eine 3
etwa 1 bis 4 Mal	etwa 1 bis 4 Mal	etwa 4 bis 7 Mal

5 Die Zeilen B und C sind berechnete Erwartungswerte (für total 234 bzw. 900 Würfe).
Die Zeilen A und D könnten Ergebnisse von Versuchen (mit total 279 bzw. 600 Würfen) sein.

6 Der fett eingezeichnete Weg ist der optimale.



S. 173–175 32 Bruchterme

1 **A** **T3** $x - 2$

T5 $\frac{1}{(x-2)}$

T7 $\frac{(x-1)}{(x+3)}$

T8 $\frac{(x-4)}{(x+3)}$

T9 $\frac{(x+2)}{(x+3)}$

Mögliche Lösungen:

B $T1 + T2 = \frac{x}{x+3} + \frac{x^2-1}{x+3} = \frac{x^2+x-1}{x+3}$

C $T1 + T10 = \frac{x}{x+3} + \frac{x-1}{x^2+x-6} = \frac{x}{x+3} + \frac{x-1}{(x+3)(x-2)} = \frac{x(x-2)+x-1}{(x+3)(x-2)} = \frac{x^2-2x+x-1}{(x+3)(x-2)} = \frac{x^2-x-1}{(x+3)(x-2)}$

D $T6 - T2 = \frac{x^2}{x+3} - \frac{x^2-1}{x+3} = \frac{x^2-(x^2-1)}{x+3} = \frac{x^2-x^2+1}{x+3} = \frac{1}{x+3}$

E $T1 - T10 = \frac{x}{x+3} - \frac{x-1}{x^2+x-6} = \frac{x}{(x+3)} - \frac{(x-1)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x(x-2)-(x-1)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x^2-2x-x+1}{(x+3)(x-2)} = \frac{x^2-3x+1}{(x+3)(x-2)}$

F $T3 \cdot T10 = \frac{x^2-4}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x^2+x-6} = \frac{(x-2)(x+2)(x-1)}{(x+2)(x+3)(x-2)} = \frac{x-1}{x+3}$

G $T2 \cdot T10 = \frac{x^2-1}{x+3} \cdot \frac{x-1}{x^2+x-6} = \frac{(x-1)(x+1)(x-1)}{(x+3)(x+3)(x-2)}$

H $T6 : T2 = \frac{x^2}{x+3} : \frac{x^2-1}{x+3} = \frac{x^2(x+3)}{(x+3)(x+1)(x-1)} = \frac{x^2}{(x+1)(x-1)}$

2 **A** **T2** $x - y$

T3 $x - 2y$

T7 $\frac{x-y}{x+3y}$

Mögliche Lösungen:

B $T5 + T10 = \frac{x+2y}{x^2+xy-6y^2} + \frac{x-y}{x^2+xy-6y^2} = \frac{x+2y+x-y}{x^2+xy-6y^2} = \frac{2x+y}{(x+3y)(x-2y)}$

C $T1 + T6 = \frac{x}{x+y} + \frac{x^2}{x+2y} = \frac{x(x+2y)+x^2(x+y)}{(x+y)(x+2y)} = \frac{x^2+2xy+x^3+x^2y}{(x+y)(x+2y)} = \frac{x(x^2+xy+x+2y)}{(x+y)(x+2y)}$

D $T6 - T3 = \frac{x^2}{x+2y} - \frac{x^2-y^2}{x+2y} = \frac{x^2-(x^2-y^2)}{x+2y} = \frac{x^2-x^2+y^2}{x+2y} = \frac{y^2}{x+2y}$

E $T6 - T2 = \frac{x^2}{x+2y} - \frac{x^2-y^2}{x+y} = \frac{x^2(x+y)-(x^2-y^2)(x+2y)}{(x+2y)(x+y)} = \frac{x^3+x^2y-(x^3+2x^2y-xy^2-2y^3)}{(x+2y)(x+y)} = \frac{2y^3+xy^2-x^2y}{(x+2y)(x+y)}$

F $T5 \cdot T6 = \frac{x+2y}{x^2+xy-6y^2} \cdot \frac{x^2}{x+2y} = \frac{x^2(x+2y)}{(x+3y)(x-2y)(x+2y)} = \frac{x^2}{(x+3y)(x-2y)}$

G $T4 \cdot T6 = \frac{x^2}{x^2-4y^2} \cdot \frac{x^2}{x+2y} = \frac{x^4}{(x-2y)(x+2y)(x+2y)} = \frac{x^4}{(x+2y)^2(x-2y)}$

H $T4 : T6 = \frac{x^2}{x^2-4y^2} : \frac{x^2}{x+2y} = \frac{x^2(x+2y)}{x^2(x-2y)(x+2y)} = \frac{1}{x-2y}$

3 Ergebnisse für gleichwertige Terme

A $r = 0$, $s = -1$

B $r = 0$, $s = -\frac{1}{2}$

C $r = s$

D Wenn $s = 0$ ist, ist Term 1 nicht definiert, weil Divisionen durch 0 nicht zulässig sind.
Wenn $s = -1$ ist, ist Term 2 nicht definiert, weil Divisionen durch 0 nicht zulässig sind.

E **In B:** Wenn $s = 0$ ist, ist Term 1 nicht definiert, wenn $s = \frac{1}{2}$ ist, ist Term 2 nicht definiert.
In C: Wenn $s = 0$ ist, ist Term 1 nicht definiert, wenn $s = -1$ ist, ist Term 2 nicht definiert.

4 **A**

	x = 1	x = 2	x = 3	x = 10	x = 100	x = 1 000
Term 1	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{9}{23}$	$\frac{99}{203}$	$\frac{999}{2\,003}$
Term 2	$\frac{31}{2}$	$\frac{34}{3}$	$\frac{37}{4}$	$\frac{40}{11}$	$\frac{310}{101}$	$\frac{3\,010}{1\,001}$
Term 3	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{101}{14}$	$\frac{1\,000}{104}$	$\frac{1\,000\,001}{1\,004}$
Term 4	$-\frac{2}{9}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{11}{990}$	$\frac{101}{999\,990}$	$\frac{1\,001}{999\,999\,990}$

Feststellungen

Term 1 nähert sich mit grösser werdenden x dem Wert $\frac{1}{2}$ an.

Term 2 nähert sich mit grösser werdenden x dem Wert 3 an.

Term 3 nähert sich mit grösser werdenden x dem Wert x an.

Term 4 nähert sich mit grösser werdenden x dem Wert 0 an.

B Das führt zu einer Division durch 0: $-\frac{2{,}5}{0}$ ist nicht definiert.

C Wenn der Nenner 0 ist, lässt sich der Wert des Terms nicht bestimmen bzw. er wird unendlich gross.
Das ist der Fall bei
Term 2 $x = -1$
Term 3 $x = -4$
Term 4 Wenn $x^3 = 10$ ist (x ist die 3. Wurzel aus 10)

5 **1. Figur (L)** $\frac{d(a+h-d)}{ah}$

2. Figur (O) $\frac{d(2a+2b)}{(a+d)(b+d)}$

3. Figur (K) $\frac{2hd}{ah}$

6 **A** $\frac{2a^2+2a+1}{a(a+1)}$

B $\frac{2b^2+b}{(b+1)(b-1)}$

C $\frac{-3c-d}{2(c+d)}$

D $\frac{2d^2+de+e}{d+e}$

E $1 + b$

F $\frac{-(5c+2d)}{2c}$

7 **A** $\frac{a(a^2+b)}{a+b}$

B 1

C $\frac{3c+d}{2c}$

D $\frac{a+2b}{a+b}$

E $\frac{x+1}{x^2-4}$

F $\frac{3(x^2+y^2)}{y(x+y)}$